

Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне **ТОЛЬКО** В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

<https://vk.com/id588363475>

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ **НЕ ПРИНИМАЮ!!!**

1. Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Обязательно укажите тему урока!

Тема « Логарифмические неравенства»

Неравенство, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Простейшим логарифмическими неравенствами являются неравенство вида:

$$1) \log_a f(x) < b$$

($\log_a f(x) > b$, $\log_a f(x) \leq b$, $\log_a f(x) \geq b$), где $a > 1$, $a \neq 1$.

$$2) \log_a f(x) < \log_a g(x)$$

($\log_a f(x) > \log_a g(x)$, $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$, $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$),

где $a > 1$, $a \neq 1$.

При решении логарифмического неравенства вида: $\log_a f(x) < b$ необходимо учесть область определения логарифмической функции $f(x) > 0$ и применить определение логарифма: $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$. Учитывая основание логарифмической функции получим:

1) если основание $a > 1$, то знак неравенства не меняется,

$$\text{то есть } \log_a f(x) < b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < a^b \end{cases}$$

знак не меняется

2) если основание $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный.

$$\text{то есть } \log_a f(x) < b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) > a^b \end{cases}$$

знак меняется на противоположный

При решении логарифмического неравенства вида: $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ необходимо учесть область определения логарифмических функций : $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$ и, так как основания логарифмических функций в правой и левой части неравенства одинаковые, то необходимо провести операцию потенцирования (избавления от знака логарифма). Учитывая основание логарифмической функции получим:

2) если основание $a > 1$, то знак неравенства не меняется,

$$\text{то есть } \log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

знак не меняется

2) если основание $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный.

$$\text{то есть } \log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

знак меняется на противоположный

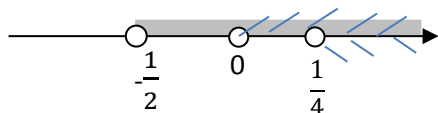
Пример 1. Решите неравенство: $\log_3(2x + 1) < \log_3 6x$

Решение. основания логарифмических функций в правой и левой части неравенства одинаковые. Данное неравенство подходит под второй простейший вид. Так как основание логарифма $3 > 1$, то знак неравенства не меняется,

$$\text{то есть } \log_3(2x + 1) < \log_3 6x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 > 0 \\ 6x > 0 \\ 2x + 1 < 6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -1 \\ x > \frac{0}{6} \\ 2x - 6x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

знак не меняется

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-1}{2} \\ x > \frac{0}{6} \\ -4x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x > 0 \\ x > \frac{-1}{-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x > 0 \\ x > \frac{1}{4} \end{cases}$$



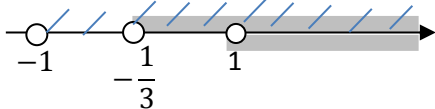
Ответ: $x \in \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

Пример 2. Решите неравенство: $\log_{0,5}(3x + 1) < \log_{0,5}(x - 1)$

Решение. основания логарифмических функций в правой и левой части неравенства одинаковые. Данное неравенство подходит под второй простейший вид. Так как основание логарифма $0 < 0,5 < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный.

$$\text{то есть } \log_{0,5} \log_{0,5}(3x + 1) < \log_{0,5}(x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \\ 3x + 1 > x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

знак меняется на противоположный

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x > -1 \\ x > 1 \\ 3x - x > -1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-1}{3} \\ x > 1 \\ 2x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x > 1 \\ x > \frac{-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x > 1 \\ x > -1 \end{cases}$$


Ответ: $x \in (1; +\infty)$

Пример 3. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(5 - 2x) \geq -2$.

Решение. Данное неравенство подходит под первый простейший вид. При его решении необходимо учесть область определения логарифмической функции и применить определение логарифма: $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$. Так как основание $0 < \frac{1}{3} < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный,

$$\text{то есть } \log_{\frac{1}{3}}(5 - 2x) \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2x > 0 \\ 5 - 2x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x > -5 \\ 5 - 2x \leq 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

знак меняется на противоположный

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{-5}{-2} \\ 5 - 2x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ -2x \leq 9 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2\frac{1}{2} \\ -2x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2\frac{1}{2} \\ x \geq \frac{4}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2\frac{1}{2} \\ x \geq -2 \end{cases}$$


Ответ: $x \in [-2; 2,5)$

Пример 4. Решите неравенство: $\log_{25}(5x - 10) < \frac{1}{2}$.

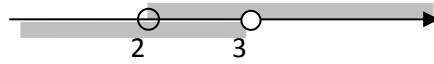
Решение. Данное неравенство подходит под первый простейший вид. При его решении необходимо учесть область определения логарифмической функции и применить определение логарифма: $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$. Так как основание $25 > 1$, то знак неравенства не меняется,

$$\text{то есть } \log_{25}(5x - 10) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 10 > 0 \\ 5x - 10 < 25^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 10 \\ 5x - 10 < \sqrt{25} \end{cases} \Leftrightarrow$$

знак не меняется

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{10}{5} \\ 5x - 10 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 5x < 5 + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 5x < 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{15}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$$



Ответ: $x \in (2; 3)$

Выполните самостоятельно следующее задание

Решите логарифмические неравенства:

а) $\log_4(x - 2) < 2$;

б) $\log_{\frac{1}{3}}(3 - 2x) \geq -1$

в) $\log_{\frac{1}{4}}(-2x + 1) > \log_{\frac{1}{4}}(4x - 1)$

г) $\log_2(4x + 4) \leq \log_2(-6x - 1)$