

# Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне **ТОЛЬКО** в ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ <https://vk.com/id588363475>  
РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ **НЕ ПРИНИМАЮ!!!**

*1. Переписать в тетрадь данный теоретический материал!  
Обязательно укажите тему урока! То, что выделено красным в тексте в тетрадь не переписывать!*

## Тема «Логарифм числа. Десятичные логарифмы. Основное логарифмическое тождество».

**Логарифм** по основанию  $a$  от числа  $b$  — это степень, в которую надо возвести число  $a$ , чтобы получить число  $b$ .

Обозначение:  $\log_a b$  где  $a$  — это основание логарифма,  $b$  — это аргумент логарифма.

Важно понимать, что логарифм — это выражение с двумя переменными (основание и аргумент). Из определения логарифма следует:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$$

**Запомните, что именно основание (оно выделено зеленым) возводится в степень. Чтобы было легче, можно запоминать так — основание всегда остается внизу (и в первом, и во втором выражении а внизу)!**

Из определения следует два важных факта:

1. Аргумент и основание всегда должны быть больше нуля ( $b > 0, a > 0$ ). Это следует из определения степени рациональным показателем, к которому сводится определение логарифма.
2. Основание должно быть отличным от единицы ( $a \neq 1$ ), поскольку единица в любой степени все равно остается единицей. **Из-за этого вопрос «какую степень надо возвести единицу, чтобы получить двойку» лишен смысла. Нет такой степени!**

Такие ограничения называются **областью допустимых значений (ОДЗ)**.

Получается, что ОДЗ логарифма выглядит так:  $\log_a b = x \Rightarrow b > 0, a > 0, a \neq 1$ .

Заметьте, что никаких ограничений на число  $x$  (значение логарифма) не накладываем. Оно может быть отрицательным.

Посчитать логарифм — это значит избавиться от знака «log».

### Пример 1.

Вычислить  $\log_2 8$

Решение: Чтобы вычислить данный логарифм, необходимо приравнять его к  $X$  и воспользоваться правилом:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$$

Получим:  $\log_2 8 = x \Leftrightarrow 8 = 2^x$ . Найдем  $x$ .

Для этого решим показательное уравнение

$$2^x=8$$

$$2^x=2^3$$

$$x=3$$

Таким образом,  $\log_2 8=3$

Аналогично решаются следующие примеры:

Вычислить  $\log_3 81$

Вычислить  $\log_5 125$

Вычислить  $\log_4 256$

Вычислить  $\log_7 343$

$$\log_3 81 = x$$

$$3^x=81$$

$$3^x=3^4$$

$$x=4$$

$$\log_3 81=4$$

$$\log_5 125 = x$$

$$5^x=125$$

$$5^x=5^3$$

$$x=3$$

$$\log_5 125 = 3$$

$$\log_4 256 = x$$

$$4^x=256$$

$$4^x=4^4$$

$$x=4$$

$$\log_4 256=4$$

$$\log_7 343 = x$$

$$7^x=343$$

$$7^x=7^3$$

$$x=3$$

$$\log_7 343 = 3$$

Для некоторых логарифмов в математике введены специальные обозначения. Это связано с тем, что такие логарифмы встречаются особенно часто. К таким логарифмам относятся десятичный логарифм. Для него справедливы все правила, что и для обычных логарифмов.

### Десятичный логарифм

Десятичный логарифм обозначается  $\lg$  и имеет основание 10,

т.е.  $\log_{10}$  обозначается  $\lg$

Чтобы вычислить десятичный логарифм, нужно 10 возвести в степень  $X$ .

Например, чтобы вычислить  $\lg 100$ , надо:  $\lg 100=x$

$$10^x=100$$

$$10^x=10^2$$

$$X=2$$

Таким образом,  $\lg 100=2$

Исходя из определения логарифма  $\log_a b=x \Leftrightarrow b = a^x$ , легко получить следующее свойство, которое называется **основным логарифмическим тождеством**. Для этого достаточно подставить во вторую формулу вместо  $x$  его выражение из первой формулы:

$$\log_a b=x \Leftrightarrow b = a^x$$

$$b = a^{\log_a b}$$

В результате получаем:  $a^{\log_a b} = b$ .

$a^{\log_a b} = b$  Это выражение называется основным логарифмическим тождеством.

**Пример 2** Вычислите значение  $x$

а)  $\log_4 x = -3$

б)  $\log_x \frac{1}{8} = -3$

в)  $\log_3 x = 3$

г)  $\log_8 x = \frac{2}{3}$

Решение воспользуемся определением логарифма:  $\log_a b=x \Leftrightarrow b = a^x$  и получим:

а)  $\log_4 x = -3 \Rightarrow x = 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

$$\text{б) } \log_x \frac{1}{8} = -3 \Rightarrow x^{-3} = \frac{1}{8} \text{ возведем обе части уравнения в степень } -\frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$(x^{-3})^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow x^1 = \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow x = 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\text{в) } \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 3^3 = 27$$

$$\text{г) } \log_8 x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

**Пример 3:** Найдите значение выражений

$$1. \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 2}$$

$$2. 17^{\log_{17} \frac{3}{5}}$$

$$3. 8^{-2 \log_8 5}$$

$$4. 4^{1 + \log_4 5}$$

$$5. 3^{2 - \log_3 18}$$

Решение: воспользуемся основным логарифмическим тождеством

$a^{\log_a b} = b$  и получим

$$1. \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 2} = 2;$$

$$2. 17^{\log_{17} \frac{3}{5}} = \frac{3}{5};$$

$$3. 8^{-2 \log_8 5} = (8^{\log_8 5})^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25};$$

$$4. 4^{1 + \log_4 5} = 4^1 \cdot 4^{\log_4 5} = 4 \cdot 5 = 20;$$

$$5. 3^{2 - \log_3 18} = 3^2 : 3^{\log_3 18} = 9 : 18 = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}.$$

**2. Закрепление пройденного материала:**

**Выполните самостоятельно в тетради следующие задания:**

**(смотри решение аналогичных примеров в теории и делай, оформляй точно также!!!)**

**Задание 1.** Вычислите значение  $x$

$$\log_5 5 = x;$$

$$\log_9 3 = x;$$

$$\log_x 8 = -\frac{1}{2};$$

$$\log_{16} x = \frac{3}{4}$$

**Задание 2.** Найдите значение выражений, используя основное логарифмическое тождество и свойства степеней:

$$\text{а) } 3^{\log_3 8}; \quad \text{б) } (\sqrt{7})^{4 + \log_{\sqrt{7}} 0,5}; \quad \text{в) } 10^{\lg 5 - 0,5};$$

$$\text{г) } 6^{-3 \log_6 2}$$