

**Переписать в тетрадь данный теоретический материал!
Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без
сокращений!**

Конспекты прислать ТОЛЬКО в ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ в КОНТАКТ
<https://vk.com/id588363475>

РАБОТЫ в КОММЕНТАРИЯХ НЕ ПРИНИМАЮ

1. Запишите в тетрадь тему урока и законспектируйте теоретический материал.

Тема «Показательные уравнения».

Показательным уравнением называется уравнение, содержащее переменную в показателях степеней при некоторых постоянных основаниях.

Например: 1) $5^{3x-1} = 125$ 2) $\frac{3}{4}^{x+3} = \frac{4}{3}^x$

Простейшим показательным уравнением является уравнение вида

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} (*), \text{ где } a > 0, a \neq 1.$$

При решении показательных уравнений необходимо:

1) Привести обе части уравнения к одному основанию

2) Воспользоваться свойством: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

При решении уравнений можно пользоваться формулами (свойства степеней):

1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	3) $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	5) $a^0 = 1$	> 7) $a^x \cdot b^x = (ab)^x$
2) $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	4) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	6) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	8) $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$

Пример 1. $6^{1-x} = \frac{1}{36^x}$

Решение. Приведем уравнение к виду (*). Для этого необходимо левую и правую часть уравнения привести к одному основанию. Придем к основанию 6.

Преобразуем левую часть уравнения: $\frac{1}{36^x} = \frac{1}{6^{2x}} = \frac{1}{6^{2x}} =$ по формуле 4 смотри выше = 6^{-2x} . Тогда получим:

$$6^{1-x} = 6^{-2x}$$

После того, как мы в левой и правой части уравнения пришли к одному основанию 6, воспользуемся свойством: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Из равенства двух степеней с одним основанием 6 следует равенство их показателей

$$1-x = -2x$$

$$-x+2x=-1$$

$$x = -1.$$

Ответ: $x = -1$.

Пример 2. $25^{3x-4} = \sqrt{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x+0,5}$

Решение. Приведем уравнение к виду (*). Для этого у степеней должно быть одно основание.

Приведем левую и правую часть уравнения к одному основанию 5, для этого применим формулы 6 и 4:

$$25^{3x-4} = \bar{5} \cdot \frac{1}{5}^{2x+0,5}$$

$$5^{2 \cdot 3x-4} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-1 \cdot 2x+0,5}$$

$$5^{6x-8} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-2x-0,5}$$

$$5^{6x-8} = 5^{\frac{1}{2}+(-2x-0,5)}$$

$$5^{6x-8} = 5^{0,5-2x-0,5}$$

$$5^{6x-8} = 5^{-2x}$$

После того, как мы в левой и правой части уравнения пришли к одному основанию 5, воспользуемся свойством: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Из равенства двух степеней с одним основанием 5 следует равенство их показателей

$$6x-8=-2x;$$

$$6x+2x=8$$

$$8x=8;$$

$$x=1.$$

Ответ: $x=1$.

Пример 3. $\frac{1}{9}^x = \frac{1}{3}^{x-1}$

Решение. Сначала приведем к одному основанию $\frac{1}{3}$ в левой и в правой части. Для этого

представим $\frac{1}{9} = \frac{1}{3}^2$. Получим:

$$\frac{1}{9}^x = \frac{1}{3}^{x-1}$$

$$\frac{1}{3}^{2 \cdot x} = \frac{1}{3}^{x-1}$$

$$\frac{1}{3}^{2x} = \frac{1}{3}^{x-1}$$

После того, как мы пришли к одному основанию $\frac{1}{3}$ в правой и левой части уравнения,

отбросим основание $\frac{1}{3}$ и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Получим:

$$2x = x - 1$$

$$2x - x = -1$$

$$x = -1$$

$$\text{Ответ : } x = -1$$

Пример 4. $(0,5)^{2x} = 0,125$

Решение. Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого перейдем от десятичных дробей к обычным:

$$\frac{5}{10}^{2x} = \frac{125}{1000}$$
$$\frac{1}{2}^{2x} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2}^{2x} = \frac{1}{2}^3$$

После того, как мы пришли к одному основанию $\frac{1}{2}$ в правой и левой части уравнения, отбросим основание $\frac{1}{2}$ и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Получим:

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = 1\frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ : } x = 1\frac{1}{2}$$

Пример 5. $16^x = 0,125$.

Решение. Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого перейдем от десятичных дробей к обычным:

$$16^x > \frac{125}{1000}$$

$$16^x > \frac{1}{8}$$

Выразим все через 2:

$$(2^4)^x > \frac{1}{2^3}$$

По формуле 4 получим: $\frac{1}{2^3} = 2^{-3}$. Таким образом:

$2^{4x} > 2^{-3}$ После того, как мы пришли к одному основанию 2 в правой и левой части уравнения, отбросим основание 2 и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Получим:

$$4x = -3$$

$$x = \frac{-3}{4}$$

$$\text{Ответ : } x = \frac{-3}{4}$$

Пример 6. $2^{x-1} = \frac{1}{3\frac{1}{2}}$

Решение. Сначала придем к одному основанию в левой и в правой части. Для этого воспользуемся формулой 6 и представим корень в виде степени. Затем воспользуемся формулой 4:

$$\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{-\frac{1}{3}}$$

Таким образом, имеем:

$$2^{x-1} = 2^{-\frac{1}{3}}$$

После того, как мы пришли к одному основанию 2 в правой и левой части уравнения, отбросим основание 2 и перейдем к выражениям, стоящим в степени. Получим:

$$x-1 = -\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3} + 1$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{3}$$

2. Решите самостоятельно следующие показательные уравнения:

1) $0,5^{3x+2} = 4$

2) $\frac{1}{5}^{x+4} \cdot 5 = \bar{5}$

3) $\frac{1}{81}^{x-3} = 9^x \cdot 3$