Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ
https://vk.com/id588363475
РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

1. Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Обязательно укажите тему урока!

Тема « Логарифмические неравенства»

Неравенство, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Простейшим логарифмическими неравенствами являются неравенство вида:

1) $log_a f(x) < b$

($log_a f(x) > b$, $log_a f(x) \le b$, $log_a f(x) \ge b$), где $a > 1$, $a \ne 1$.

2) $log_a f(x) < log_a g(x)$

($log_a f(x) > log_a g(x)$, $log_a f(x) \le log_a g(x)$, $log_a f(x) \ge log_a g(x)$), где $a > 1$, $a \ne 1$.

При решении логарифмического неравенства вида: $log_a f(x) < b$ необходимо учесть область определения логарифмической функции $f(x) > 0$ и применить определение логарифма: log_ab=x<=> $b = a^x$. Учитывая основание логарифмической функции получим:

1) если основание a>1, то *знак неравенства не меняется*,

то есть $log_a f(x) < b <=> \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < a^b \end{cases}$

знак не меняется

2) *если основание 0<a<1*, то *знак неравенства меняется на противоположный.*

то есть $log_a f(x) < b <=> \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) > a^b \end{cases}$

знак меняется на противоположный

При решении логарифмического неравенства вида: $log_a f(x) < log_a g(x)$ необходимо учесть область определения логарифмических функций : $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$ и, так как основания логарифмических функций в правой и левой части неравенства одинаковые, то необходимо провести операцию потенцирования (избавления от знака логарифма). Учитывая основание логарифмической функции получим:

2) если основание a>1, то *знак неравенства не меняется*, то есть $log_a f(x) < \ log_a g(x) \ <=> \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) \ > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

знак не меняется

2) *<u>если основание 0<a<1</u>*, то *<u>знак неравенства меняется на противоположный.</u>*

то есть $log_a f(x) < \ log_a g(x) \ <=> \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) \ > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$

знак меняется на противоположный

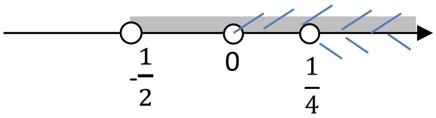
Пример 1. Решите неравенство: $log_3(2x+1) < log_3 6x$

Решение. основания логарифмических функций в правой и левой части неравенства одинаковые. Данное неравенство подходит под второй простейший вид. Так как основание логарифма 3>1, то знак неравенства не меняется,

то есть $log_3(2x+1) < log_3 6x \ <=> \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 6x \ > 0 \\ 2x+1 < 6x \end{cases} <=> \begin{cases} 2x > -1 \\ x \ > \frac{0}{6} \\ 2x - 6x < -1 \end{cases} <=>$

знак не меняется

$$<=> \begin{cases} x > \frac{-1}{2} \\ x \ > \frac{0}{6} \\ -4x < -1 \end{cases} <=> \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \ > 0 \\ x > \frac{-1}{-4} \end{cases} <=> \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \ > 0 \\ x > \frac{1}{4} \end{cases}$$



Ответ: $x\epsilon \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

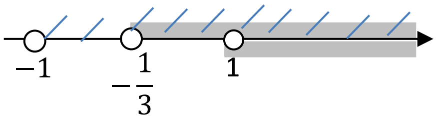
Пример 2. Решите неравенство: $log_{0,5}(3x+1) < log_{0,5}(x-1)$

Решение. основания логарифмических функций в правой и левой части неравенства одинаковые. Данное неравенство подходит под второй простейший вид. Так как основание логарифма 0<0,5<1, то знак неравенства меняется на противоположный.

то есть $log_3 log_{0,5}(3x+1) < log_{0,5}(x-1) <=> \begin{cases} 3x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \\ 3x+1 > x-1 \end{cases} <=>$

знак меняется на противоположный

$$<=>\begin{cases} 3x > -1 \\ x > 1 \\ 3x - x > -1 - 1 \end{cases} <=> \begin{cases} x > \frac{-1}{3} \\ x > 1 \\ 2x > -2 \end{cases} <=> \begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x > 1 \\ x > \frac{-2}{2} \end{cases} <=> \begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x > 1 \\ x > -1 \end{cases}$$



Ответ: $x\epsilon(1;+\infty)$

Пример 3. Решите неравенство: $log_{\frac{1}{3}}(5-2x) \geq -2$.

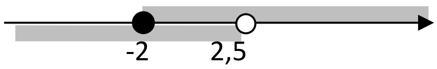
Решение. Данное неравенство подходит под первый простейший вид. При его решении необходимо учесть область определения логарифмической функции и применить определение логарифма: log_ab=x<=> $b = a^x$.Так как основание 0<$\frac{1}{3}$<1, то знак неравенства меняется на противоположный,

то есть $log_{\frac{1}{3}}(5-2x) \geq -2 <=> \begin{cases} 5-2x > 0 \\ 5-2x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} <=> \begin{cases} -2x > -5 \\ 5-2x \leq 3^2 \end{cases} <=>$

знак меняется на противоположный

$$<=> \begin{cases} x < \frac{-5}{-2} \\ 5 - 2x \leq 9 \end{cases} <=> \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ -2x \leq 9 - 5 \end{cases} <=> \begin{cases} x < 2\frac{1}{2} \\ -2x \leq 4 \end{cases} <=> \begin{cases} x < 2\frac{1}{2} \\ x \geq \frac{4}{-2} \end{cases} <=>$$

$$<=> \begin{cases} x < 2\frac{1}{2} \\ x \geq -2 \end{cases}$$



Ответ: $x\epsilon[-2; 2{,}5)$

Пример 4. Решите неравенство: $log_{25}(5x-10) < \frac{1}{2}$.

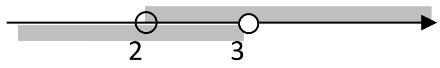
Решение. Данное неравенство подходит под первый простейший вид. При его решении необходимо учесть область определения логарифмической функции и применить определение логарифма: log_ab=x<=> $b = a^x$.Так как основание 25>1, то знак неравенства не меняется,

то есть $log_{25}(5x-10) < \frac{1}{2}. <=> \begin{cases} 5x - 10 > 0 \\ 5x - 10 < 25^{\frac{1}{2}} \end{cases} <=> \begin{cases} 5x > 10 \\ 5x - 10 < \sqrt{25} \end{cases} <=>$

знак не меняется

$$<=> \begin{cases} x > \frac{10}{5} \\ 5x - 10 < 5 \end{cases} <=> \begin{cases} x > 2 \\ 5x < 5 + 10 \end{cases} <=> \begin{cases} x > 2 \\ 5x < 15 \end{cases} <=> \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{15}{5} \end{cases} <=>$$

$$<=> \begin{cases} \text{x} > 2 \\ \text{x} < 3 \end{cases}$$



Ответ: $x\epsilon(2;3)$

Выполните самостоятельно следующее задание

Решите логарифмические неравенства:

а) $log_4(x-2) < 2;$

б) $log_{\frac{1}{3}}(3-2x) \geq -1$

в) $log_{\frac{1}{4}}(-2x+1) > log_{\frac{1}{4}}(4x-1)$

г) $log_2(4x+4) \leq log_2(-6x-1)$