Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Конспекты прислать ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

https://vk.com/id588363475

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НЕ ПРИНИМАЮ

1.Запишите в тетрадь тему урока и законспектируйте теоретическийматериал.

Тема «Показательные неравенства».

Определение. Неравенство, содержащее переменную в показателе степени, называется ***показательным.***

Простейшее **показательное неравенство** имеет вид:

$a^{f(x)}$ V $a^{g(x)}$, $a>0$, $a\neq1$, где V - один из знаков: <,>,≤, или ≥.

Рассмотрим простейшее показательное неравенство $a^{f(x)}<a^{g(x)}$, $a>0$, $a\neq1$.

При решении простейших показательных неравенств прежде чем сравнивать выражения, стоящие в показателе степени, нужно сравнить с единицей основание степеней:

Если **основание степени больше единицы**, то при переходе к выражениям, стоящим в показателе, **знак неравенства сохраняется,** то есть

если $\underline{a>1}$, то $a^{f(x)}<a^{g(x)}$ равносильно $f(x)<g(x)$

знак сохраняется

если **основание степени больше нуля, но меньше единицы**, то при переходе к выражениям, стоящим в показателе, **знак неравенства меняется на противоположный**, то есть

если $\underline{0<a<1}$, то $a^{f(x)}<a^{g(x)}$ равносильно $f(x)>g(x)$

знак меняется на противоположный

Все показательные неравенства любого уровня сложности, в конечном итоге, сводятся к решению простейших показательных неравенств.

Пример 1.

Решить показательное неравенство: $2^{x+6}<8$

Решение:

Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого представим $8=2^3$. Получим:

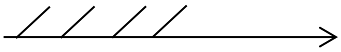
$2^{x+6}<2^3$

После того, как мы пришли к одному основанию 2 в правой и левой части неравенства, отбросим основание 2 и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Так как основание 2>1, то знак неравенства сохранится. Получим:

X+6<3

x<3-6

x<-3



-3

Ответ : $(-\infty; -3)$

Пример 2.

Решить показательное неравенство: $\left(\frac{1}{9}\right)^{x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

Решение:

Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого представим $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2}$. Получим:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

$$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right)^{x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

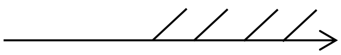
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

После того, как мы пришли к одному основанию $\frac{1}{3}$ в правой и левой части неравенства, отбросим основание $\frac{1}{3}$ и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Так как основание $0< \frac{1}{3} <1$, то знак неравенства поменяется на противоположный. Получим:

$2x \geq x - 1$

$2x - x \geq -1$

$x \geq -1$



-1

Ответ :$[-1;+\infty)$

Пример 3.

Решить показательное неравенство: $4^{x} \geq 32$

Решение:

Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Выразим все через 2:

$(2^{2})^{x} \geq 2^{5}$

$2^{2x} \geq 2^5$

Отбрасываем основание 2. Знак неравенства сохранится, так как 2>1и получим:

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2}$

$x \geq 2\frac{1}{2}$

Ответ :$[2\frac{1}{2};+\infty)$

Пример 4.

Решить показательное неравенство: $(0,5)^{2x}>0,125$

Решение:

Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого перейдем от десятичных дробей к обычным:

$$\left(\frac{5}{10}\right)^{2x} > \frac{125}{1000}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} > \frac{1}{8}$$

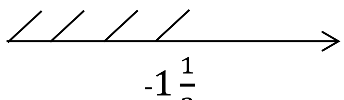
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3}$$

После того, как мы пришли к одному основанию $\frac{1}{2}$ в правой и левой части неравенства, отбросим основание $\frac{1}{2}$ и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Так как основание $0<\frac{1}{2}<1$, то знак неравенства поменяется на противоположный. Получим:

$2x<3$

$X<\frac{3}{2}$

$X< 1\frac{1}{2}$



Ответ :$(-\infty;\ 1\frac{1}{2})$

Пример 5.

Решить показательное неравенство $16^x>0,125$.

Решение:

Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого перейдем от десятичных дробей к обычным:

$16^x > \frac{125}{1000}$.

$16^x > \frac{1}{8}$

Выразим все через 2:

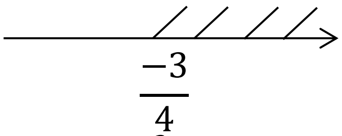
$(2^4)^{\,x} > \frac{1}{2^3}$

По свойствам степеней $\frac{1}{2^3} = 2^{-3}$. Таким образом получим:

$2^{4x} > 2^{-3}$ отбрасываем основание 2. Знак неравенства сохраняется:

4x>-3

$X > \frac{-3}{4}$



Ответ : $(\frac{-3}{4};+\infty)$

Пример 2.

Решить показательное неравенство $2^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Решение:

Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого воспользуемся свойствами степеней и представим корень в виде степени:

$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{-\frac{1}{3}}$

Таким образом, имеем:

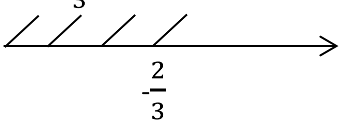
$2^{x-1} \leq 2^{-\frac{1}{3}}$

отбрасываем основание 2. Знак неравенства сохраняется:

$x-1 \leq -\frac{1}{3}$

$x \leq -\frac{1}{3} + 1$

$x \leq \frac{2}{3}$



Ответ :$(-\infty; -\frac{2}{3}]$

1. **Решите самостоятельно следующие показательные уравнения:**
   1. $0{,}2^{3x+2} \leq 5^{2x+3}$
   2. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} \cdot 8 > \sqrt{2}$