

Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

<https://vk.com/id588363475>

РАБОТЫ В КОММЕНТАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

1. Переписать в тетрадь теоретический материал. Обязательно указать тему урока.

Тема «Логарифмические уравнения».

Определение. Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Простейшими логарифмическими уравнениями являются уравнения вида $\log_a f(x) = b$, $a > 1$, $a \neq 1$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x), \quad a > 1, \quad a \neq 1.$$

При решении логарифмического уравнения вида $\log_a x = b$ необходимо учитывать область определения логарифмической функции и применить определение логарифма. Таким образом, уравнение вида $\log_a f(x) = b$ равносильно

$$\text{системе: } \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^b \end{cases}$$

При решении логарифмического уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ необходимо учитывать область определения логарифмической функции и применить операцию потенцирования (избавление от знака логарифма). Таким образом, Уравнение вида

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \text{ равносильно системе: } \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Пример 1 решить уравнение: $\log_{\sqrt[3]{4}}(x-1) = 6$

Решение: данное уравнение является простейшим. Относится к виду $\log_a f(x) = b$.

Для его решения найдем сначала ОДЗ:

$$f(x) > 0$$

$$x-1 > 0$$

$$x > 1$$



$$\text{ОДЗ: } x \in (1; +\infty)$$

Теперь применим определение логарифма

По определению логарифма:

$$x-1 = (\sqrt[3]{4})^6$$

$$x-1 = 4^2$$

$$x = 17$$

Так как $x=17$ удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: $x=17$.

Пример 2 решить уравнение: $\log_2(3x-6) = \log_2(2x-3)$

Решение: данное уравнение является простейшим. Основания логарифмов равны .

Относится к виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$. Для его решения найдем сначала ОДЗ:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 6 \\ 2x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{3} \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 1\frac{1}{2} \end{cases}$$



ОДЗ: $x \in (2; +\infty)$

Далее применим операцию потенцирования (избавление от знака логарифма).

$$3x - 6 = 2x - 3$$

$$3x - 2x = -3 + 6$$

$$x = 3$$

Так как $x=3$ удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: $x=3$

Пример 3 решить уравнение: $\log_2(x^2 + 4x + 3) = 3$

Решение. данное уравнение является простейшим. Относится к виду $\log_a f(x) = b$.

Для его решения найдем сначала ОДЗ:

$$f(x) > 0$$

$$x^2 + 4x + 3 > 0$$

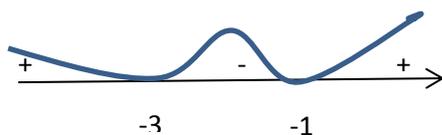
$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$a=1, \quad b=4, \quad c=3$$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

$$x_1 = \frac{-4+2}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4-2}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$$



ОДЗ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$

По определению логарифма имеем $x^2 + 4x + 3 = 2^3$.

$$x^2 + 4x + 3 = 8$$

$$X^2+4x+3-8=0$$

$$X^2+4x-5=0$$

$$a=1, b=4, c=-5$$

$$D=4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)=16+20=36$$

$$X_1 = \frac{-4+6}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1 \text{—удовлетворяет ОДЗ (входит в промежуток } x \in (-1; +\infty))$$

$$X_2 = \frac{-4-6}{2 \cdot 1} = \frac{-10}{2} = -5 \text{—удовлетворяет ОДЗ (входит в промежуток } x \in (-\infty; -3))$$

Так как оба корня удовлетворяют ОДЗ

Ответ: $x_1=1, x_2=-5$

Пример 4 решить уравнение: $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$

Решение: Сначала найдем ОДЗ. Имеем в правой части два логарифма. Учитывая, что функция, от которой берется логарифм должна быть >0 , получим :

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ x+6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -6 \end{cases}$$


ОДЗ: $x \in (2; +\infty)$

Далее, для решения данного уравнения можно преобразовать левую часть используя свойство суммы логарифмов : $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$.

С учетом этого получим:

$$\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$$

$$\log_3((x-2) \cdot (x+6)) = 2$$

Раскроем скобки : $\log_3(x^2 - 2x + 6x - 12) = 2$

Приведем подобные члены: $\log_3(x^2 + 4x - 12) = 2$

Теперь данное уравнение является простейшим. Относится к виду $\log_a f(x) = b$.
Применим к нему определение логарифма и получим:

$$X^2+4x-12=3^2.$$

$$X^2+4x-12=9$$

$$X^2+4x-12-9=0$$

$$X^2+4x-21=0$$

$$a=1, b=4, c=-21$$

$$D=4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21)=16+84=100$$

$$X_1 = \frac{-4+10}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 \text{—удовлетворяет ОДЗ (входит в промежуток } x \in (2; +\infty))$$

$$X_2 = \frac{-4-10}{2 \cdot 1} = \frac{-14}{2} = -7 \text{— не удовлетворяет ОДЗ}$$

Так как только один корень удовлетворяет ОДЗ

Ответ: $x=3$.

Пример 5 решить уравнение: $\log_5 (5 - x) = 2 \log_5 3$

Решение: сначала найдем ОДЗ:

$$f(x) > 0$$

$$5 - x > 0$$

$$-x > -5$$

$$x < 5$$



ОДЗ: $x \in (-\infty; 5)$

Теперь для решения примера нам мешает множитель 2, стоящий перед знаком логарифма справа. Применим к выражению свойство логарифма

$\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$ и получим:

$$\log_5 (5 - x) = 2 \log_5 3$$

$$\log_5 (5 - x) = \log_5 3^2$$

$$\log_5 (5 - x) = \log_5 9$$

Далее применим операцию потенцирования (избавление от знака логарифма).

$$5 - x = 9$$

$$-x = 9 - 5$$

$$-x = 4$$

$$x = 4: (-1)$$

$x = -4$ - удовлетворяет ОДЗ (входит в промежуток $x \in (-\infty; 5)$)

Ответ : $x = -4$.

2. Закрепление пройденного материала:

Выполните самостоятельно в тетради следующие задания:

Решите логарифмические уравнения (смотри решение аналогичных примеров в теории и делай, оформляй точно также!!!)

$$\log_{0,3} (5 + 2x) = 1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (3x - 5) = -1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (2x - 4) = -2$$

$$\log_{\frac{2}{3}} (6x + 8) = \log_{\frac{2}{3}} (3x - 1)$$