Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

https://vk.com/id588363475

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

Функция двух аргументов. Частные производные.

Функцией двух переменных называется закон, по которому каждой паре значений независимых переменных (аргументов) x, y из области определения соответствует значение зависимой переменной z (функции). Обозначается $z = f\ (x;\ y)$, при этом переменные x , y называются *независимыми переменными* или *аргументами*, а буковка z – *зависимой переменной* или *функцией*. Такая функция имеет следующий вид: $z = f\ (x;\ y)$, при этом переменные x и y называются *независимыми переменными* или *аргументами*, а буковка z – *зависимой переменной* или *функцией*.

Пример: $z = 2x^2 y^3 + 3x + 5y - 7$– функция двух переменных.

Иногда используют запись $f\,(x;\,y) = 2x^2 y^3 + 3x + 5y - 7$.

Частные производные – это почти то же самое, что и «обычные» производные функцииодной переменной**.** У функции двух переменных есть две частные производные. Они обозначаются:

z_x - частная производная по «икс»; z_y - частная производная по «игрек».

Для частных производных справедливы все правила дифференцирования и таблицапроизводных элементарных функций**:**

Формулы производных. Даны функции $u = u(x)$ и $v = v(x)$, которые имеют производные в точках. Для них справедливы следующие формулы:

сумма: $(u+v)' = u' + v'$,

разность: $(u-v)' = u' - v'$,

произведение: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$,

Таблица производных

1. $(c)' = 0,\ c = const$
2. $(cu)' = c \cdot u',\ c = const$
3. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
4. $(x)' = 1$
5. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
6. $(e^x)' = e^x$
7. $(Ln\,x)' = \dfrac{1}{x}$
8. $(Log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$
9. $(\sin x)' = \cos x$
10. $(\cos x)' = -\sin x$
11. $(tg\,x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
12. $(ctg\,x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
13. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15. $(arctg\,x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
16. $(arcctg\,x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Правило вычисления частных производных: когда мы находим частную производную по «икс», то переменная y считается константой (постоянным числом)**,** а когда мы находимчастную производную по «игрек», то переменная $\boldsymbol{x}$ считается константой (постоянным числом)**.**

Пример 1

Найти частные производные функции двух переменных $z = 2x^2 y^3 + 3x^4 + 5y - 7$

Решение:

В первую очередь обычно находят z'_x :

Первое, что мы делаем при нахождении частной производной – заключаем всю функцию в скобки под штрих с подстрочным индексом:

$z'_x = (2x^2 y^3 + 3x^4 + 5y - 7)'$

Далее используем правило дифференцирования (правило суммы): $(u \pm v)' = u' \pm v'$ иправило 5: $(Cu)' = Cu'$ (постоянный множитель выносится за знак производной).

Когда мы находим частную производную по «икс», то переменная y считается константой(постоянным числом),

Обратите внимание на первое слагаемое: так как y **считается константой, а любую константу можно вынести за знак производной**, то y^3 мы выносим за скобки. То есть в данной ситуации y^3 ничем не лучше обычного числа. Теперь посмотрим на третье слагаемое $5y$:здесь, наоборот, выносить нечего. Так как y константа, то $5y$ – тоже константа, и в этом смысле она ничем не лучше последнего слагаемого – «семерки».
Используем табличные производные $(C)' = 0$ и $(x^n)' = nx^{n-1}$

$$z'_x = (2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7)'_x = (2x^2y^3)' + (3x^4)' + (5y)' - (7)' =$$

$z'_x = (2x^2 y^3 + 3x^4 + 5y - 7)' = (2x^2 y^3)' + (3x^4)' + (5y)' - (7)' =$

$$= 2y^3(x^2)' + 3(x^4)' + 0 - 0 = 2y^3 \cdot 2x + 3 \cdot 4x^3 = 4y^3x + 12x^3$$

Теперь найдём $z'y$.

Используем те же правила $(u \pm v)' = u' \pm v'$, $(Cu)' = Cu'$.

когда мы находим частную производную по «игрек», то переменная x **считается константой (постоянным числом)**. Тогда в первом слагаемом выносим константу x^2 за знакпроизводной, во втором слагаемом ничего вынести нельзя поскольку $3x^4$ – уже константа.

Используем таблицу производных элементарных функций. **Мысленно поменяем в таблице все**

«иксы» на «игреки». То есть данная таблица справедлива и для y **(да и вообще почти для любой буквы)**. В частности, используемые нами формулы выглядят так: $(C)' = 0$ и $(y^n)' = ny^{n-1}$.

$z_y^{/} == (2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7)^{/} = (2x^2y^3)^{/} + (3x^4)^{/} + (5y)^{/} - (7)^{/} = 2x^2(y^3)^{/} + 0 + 5(y)^{/} + 0 = 2x^2 \cdot 3y^2 + 5 \cdot 1 = 6x^2y^2 + 5$

Пример 2

Найти частные производные первого порядка функции $z = yx^3$

Решение: найдём частную производную по «икс»:

Используем правило дифференцирования (производная произведения)

$(u\upsilon)' = u\upsilon' + \upsilon u'$

$z_x^{/} = (y \cdot x^3)^{/} = (y)^{/} \cdot x^3 + y \cdot (x^3)^{/} = 0 \cdot x^3 + y \cdot 3x^2 = 3yx^2$

Когда мы находим частную производную по «икс», то переменная *y* считается константой (постоянным числом), Учитывая, что производная константы=0 и применяя формулу дифференцирования $(x^n)' = nx^{n-1}$, получим:

$z_x^{/} = (y \cdot x^3)^{/} = (y)^{/} \cdot x^3 + y \cdot (x^3)^{/} = 0 \cdot x^3 + y \cdot 3x^2 = 3yx^2$

Теперь найдём частную производную по «игрек»

Используем правило дифференцирования (производная произведения)

$(u\upsilon)' = u\upsilon' + \upsilon u'$

$z_y^{/} = (y \cdot x^3)^{/} = (y)^{/} \cdot x^3 + y \cdot (x^3)^{/} = 1 \cdot x^3 + y \cdot 0 = x^3$

Когда мы находим частную производную по «игрек», то переменная *x* считается константой (постоянным числом). Учитывая, что производная константы=0, $y' = 1$ и применяя формулу дифференцирования $(y^n)' = ny^{n-1}$, получим:

$z_y^{/} = (y \cdot x^3)^{/} = (y)^{/} \cdot x^3 + y \cdot (x^3)^{/} = 1 \cdot x^3 + y \cdot 0 = x^3$

Ответ: $z_x^{/} = 3yx^2$, $z_y^{/} = x^3$