Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Конспект прислать ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

https://vk.com/id588363475

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НЕ ПРИНИМАЮ

Мы переходим к изучению нового раздела «Тригонометрия».

1. Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Обязательно укажите тему урока! По этой теме на следующий урок будет практическая работа. Чтобы у вас было куда посмотреть, делая практику - переписывайте все без сокращений с пояснениями к решениям примеров!!!!!!!!!

Тема «Градусное и радианное измерение углов. Вращательное движение. Тригонометрическая окружность. Четверти.»

Углы измеряются в градусах или в радианах. Важно понимать связь между этими единицами измерения.

Радианная мера

Угол в 1 радиан – это такой центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности.

Связь между радианами и градусами выражается формулой

π радиан = 180 °

Формулы, связывающие градусную и радианную меры угла

Формула перевода радианов в градусы:

$$\boxed{x\ \textit{рад} = \left(\frac{180^0}{\pi}\right) \cdot x\ \textit{рад}}$$

Таким образом, чтобы перевести угол из радианов в градусы, нужно значение угла в радианах умножить на 180^0 и разделить на π.

$$\boxed{x\ \textit{град} = \frac{\pi}{180^0} \cdot x\ \textit{град}}$$

Таким образом, чтобы найти число радиан, нужно градусную меру умножить на число π и поделить на 180^0.

Пример 1.

Выразите в радианной мере значение угла 36^0.

Решение:

чтобы «перевести» градусную меру угла в радианную, необходимо заданное значение умножить на $\frac{\pi}{180^0}$, т.о. получим

$$36^0 = 36^0 \cdot \frac{\pi}{180^0} = \frac{\pi}{5} \text{ радиан}$$

Пример 2.

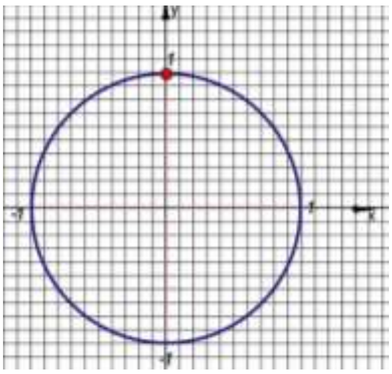
Выразите в градусной мере значение угла $\frac{2\pi}{5}$.

Решение:

чтобы «перевести» радианную меру угла в градусную, необходимо заданное значение умножить на $\frac{180^0}{\pi}$, т. о. получим

$$\frac{2\pi}{5} \text{ радиан} = \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{180^0}{\pi} = \frac{360^0}{5} = 72^0.$$

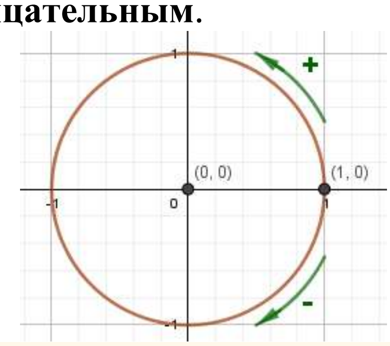
Единичная тригонометрическая (или числовая) окружность — это окружность с радиусом, равным единице, и с центром в начале системы координат.



Точка с координатами (1;0) является **началом отсчета**, ей соответствует угол, равный 0.

Углы на числовой окружности отсчитываются против часовой стрелки.

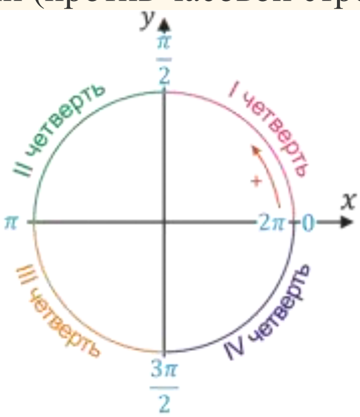
Направление движения против часовой стрелки является **положительным**; по часовой стрелке – **отрицательным**.



Если посмотреть на числовую окружность, то можно заметить, что оси абсцисс и ординат разбивают ее на четыре части. Эти части называют **четвертями** и нумеруют в том порядке как их проходят, двигаясь в положительном направлении (против часовой стрелки).

II ЧЕТВЕРТЬ
От 90^0 до 180^0
От $\frac{\pi}{2}$ до π радиан

I ЧЕТВЕРТЬ
От 0^0 до 90^0
От 0 до $\frac{\pi}{2}$ радиан



III ЧЕТВЕРТЬ
От 180^0 до 270^0
От π до $\frac{3\pi}{2}$ радиан

IV ЧЕТВЕРТЬ
От 270^0 до 360^0
От $\frac{3\pi}{2}$ до 2π радиан

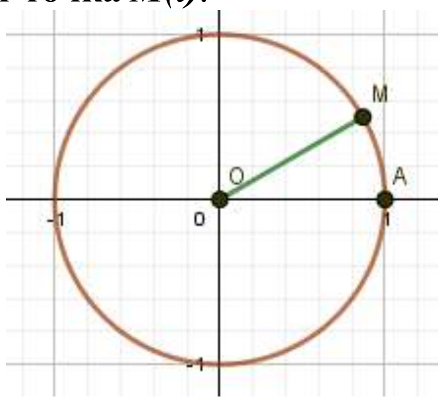
Полный круг —360^0 градусов.

Точка с координатами(1;0) соответствует углу 0^0. Точка с координатами (-1;0) отвечает углу в 180^0 , точка с координатами (0;1) — углу в 90^0.

Каждому углу от 0^0 до 360^0 соответствует точка на единичной окружности.

Каждому действительному числу *t* на числовой окружности соответствует точка *M(t)*.

При $t>0$ двигаемся по окружности против часовой стрелки, описывая дугу $\frown AM=t$. Точка M - искомая.
При $t<0$ двигаемся по окружности по часовой стрелке, описывая дугу $\frown AM=t$. Точка M - искомая.



Построение точек на числовой окружности.

1. Начало отсчёта углов – от положительной полуоси ОХ. По часам – "минус", против часов – "плюс".

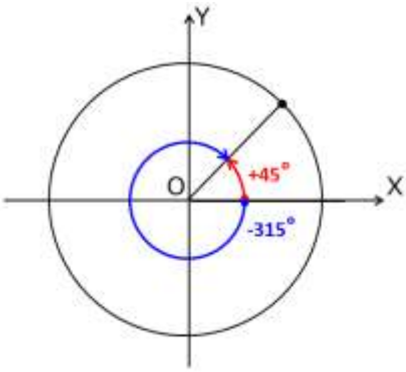
2. Нумерация четвертей всегда против часовой стрелки вне зависимости от направления исчисления углов.

3Любая работа с углом (в том числе и рисование этого самого угла на круге) всегда начинается с определения четверти, в которую попадает этот угол.

Пример: отметить на числовой окружности точки, соответствующие 45° и -315°.
Решение: определяем, что угол 45° попадает в 1 четверть, отсчет ведется от начало против часовой точки (так как угол положительный).
Как определить, куда попадет угол -315°? Рассуждения следующие: полный оборот 360^0. Отнимаем 315^0 от 360^0 : 360-315=45^0. Таким образом, попадаем

опять в 1 четверть (отчет ведется по часовой стрелке, так как угол отрицательный).

И так надо поступать всегда при переводе положительных углов в отрицательные (и наоборот) – рисуем круг, отмечаем примерно заданный угол, считаем, сколько градусов не хватает до полного оборота, и мотаем получившуюся разность в противоположную сторону.



Пример :

Отметить на числовой окружности точки, соответствующие π/6, π/4, π/2, 2π/3, π, а также − π/6, −π/4, −π/2, −2π/3, −π

Решение:

переведем данные радианы в градусы:

$$\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}\cdot\frac{180^0}{\pi}=30^0$$

$$\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}\cdot\frac{180^0}{\pi}=45^0$$

$$\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{180^0}{\pi}=90^0$$

$$\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}\cdot\frac{180^0}{\pi}=120^0$$

$$\pi=\pi\cdot\frac{180^0}{\pi}=180^0$$

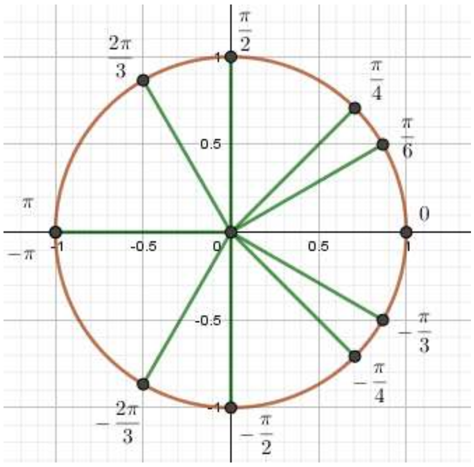
$$-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}\cdot\frac{180^0}{\pi}=-30^0$$

$$-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}\cdot\frac{180^0}{\pi}=-45^0$$

$$-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{180^0}{\pi}=-90^0$$

$$-\frac{2\pi}{3}=-\frac{2\pi}{3}\cdot\frac{180^0}{\pi}=-120^0$$

$$-\pi=-\pi\cdot\frac{180^0}{\pi}=-180^0$$



Теперь нужно отложить углы 30°, 45°, 90°, 120°, 180° и –30°, –45°, –90°, –120°, –180° с вершиной в начале координат и отметить соответствующие дуги на числовой окружности.

Что делать с углами, большими 360°?

Для правильного изображения таких углов на круге необходимо всё то же самое – выяснить, ***в какую четверть попадает интересующий нас угол.***

Если к углу прибавить (отнять) любое *целое* число полных оборотов, положение исходного угла на круге НЕ изменится!

Если нам задан угол, больше 360^0, то:

1. Определяем, сколько полных оборотов сидит в этом угле. Для этого делим исходный угол на 360 и отбрасываем дробную часть.
2. Считаем, сколько градусов в полученном количестве оборотов. Для этого умножаем число оборотов на 360.
3. Отнимаем эти обороты от исходного угла и работаем с привычным углом в пределах от 0° до 360°.

Пример: изобразить угол 444°.
Решение: выясним, в какую четверть попадает угол 444°. Начинаем крутить. Против часовой стрелки, так как дан угол положительный! +444°. Сделали 1 оборот – дошли до 360°. Считаем какой остаток до 444^0

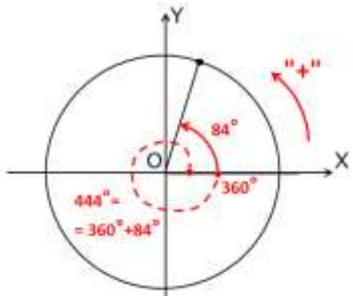
$444° - 360° = 84°.$

Итак, 444° - это один полный оборот (360°) плюс ещё 84°.
Так как 84° попадает в *в первую четверть,* то и угол 444° попадает *в первую четверть.*
Изобразим это: елаем один полный оборот по красной (плюсовой) стрелке и добавляем ещё 84°.
В общем виде решение будет выглядить так:

$444^0=360^0\cdot 1+84^0= 360^0+84^0$

полные обороты остаток

Т.к. остаток 84° ∈ (90^0 до 180^0)- *первая четверть,* то и 444° попадает *в первую четверть.*



Пример 6: *В какую четверть попадает угол 1000°?*

Решение: Считаем, сколько полных оборотов сидит в тысяче градусов. Один оборот — это 360°, ещё один – уже 720°, третий – уже 1080° .
Значит, в угле 1000° сидит **два** полных оборота. Выбрасываем их из 1000° и считаем остаток:

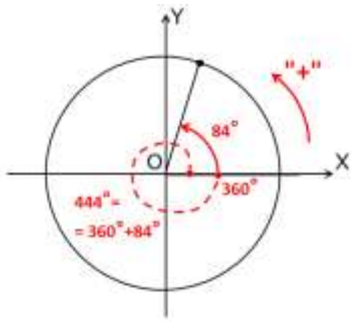
1000° - **2**·360° = 280°

Значит, положение угла 1000° на круге **то же самое**, что и у угла 280°.
И так как 280° попадает в четвёртую четверть 280° ∈ (270^0 до 360^0) - *четвертая четверть,* то и 1000° тоже попадает в *четвертую четверть.*
В общем виде решение будет выглядить так:

$1000^0=360^0\cdot 2+280^0=720^0+280^0$

полные обороты остаток

Т.к. остаток 280° ∈ (270^0 до 360^0) - *четвертая четверть,* то и 1000° тоже попадает в *четвертую четверть.*



Как работать с отрицательными углами?

Крутить углы надо в **обратную сторону**, по ходу часовой стрелки (так как минус).

Пример: изобразить угол -200°.

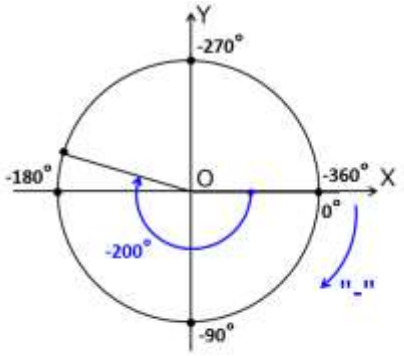
Решение: придётся отсчитывать в отрицательном направлении. Это будут всё те же самые углы, но отсчитанные в обратную сторону, в минус: 0°, -90°, -180°, -270°, -360°.

Угол -200° - это -180° и **минус** ещё 20°.

Начинаем отсчитывать от нуля в минус: четвёртую четверть проходим- это (0^0;-90^0), третью четверть проходим - это (-90^0;-180^0) и получается, что наш угол -200^0 попадает в следующую *вторую четверть*- это (-180^0;-270^0).

Итог: угол -200° попадает во **вторую** четверть.

Угол -200° - это -180° и **минус** ещё 20°. Начинаем мотать от нуля в минус: четвёртую четверть пролетаем, третью тоже мимо, доходим до -180°. Итого угол -200° попадает во **вторую** четверть.



Пример: *В какую четверть попадает угол -2000°?*

Решение: Для начала считаем, сколько полных оборотов сидит в этом злом угле. Оставим минус пока в покое и просто поделим 2000 на 360. Получим 5 с остатком. Значит полных оборотов 5. Найдем остаток в градусах:

$5 \cdot 360° = 1800°$

Остаток:

$2000° – 1800° = 200°$

Теперь найдем , куда попадает угол 200^0 , имея ввиду, что угол задан отрицательный. Значит куда попадет угол -200^0. Угол -200^0 попадает во вторую четверть (смотри решение предыдущего примера).

В общем виде решение будет выглядить так:

$2000^0=360^0\cdot 5+200^0=1800^0+200^0$

полные обороты остаток

Т.к. дан отрицательный угол, то отсчет идет в отрицательном направлении $-200° \in (-180^0;-270^0)$. - *вторая четверть,* то и -2000° тоже попадает во *вторую четверть.*