Переписать в тетрадь данный теоретический материал! Вместе с примерами и со всеми пояснениями! Без сокращений!

Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

https://vk.com/id588363475

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

Функция двух аргументов. Частные производные.

Сегодня на уроке вы должны выполнять практическую работу по теме «Функцией двух переменных. Частные производные ». Так тетрадей с теоретическим материалом у вас нет (у многих) то я вам напомню теорию. Ее переписывать в тетрадь не надо. Мне присылаете только выполненную практическую работу!!!

Функцией двух переменных называется закон, по которому каждой паре значений независимых переменных (аргументов) x, y из области определения соответствует значение зависимой переменной z (функции). Обозначается $z = f\,(x;\ y)$, при этом переменные x , y называются *независимыми переменными* или *аргументами*, а буковка z – *зависимой переменной* или *функцией*. Такая функция имеет следующий вид: $z = f\,(x;\ y)$, при этом переменные x и y называются *независимыми переменными* или *аргументами*, а буковка z – *зависимой переменной* или *функцией*.

Пример: $z = 2x^2 y^3 + 3x + 5y - 7$– функция двух переменных.

Иногда используют запись $f\,(x;\ y) = 2x^2 y^3 + 3x + 5y - 7$.

Частные производные – это почти то же самое, что и «обычные» производные функцииодной переменной**.** У функции двух переменных есть две частные производные. Они обозначаются:

z_x - частная производная по «икс»; z_y - частная производная по «игрек».

Для частных производных справедливы все правила дифференцирования и таблицапроизводных элементарных функций**:**

Формулы производных. Даны функции $u = u(x)$ и $v = v(x)$, которые имеют производные в точках. Для них справедливы следующие формулы:

сумма:	$(u + v)' = u' + v'$,
разность:	$(u - v)' = u' - v'$,
произведение:	$(u \cdot v)' = u'v + uv'$,

Таблица производных

1.	$(c)' = 0,\ c = const$	9.	$(\sin x)' = \cos x$
2.	$(cu)' = c \cdot u',\ c = const$	10.	$(\cos x)' = -\sin x$
3.	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	11.	$(tg\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
4.	$(x)' = 1$	12.	$(ctg\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
5.	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	13.	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
6.	$(e^x)' = e^x$	14.	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
7.	$(Ln\, x)' = \frac{1}{x}$	15.	$(arctg\, x)' = \frac{1}{1+x^2}$
8.	$(Log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	16.	$(arcctg\, x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Правило вычисления частных производных: когда мы находим частную производную по «икс», то переменная y считается константой (постоянным числом)**,** а когда мы находимчастную производную по «игрек», то переменная ***x*** считается константой (постоянным числом)**.**

Пример 1

Найти частные производные функции двух переменных $z = 2x^2 y^3 + 3x^4 + 5y - 7$

Решение:

В первую очередь обычно находят z'_x :

Первое, что мы делаем при нахождении частной производной – заключаем всю функцию в скобки под штрих с подстрочным индексом:

$z'_x = (2x^2 y^3 + 3x^4 + 5y - 7)'$

Далее используем правило дифференцирования (правило суммы): $(u \pm v)' = u' \pm v'$ иправило 5: $(Cu)' = Cu'$ (постоянный множитель выносится за знак производной).

Когда мы находим частную производную по «икс», то переменная *y* считается константой(постоянным числом),

Обратите внимание на первое слагаемое: так как y **считается константой, а любую константу можно вынести за знак производной**, то y^3 мы выносим за скобки. То есть в данной ситуации y^3 ничем не лучше обычного числа. Теперь посмотрим на третье слагаемое 5 y :здесь, наоборот, выносить нечего. Так как y константа, то 5 y – тоже константа, и в этом смысле она ничем не лучше последнего слагаемого – «семерки».

Используем табличные производные $(C)' = 0$ и $(x^n)' = nx^{n-1}$

$$z'_x = (2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7)'_x = (2x^2y^3)' + (3x^4)' + (5y)' - (7)' =$$

$z'_x = (2x^2 y^3 + 3x^4 + 5y - 7)' = (2x^2 y^3)' + (3x^4)' + (5y)' - (7)' =$

$$= 2y^3(x^2)' + 3(x^4)' + 0 - 0 = 2y^3 \cdot 2x + 3 \cdot 4x^3 = 4y^3x + 12x^3$$

Теперь найдём $z'y$.

Используем те же правила $(u \pm v)' = u' \pm v'$, $(Cu)' = Cu'$.

когда мы находим частную производную по «игрек», то переменная x **считается константой (постоянным числом)**. Тогда в первом слагаемом выносим константу x^2 за знакпроизводной, во втором слагаемом ничего вынести нельзя поскольку $3x^4$ – уже константа.

Используем таблицу производных элементарных функций. **Мысленно поменяем в таблице все**

«иксы» на «игреки». То есть данная таблица справедлива и для y **(да и вообще почти для любой буквы)**. В частности, используемые нами формулы выглядят так: $(C)' = 0$ и $(y^n)' = ny^{n-1}$.

$z'_y == (2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7)' = (2x^2y^3)' + (3x^4)' + (5y)' - (7)' = 2x^2(y^3)' + 0 + 5(y)' + 0 = 2x^2 \cdot 3y^2 + 5 \cdot 1 = 6x^2y^2 + 5$

Пример 2

Найти частные производные первого порядка функции $z = yx^3$

Решение: найдём частную производную по «икс»:

Используем правило дифференцирования (производная произведения)

$(u\upsilon)' = u\upsilon' + \upsilon u'$

$z'_x = (y \cdot x^3)' = (y)' \cdot x^3 + y \cdot (x^3)' = 0 \cdot x^3 + y \cdot 3x^2 = 3yx^2$

Когда мы находим частную производную по «икс», то переменная y **считается константой (постоянным числом)**, Учитывая, что производная константы=0 и применяя формулу дифференцирования $(x^n)' = nx^{n-1}$, получим:

$z'_x = (y \cdot x^3)' = (y)' \cdot x^3 + y \cdot (x^3)' = 0 \cdot x^3 + y \cdot 3x^2 = 3yx^2$

Теперь найдём частную производную по «игрек»

Используем правило дифференцирования (производная произведения)

$(u\upsilon)' = u\upsilon' + \upsilon u'$

$z'_y = (y \cdot x^3)' = (y)' \cdot x^3 + y \cdot (x^3)' = 1 \cdot x^3 + y \cdot 0 = x^3$

Когда мы находим частную производную по «игрек», то переменная x **считается константой (постоянным числом)**. Учитывая, что производная константы=0, $y' = 1$ и применяя формулу дифференцирования $(y^n)' = ny^{n-1}$, получим:

$z'_y = (y \cdot x^3)' = (y)' \cdot x^3 + y \cdot (x^3)' = 1 \cdot x^3 + y \cdot 0 = x^3$

Ответ: $z'_x = 3yx^2$, $z'_y = x^3$

Оформляем практическую работу как положено (практическая работа №, тема, наименование, цель), затем решение задач.

Практическое занятие

Тема: Производная и дифференциал.

Наименование работы: Вычисление частных производных функций.

Цель: Отработать навыки вычисления частных производных функций.

Норма времени: 2 часа

Место проведения: кабинет «Математики»

Материально – техническое оснащение рабочего места: инструкционная карта, тетрадь, ручка.

Литература:

Основные источники:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия М.И. Башмаков.- 3-е изд...-М.: Издательский центр «Академия» 2017.

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика :алгебра и начала математического анализа, геометрия Задачник.М.И. Башмаков.- 3-е изд...-М.: Издательский центр «Академия» 2017.

Вступительный инструктаж, правила техники безопасность:

1. Работу выполнять строго по инструкционной карте.
2. Рабочее место держать в чистоте и порядке.
3. Посторонние вещи убрать.
4. Правила работы с книгами.

Вопросы для допуска к выполнению практической работе:$\frac{4}{x^3}$

1. Какая функция называется сложной?
2. Дайте определение функции нескольких переменных.
3. Опишите методику вычисления частных производных

Содержание и последовательность выполнения работы:

Выполните следующие задания по вариантам. Ваш вариант соответствует вашему номеру в этом списке:

1. Баширов А.
2. Грибанов И.
3. Гумеров К.
4. Иванов Д.
5. Коновалов В.
6. Калмыков И.
7. Латыпов Д.
8. Мусакаев Р.
9. Макеев Е.
10. Осинцев С.
11. Потапов В.
12. Прокопьев В.
13. Садыков А.
14. Усов А.
15. Фаритов В.
16. Чуев Д.
17. Яковлев И.

Задание: Найти частные производные функции двух переменных

1. а) $z = 2x^2 y^3 - 3x^4 - 5y - 7$

   б) $z = 4x^5 \cdot e^y$

2. а) $z = x^2 y - 4x\sqrt{y} - 7y^4 + 2$

   б) $z = \sin y \cdot 3x^4$

3. а) $z = 4x^4 y^5 + 5x^6 - 3y^3 - 2$

   б) $z = \ln x \cdot 4y^5$

4. а) $z = 5x^5 y^3 + 6x^2 - 2y^4 - 5$

   б) $z = \sqrt{y} \cdot \cos x$

5. а) $z = 3x^3 y^4 + 4x^5 + 6y^2 + 3$

   б) $z = 2y^5 \cdot \sqrt{x}$

6. а) $z = 6x^4 y^2 - 4x^4 + 5y^3 - 10$

   б) $z = \frac{3x^4}{e^y}$

7. а) $z = 2x^2 y^2 + 5x^3 - 3y^6 + 1$

   б) $z = \frac{3x^4}{e^y}$

8. а) $z = 3x^5 y^4 - 7x^3 - 6y^5 - 3$

   б) $z = \frac{\sin y}{\cos x}$

9. а) $z = 8x^3 y^3 - 4x^5 + 2y^7 + 9$

   б) $z = \frac{e^y}{\sin x}$

10. а) $z = 3x^6 y^3 + 8x^2 + 9y^3 - 4$

    б) $z = \frac{e^y}{4x^3}$

11. а) $z = 4x^4 y^5 + 5x^6 - 3y^3 - 2$

    б) $z = \ln x \cdot 4y^5$

12. а) $z = 2x^2 y^2 + 5x^3 - 3y^6 + 1$

    б) $z = \frac{3x^4}{e^y}$

13. а) $z = 3x^5 y^4 - 7x^3 - 6y^5 - 3$

    б) $z = \frac{\sin y}{\cos x}$

14. а) $z = x^2 y - 4x\sqrt{y} - 7y^4 + 2$

    б) $z = \sin y \cdot 3x^4$

15. а) $z = 6x^4 y^2 - 4x^4 + 5y^3 - 10$

    б) $z = \frac{3x^4}{e^y}$

16. а) $z = 4x^4 y^5 + 5x^6 - 3y^3 - 2$

б) $z = \ln x \cdot 4y^5$

17. а) $z = 3x^5 y^4 - 7x^3 - 6y^5 - 3$

б) $z = \frac{\sin y}{\cos x}$

После выполнения задания

Студент должен знать: понятие производной функции, свойства дифференциала; основные правила дифференцирования; понятие частных производных, правило вычисления частных производных.

Студент должен уметь: вычислять частные производные.

Окончательный инструктаж и задание на дом:

Основные источники: Л3 с. 211-213, С 213 №7.23-№7.26.

Дополнительные источники: Л.3 с.98-100

Задание для отчета.

1. Уметь вычислять частные производные.

2.Повторить темы: «Производная функции. Частные производные функции нескольких переменных»

Контрольные вопросы.

1. Правило вычисления частных производных.

Преподаватель: Бурова С.Г.