

Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО в ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

<https://vk.com/id588363475>

РАБОТЫ В КОММЕНТАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

1. Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Обязательно укажите тему урока! То, что выделено красным в тексте в тетрадь не переписывать!

Тема «Свойства логарифмов. Основное логарифмическое тождество».

На прошлом занятии мы изучили определение логарифма числа и основное логарифмическое тождество, рассмотрели десятичные логарифмы. Сегодня рассмотрим основные свойства логарифмов.

Свойства логарифмов:

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, \alpha \in \mathbb{R}$$

1. Логарифм единицы.

Логарифм числа 1 по основанию a равен 0:

$$\log_a 1 = 0$$

2. Логарифм основания.

Логарифм числа a по основанию a равен 1:

$$\log_a a = 1$$

Это возможно потому, что из любого действительного числа можно получить 1 только возведя его в нулевую степень.

3. Логарифм произведения.

Логарифм произведения положительных чисел равен сумме логарифмов сомножителей:

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

4. Логарифм частного.

Логарифм частного положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

5. Логарифм степени.

Логарифм степени равен произведению показателя степени на знак логарифма:

$$\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$$

6. Логарифм степени.

Если в основании логарифма находится степень, то величину, обратную показателю степени, можно вынести за знак логарифма

$$\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \cdot \log_a b$$

Пример 1 Найти значение выражения

$$\log_2 16$$

Решение: Из первого свойства логарифмов $\log_a a = 1$

Наша задача: преобразовать данное выражение так, чтобы основание и число, находящиеся под логарифмом были одинаковые. Мы имеем основание 2 и число, находящиеся под логарифмом 16. Выразим все через 2. Для этого представим число, находящиеся под логарифмом, в виде степени 2, получим:

$$\log_2 16 = \log_2 2^4$$

Выносим степень 4 из под знака логарифма, как коэффициент, (согласно свойству 5: $\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$) и получим:

$$\log_2 2^4 = 4 \log_2 2$$

Учитывая, что по свойству 1: $\log_2 2 = 1$, окончательно получим:

$$4 \log_2 2 = 4 \cdot 1,$$

В общем виде решение будет выглядеть так:

$$\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4 \cdot 1$$

Пример 2 Найти значение выражения

$$\log_3 \frac{1}{81}$$

Решение: аналогично примеру 1 : представим основание и число, находящиеся под логарифмом, в виде степени 3:

$$\log_3 \frac{1}{81} = \log_3 \frac{1}{3^4} = \log_3 3^{-4}$$

Выносим степень -4 из под знака логарифма, как коэффициент (согласно свойству 5)

$$\log_3 3^{-4} = -4 \cdot \log_3 3$$

Учитывая, что по свойству 1: $\log_3 3 = 1$, окончательно получим:

$$-4 \cdot \log_3 3 = -4 \cdot 1 = -4$$

В общем виде решение будет выглядеть так:

$$\log_3 \frac{1}{81} = \log_3 \frac{1}{3^4} = \log_3 3^{-4} = -4 \cdot \log_3 3 = -4 \cdot 1 = -4$$

Пример 3 Найти значение выражения $\log_{0,2} 0,04$

Решение: аналогично примеру 1 (смотри решение примера 1) получим:

$$\log_{0,2} 0,04 = \log_{0,2} 0,2^2 = 2 \log_{0,2} 0,2 = 2$$

Пример 4 Найти значение выражения $\log_{\frac{1}{5}} 5$

Решение: представим основание и число, находящиеся под логарифмом, в виде степени 5:

$$\log_{\frac{1}{5}} 5 = \log_{5^{-1}} 5$$

Выносим степень -1 из под знака логарифма, как коэффициент, (согласно свойству

$$6 \log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \cdot \log_a b) \text{ и получим: } \log_{5^{-1}} 5 = \frac{1}{-1} \cdot \log_5 5 = -1 \cdot \log_5 5$$

учитывая, что $\log_5 5 = 1$ получим: $-1 \cdot \log_5 5 = -1 \cdot 1 = -1$

В общем виде решение будет выглядеть так:

$$\log_{\frac{1}{5}} 5 = \log_{5^{-1}} 5 \log_{\frac{1}{5}} 5 = \log_{5^{-1}} 5 \log_{\frac{1}{5}} 5 = \log_{5^{-1}} 5$$

Пример 5 Найти значение выражения

$$\log_{\sqrt{5}} 5$$

Решение: представим основание и число, находящиеся под логарифмом, в виде степени 5:

$$\log_{\sqrt{5}} 5 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5$$

Выносим степень $\frac{1}{2}$ из под знака логарифма, как коэффициент, (согласно свойству 6

$$\log_a a^b = \frac{1}{a} \cdot \log_a b) \text{ и получим: } \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \log_5 5$$

$$\text{и учитывая, что } \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2, \text{ получим: } \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \log_5 5 = 2 \cdot \log_5 5$$

$$\text{также учитывая, что } \log_5 5 = 1 \text{ получим: } 2 \cdot \log_5 5 = 2 \cdot 1 = 2$$

В общем виде решение будет выглядеть так:

$$\log_{\sqrt{5}} 5 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \log_5 5 = 2 \cdot \log_5 5 = 2 \cdot 1 = 2$$

Пример 6 Найти значение выражения

$$\log_{\frac{1}{3}} 9$$

Решение: представим основание и число, находящиеся под логарифмом, в виде степени 3,

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = \log_{3^{-1}} 9 = \log_{3^{-1}} 3^2$$

Выносим степень 2 из под знака логарифма, как коэффициент, согласно свойству 5 и выносим степень -1 из под знака логарифма согласно свойству 6, а также учитывая, что $\log_3 3 = 1$ получим:

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = \log_{3^{-1}} 3^2 = 2 \cdot \frac{1}{-1} \cdot \log_3 3 = 2 \cdot -1 \cdot 1 = -2$$

Пример 7 Вычислить: $\log_6 12 + \log_6 3$

Решение: Применим свойство 3 логарифмов и получим:

$$\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 12 \cdot 3 = \log_6 36$$

$$\text{Далее вычисляем логарифм: } \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2 \cdot \log_6 6 = 2 \cdot 1 = 2$$

Пример 8 Вычислить: $\log_2 15 - \log_2 30$

Решение: Применим свойство 4 и получим:

$$\log_2 15 - \log_2 30 = \log_2 \frac{15}{30} = \log_2 \frac{1}{2}$$

$$\text{Далее вычисляем логарифм: } \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1 \cdot \log_2 2 = -1 \cdot 2 = -2$$

Пример 9 Вычислить: $\log_3 8,1 + \log_3 10$

Решение:

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 8,1 \cdot 10 = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \cdot \log_3 3 = 4 \cdot 1 = 4$$

Пример 10 Вычислить: $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$

Решение:

$$\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9} = \log_3 (7 : \frac{7}{9}) = \log_3 (7 \cdot \frac{9}{7}) = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \cdot \log_3 3 = 2 \cdot 1 = 2$$

2. Закрепление пройденного материала:

Выполните следующие задания:

Задание 1.

Вычислите:

$$\log_{0,2} 5,$$

$$\log_2 8$$

$$\log_4 16$$

$$\log_3 \frac{1}{9}$$

$$\log_5 \frac{1}{5}$$

$$\log_{25} 5$$

Задание 2.

А) Используя свойство логарифмов $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$, найдите значение выражений:

1. $\log_6 2 + \log_6 3 =$

2. $\lg 40 + \lg 25 =$

Б) Используя свойство логарифмов $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, найдите значение выражений:

1. $\log_2 15 - \log_2 30 =$

2. $\log_3 162 - \log_3 6 =$