

СРЕДНЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

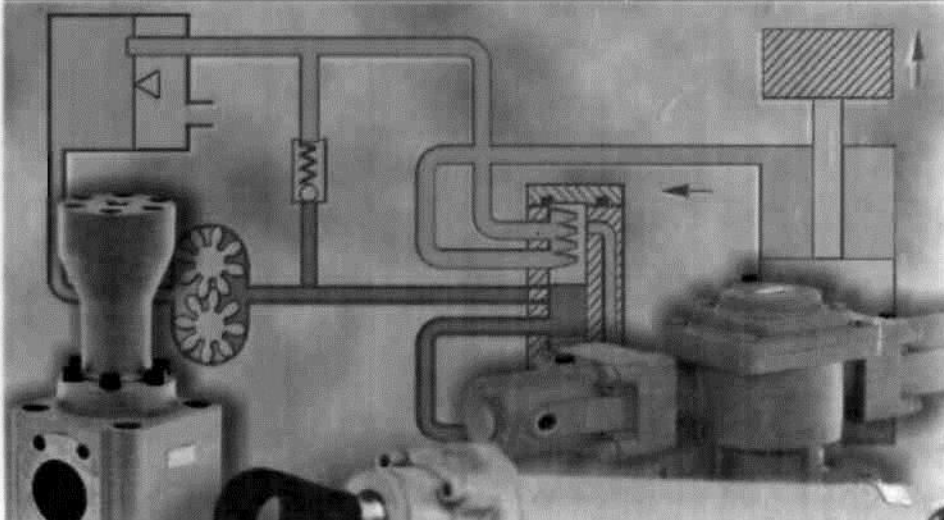
О. Н. Брюханов
А. Т. Мелик-Аракелян
В. И. Коробко

ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ И ТЕПЛОТЕХНИКИ

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

ACADEMA

УЧЕБНИК



О. Н. БРЮХАНОВ, А. Т. МЕЛИК-АРАКЕЛЯН, В. И. КОРОБКО

ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ И ТЕПЛОТЕХНИКИ

УЧЕБНИК

*Допущено
в качестве учебника для студентов
образовательных учреждений среднего профессионального
образования, обучающихся по специальности 2913
«Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования
промышленных и гражданских зданий»*

Москва


ACADEMA
2004

УДК 681.587.34:621.1(075.32)
ББК 30.123:31.3я723
Б89

Рецензенты:

д-р техн. наук, проф. МАИ Ю. К. Виноградов;
зав. кафедрой «Монтаж и эксплуатация оборудования
и систем газоснабжения» Московского колледжа
архитектуры и строительных искусств Н. И. Павлова

Брюханов О. Н.
Б89 Основы гидравлики и теплотехники: Учебник для сред.
проф. образования / О. Н. Брюханов, А. Т. Мелик-Аракелян,
В. И. Коробко. — М.: Издательский центр «Академия», 2004. —
240 с.
ISBN 5-7695-1651-8

Изложены основные законы гидростатики, движения жидкости по
трубам, особенности движения газов по трубопроводам, виды и характе-
ристики насосов и вентиляторов, основные законы термодинамики, тер-
модинамических процессов и тепломассообмена.

Для студентов средних профессиональных учебных заведений. Может
быть полезен специалистам, занимающимся эксплуатацией систем водо-
и газоснабжения, отопления и вентиляции.

УДК 681.587.34:621.1(075.32)
ББК 30.123:31.3я723

ние

**Брюханов Олег Николаевич,
Мелик-Аракелян Аркадий Телемакович,
Коробко Владимир Иванович**

Основы гидравлики и теплотехники
Учебник

Редактор Е. М. Зубкович. Технический редактор Н. И. Горбачева
Компьютерная верстка: Г. Ю. Никитина. Корректор М. В. Дьяконова

Изд. № А-640-1. Подписано в печать 03.06.2004. Формат 60×90/16.
Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Бумага тип. № 2. Усл. печ. л. 15,0.
Тираж 8000 экз. Заказ № 13422.

Лицензия ИД № 02025 от 13.06.2000. Издательский центр «Академия».
Санитарно-эпидемиологическое заключение № 77.99.02.953.Д.003903.06.03 от 05.06.2003.
117342, Москва, ул. Бултерова, 17-Б, к. 222. Тел./факс: (095)330-1092, 334-8337.

Отпечатано на Саратовском полиграфическом комбинате.
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59.

ISBN 5-7695-1651-8 © Брюханов О. Н., Мелик-Аракелян А. Т., Коробко В. И., 2004
© Издательский центр «Академия», 2004

ВВЕДЕНИЕ

Гидравликой называется наука, изучающая законы равновесия и движения жидкостей и разрабатывающая методы их применения для решения практических задач.

Название «гидравлика» происходит от сочетания греческих слов «hýdōr» — вода и «aulós» — труба, желоб. Первоначально она представляла собой учение о движении воды по трубам. С развитием техники область применения законов гидравлики существенно расширилась. На законах гидравлики основан расчет разнообразных гидротехнических сооружений (например, плотин, каналов, водосливов), трубопроводов для подачи различных жидкостей, гидромашин (насосов, гидротурбин, гидропередач), а также других гидравлических устройств, применяемых во многих областях техники.

Теплотехникой называется наука, изучающая технические средства превращения природных энергоресурсов (топлива, в том числе ядерного, теплоты недр Земли, излучения Солнца) в непосредственно используемые формы энергии: тепловую, механическую, электрическую. Она включает в себя техническую термодинамику, теорию тепломассообмена, рассматривает тепловые двигатели, холодильные машины и термопреобразователи, компрессоры и вентиляторы, топливосжигающие устройства и котельные установки.

Гидравлика зародилась в Древней Греции. Первым научным трудом по гидравлике считается работа Архимеда (287—212 до н. э.) «О плавающих телах», содержащая его известный закон о равновесии тела, погруженного в жидкость.

В средние века гидравлика практически не развивалась, так как эпоха феодализма с ее натуральным хозяйством и отсутствием развитой промышленности не ставила перед этой наукой задач, требующих разрешения. Только с зарождением капитализма появилась необходимость в развитии гидравлики быстрыми темпами.

В конце XV в. великий итальянский ученый, инженер, живописец, скульптор и архитектор Леонардо да Винчи (1452—1519) написал труд «О движении воды в речных сооружениях». Он первым ввел понятие сопротивления движению твердых тел в жидкостях и газах и положил начало экспериментальной гидравлике, поставив лабораторные опыты. В 1586 г. нидерландский математик

и инженер Симон Стевин (1548—1620) опубликовал книгу «Начала гидростатики», в которой дал правила определения силы давления жидкости на дно и стенки сосудов. В 1612 г. появился трактат итальянского ученого Галилео Галилея (1564—1642) «Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и тех, которые в ней движутся». В 1643 г. ученик Г. Галилея Эванджелеста Торричелли (1608—1647) установил закон вытекания жидкости из отверстия в сосуде. В 1663 г. был опубликован установленный французским математиком и физиком Блезом Паскалем (1623—1662) закон о передаче внешнего давления в жидкости. В 1687 г. английский математик, механик и физик Исаак Ньютон (1643—1727) сформулировал законы внутреннего трения в движущейся жидкости. Все перечисленные работы представляли собой лишь отдельные разрозненные труды по гидравлике.

Основоположниками гидравлики как науки были действительные члены Петербургской академии наук М. В. Ломоносов (1711—1765), Леонард Эйлер (1707—1783) и Даниил Бернулли (1700—1782), в результате исследований которых гидравлика получила теоретическую базу.

Великий русский ученый М. В. Ломоносов опубликовал ряд трудов по гидравлике. В работе «Рассуждение о твердости и жидкости тела» он изложил закон сохранения массы и энергии, положенный в основу современной гидравлики.

Л. Эйлер первым дал ясное определение понятия движения жидкости и вывел уравнения движения идеальной жидкости. Он раскрыл природу взаимодействия тела с натекающей на него жидкостью, ввел понятие давления в точке движущейся или покоящейся жидкости, вывел уравнение неразрывности жидкости и так называемое турбинное уравнение, которое находит широкое применение при расчете насосов, турбин и компрессоров.

В 1738 г. Д. Бернулли опубликовал капитальный труд по гидравлике «Гидродинамика», в котором дал метод изучения законов движения жидкости, ввел понятие «гидродинамика» и предложил теорему о запасе энергии движущейся жидкости. Эта теорема носит теперь имя Д. Бернулли и лежит в основе ряда разделов гидравлики.

Выдающийся русский ученый Д. И. Менделеев (1834—1907) в 1880 г. впервые указал на существование в природе двух режимов движения жидкости, что несколько позже было подтверждено английским ученым Осборном Рейнольдсом (1842—1912). Тонкие экспериментальные исследования закона внутреннего трения в жидкостях при ламинарном режиме были проведены русским ученым и инженером Н. П. Петровым (1836—1920). Эти работы позволили глубже проникнуть в физическую природу гидравлических сопротивлений и положили начало учению о турбулентном движении.

Отец русской авиации Н. Е. Жуковский (1847—1921) внес огромный вклад в развитие гидравлики. Им впервые была разработана теория гидравлического удара в трубах и дано классическое решение большого круга технических вопросов в области авиации, водоснабжения и гидротехники.

Трудами советского ученого Н. Н. Павловского (1884—1937) и его учеников развита новая отрасль гидравлики — гидравлика сооружений.

В настоящее время гидравлика и аэродинамика бурно развиваются, основываясь на синтезе теоретических и экспериментальных методов.

Зарождение теплотехники связывают с именем древнегреческого ученого Герона Александрийского (II в. н. э.), построившего с использованием принципа «движущейся силы огня» множество различных паровых машин-игрушек, вершиной которых был прообраз реактивно-турбинного двигателя Эолопил (Эол — бог ветра в греческой мифологии; тогда считали, что вода при нагревании превращается в воздух). Он представлял собой полый металлический шар с впаянными в его противоположные полушария открытыми трубками, загнанными в разные стороны. В шар наливалась вода и подогревалась до кипения. Образовавшийся пар выбрасывался из трубок, создавая реактивные силы, под действием которых шар вращался в трубчатых опорах. Низкий уровень науки и техники и отсутствие потребности в новом двигателе у общества остановили его разработку почти на 1700 лет.

В 1681 г. французский физик Дени Папен (1647—1714) изобрел паровой котел, снабженный предохранительным клапаном, позволявшим регулировать давление пара. Чуть позже нидерландский ученый Христиан Гюйгенс (1629—1695), развивая идею Г. Галилея о получении вакуума, предложил взрывать для этого порох на дне цилиндра под поршнем. Обратный поршень должен был падать под действием атмосферного давления. С этим устройством родилось сразу два новых принципа — атмосферной паровой машины и двигателя внутреннего сгорания.

Трудности работы с порохом заставили Д. Папена заменить его в 1690 г. водой, подогревавшейся на дне цилиндра до образования пара. Обратный поршень опускался после конденсации пара, которую ускоряли обливанием цилиндра холодной водой или впрыскиванием ее внутрь.

Д. Папен впервые дал правильное термодинамическое описание процессов в цилиндре своей машины, но ни ему, ни другим изобретателям не пришло в голову разделить эти процессы по разным агрегатам, что сразу повысило бы ее эффективность и решило бы проблему создания двигателя внутреннего сгорания.

Весьма острой в то время была проблема откачки воды из все углублявшихся шахт. И первое применение сила пара нашла в

паровытеснительных насосах (английский инженер Томас Севери (1650—1715) получил патент на один из них в 1698 г.), не имевших ни одной движущей части. Однако из-за низкой экономичности эти насосы были вытеснены паропоршневыми, разработанными в 1705—1712 гг. английским изобретателем Томасом Ньюкоменом (1663—1729). В них пар приготавливался в отдельном котле, а поршневой двигатель был отделен от откачивавшего воду поршневого насоса. Система клапанов регулировала поступление пара и воды в цилиндры. Эти машины широко применялись в течение многих лет, последняя из них демонтировалась в Англии в 1934 г.

С развитием производства промышленность все более остро нуждалась в универсальном двигателе, не зависящем ни от места расположения, как водяные колеса, ни от погоды, как ветряные двигатели. В 1763 г. русский инженер И. И. Ползунов (1728—1766) предложил и к 1766 г. построил такую машину. Она работала на угле, холостой ход исключался благодаря наличию двух цилиндров, работавших на общий вал, парораспределение было автоматическим, правда, машина оставалась пароатмосферной. Изобретатель умер до пуска машины, которая после небольшой неполадки была остановлена и забыта.

В результате слава создания первого универсального паропоршневого двигателя досталась английскому изобретателю Джеймсу Уатту (1736—1819). В 1769 г. он получил патент на усовершенствование ньюкоменовской водоподъемной машины: отделение конденсатора от цилиндра и использование в качестве движущей силы вместо атмосферного давления упругости пара, подаваемого сверху поршня. В 1782 г. Д. Уатт ввел в конструкцию новые усовершенствования: двойное действие (пар поочередно поступал сверху и снизу поршня), золотниковое парораспределение, преобразование поступательно-возвратного движения во вращательное, а в 1788 г. применил центробежный регулятор частоты вращения. Схема установки стала почти современной.

В 1801 г. французский инженер Филипп Лебон (1769—1804) получил патент на поршневой двигатель, работающий на горючих газах от сухой перегонки древесины с зажиганием их электрической искрой и сгоранием внутри цилиндра. В 1805 г. швейцарец И. Риваз предложил двигатель, работающий на водороде.

В 1816 г. английский священник Роберт Стирлинг получил патент на универсальную тепловую машину, состоящую из цилиндра с двумя по-разному движущимися поршнями и регенератора-теплообменника, способную работать на разных топливах как двигатель внешнего сгорания, как холодильник и как тепловой насос (отопитель).

В 1824 г. французский инженер Никола Леонар Сад Карно (1796—1832) опубликовал первый фундаментальный труд по те-

ории теплотехники «Размышления о движущей силе огня и машинах, способных развивать эту силу». Он предсказал, что тепловым машинам «суждено совершить большой переворот в цивилизованном мире», и задался целью определить причины их несовершенства. В своем труде Карно заложил основы термодинамики, поскольку там содержались (хотя и полученные с помощью теории «теплорода») и оба начала термодинамики, и ее основные понятия, и идеальный цикл тепловых машин, и другие важные положения.

Опубликование работы Карно осталось почти незамеченным, и лишь через 10 лет, после издания «Мемуара о движущей силе теплоты» Б. Клапейрона, она стала почти сенсацией. Французский физик и инженер Бенуа Клапейрон (1799—1864) «перевел» ее на математический язык, вскрыв великое содержание этого труда, и первым применил графический метод исследования работы тепловых машин — метод циклов.

В 1845—1853 гг. труды Р. Майера, Д. Джоуля, Г. Гельмгольца, У. Томсона (лорда Кельвина), Р. Клаузиуса, У. Ренкина и других ученых позволили окончательно сформулировать закон сохранения и превращения энергии.

В 1855—1865 гг. были введены понятия обратимых и необратимых процессов и энтропии (Р. Клаузиусом) — величины, рост которой в необратимых процессах характеризует ту часть энергии тел, которая не может быть превращена в работу, а рассеивается в виде теплоты. Поскольку все реальные процессы вследствие трения, теплопроводности и конечности времени их протекания необратимы, энтропия изолированных систем всегда возрастает. Так был заложен фундамент одного из разделов теплотехники — технической термодинамики.

Другой раздел теплотехники — теория теплообмена — уходит своими корнями в труды Г. Галилея и И. Ньютона. Последний еще в 1701 г. установил закон конвективного теплообмена. В 1822 г. французский математик и физик Жан Батист Фурье (1768—1830) издал «Аналитическую теорию теплопроводности». Ученый полагал, что он привел теорию теплообмена в такое же состояние, в какое была приведена механика трудами И. Ньютона. Однако для этого потребовалось еще более 100 лет. Только современные ученые развили вопросы теплообмена до законченной теории.

Раздел I ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ

Глава 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЖИДКОСТЯХ

1.1. Основные физические свойства и механические характеристики жидкости

Жидкость — агрегатное состояние вещества, промежуточное между твердым и газообразным состояниями. Жидкость, сохраняя отдельные черты как твердого тела, так и газа, обладает рядом особенностей, из которых наиболее характерная — текучесть. Подобно твердому телу, жидкость сохраняет свой объем, имеет свободную поверхность, обладает определенной прочностью на разрыв при всестороннем растяжении и т.д. С другой стороны, взятая в достаточном количестве жидкость принимает форму сосуда, в котором находится.

Принципиальная возможность непрерывного перехода жидкости в газ также свидетельствует о близости жидкого и газообразного состояний.

Наличие сильного межмолекулярного взаимодействия обуславливает существование *поверхностного натяжения жидкости* на ее границе с любой другой средой, что заставляет жидкость принимать такую форму, при которой ее поверхность минимальна. Небольшие объемы жидкости обычно имеют форму капли. В силу этого жидкости в гидравлике называют каплевыми.

При соприкосновении жидкости с твердыми телами или другими несмешивающимися жидкостями возникают капиллярные явления.

Основными физическими свойствами жидкости являются текучесть, испарение и кипение.

Текучесть — смещение жидкости в направлении действия силы. Жидкости отличаются сильным межмолекулярным взаимодействием и малой сжимаемостью вследствие больших сил межмолекулярного отталкивания.

Испарение — процесс парообразования, происходящий на свободной поверхности жидкости. Испарение происходит при любой температуре и увеличивается при ее повышении. Испарение объясняется вылетом из поверхностного слоя жидкости молекул, обла-

дающих наибольшей скоростью и кинетической энергией, поэтому в результате испарения жидкость охлаждается.

Кипение — процесс интенсивного испарения жидкости по всему ее объему внутри образующихся пузырьков пара. Температура, при которой давление насыщенного пара равно внешнему давлению, называется температурой кипения, или точкой кипения.

Основной механической характеристикой жидкости является *плотность* ρ , кг/м³, определяемая для однородной жидкости отношением ее массы m к ее объему W :

$$\rho = m/W.$$

Плотность пресной воды при температуре 4 °С $\rho_4 = 1000$ кг/м³.

Удельным объемом жидкости w , м³/кг, называется объем, занимаемый единицей массы жидкости:

$$w = W/m = 1/\rho.$$

Удельным весом однородной жидкости γ , Н/м³, называется отношение веса G жидкости к ее объему:

$$\gamma = G/W.$$

Удельный вес называют также *объемным весом*. Удельный вес пресной воды при температуре 4 °С $\gamma_4 = 9810$ Н/м³.

Относительным удельным весом жидкости δ называется отношение ее удельного веса к удельному весу пресной воды при температуре 4 °С:

$$\delta = \gamma/\gamma_4.$$

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = \rho g,$$

где g — ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с².

Значения плотности воды при различных температурах приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1
Плотность воды при различных температурах

t , °С	ρ , кг/м ³	t , °С	ρ , кг/м ³
0	999,87	50	988,07
4	1000	60	983,24
10	999,73	70	977,81
20	998,23	80	971,83
30	995,67	90	965,34
40	992,24	99	959,09

1.2. Сжимаемость и температурное расширение жидкостей

Сопротивление жидкости изменению ее объема характеризуется коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

Коэффициент объемного сжатия β_W , Па⁻¹ — относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления:

$$\beta_W = \frac{\Delta W}{W \Delta p},$$

где ΔW — изменение объема W , соответствующее изменению давления на Δp .

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, представляет собой *объемный модуль упругости* жидкости E , Па:

$$E = 1/\beta_W.$$

Для воды при нормальных условиях можно принимать следующее: $\beta_W \approx \frac{1}{2 \cdot 10^9}$ Па⁻¹; $E \approx 2 \cdot 10^9$ Па.

Коэффициент температурного расширения β_t , °С⁻¹ — относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на один градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W \Delta t},$$

где ΔW — изменение объема, соответствующее изменению температуры на Δt .

Для воды при нормальных условиях можно принимать $\beta_t \approx \frac{1}{10000}$ °С⁻¹.

Указанный коэффициент называют также коэффициентом объемного теплового расширения.

Значения коэффициента объемного сжатия воды β_W в зависимости от давления и температуры приведены в табл. 1.2, объемного модуля упругости воды E — в табл. 1.3, коэффициента температурного расширения воды β_t — в табл. 1.4.

Таблица 1.2

Значения коэффициента объемного сжатия воды

$t, ^\circ\text{C}$	$\beta_W \cdot 10^{10}, \text{Па}^{-1}$, при давлении, Па $\cdot 10^4$				
	50	100	200	390	780
0	5,4	5,37	5,31	5,23	5,15
5	5,29	5,23	5,18	5,08	4,93
10	5,23	5,18	5,08	4,98	4,81
15	5,18	5,1	5,03	4,88	4,7
20	5,15	5,05	4,95	4,81	4,6

Таблица 1.3

Значения объемного модуля упругости воды

$t, ^\circ\text{C}$	$E, \text{Па} \cdot 10^4$, при давлении, Па $\cdot 10^4$				
	50	100	200	390	780
0	185 400	186 400	188 400	191 300	197 200
5	189 300	191 300	193 300	197 200	203 100
10	191 300	193 300	197 200	201 100	208 000
15	193 300	196 200	199 100	205 000	212 900
20	194 200	198 200	202 100	208 000	217 800

Таблица 1.4

Значения коэффициента температурного расширения воды

$t, ^\circ\text{C}$	$\beta_t \cdot 10^6, ^\circ\text{C}^{-1}$, при давлении, Па $\cdot 10^5$				
	1	100	200	500	900
1...10	14	43	72	149	229
11...20	150	165	183	236	289
40...50	420	422	426	429	437
60...70	556	548	539	523	514
90...100	719	704	696	661	621

1.3. Вязкость жидкостей.

Закон Ньютона о силе внутреннего трения

Физическое свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу называют *вязкостью*. Любая реальная жидкость обладает только ей присущей вязкостью. При относительном перемещении смежных частиц жидкости возникают силы внутреннего сопротивления (внутреннее трение).

Наряду с легкоподвижными жидкостями (например, водой) существуют очень вязкие жидкости, сопротивление которых сдвигу весьма значительно (глицерин, тяжелые масла и др.). Вязкость характеризует степень текучести жидкости или подвижности ее частиц.

Пусть жидкость течет вдоль плоской стенки параллельными ей слоями (рис. 1.1), как это наблюдается при ламинарном движении. Вследствие тормозящего влияния стенки слои жидкости будут двигаться с разными скоростями, значения которых возрастают по мере отдаления от стенки.

Рассмотрим два слоя жидкости, движущиеся на расстоянии Δy друг от друга.

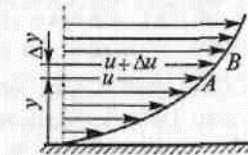


Рис. 1.1. Распределение скоростей при течении жидкости вдоль твердой стенки

Слой *A* движется со скоростью *u*, а слой *B* — со скоростью *u + Δu*. Вследствие разности скоростей слой *B* сдвигается относительно слоя *A* за единицу времени на величину Δu , которая является абсолютным сдвигом слоя *A* по слою *B*. Отношение $\Delta u/\Delta y$ представляет собой градиент скорости (относительный сдвиг). Появляющееся при этом движении касательное напряжение (сила внутреннего трения, приходящаяся на единицу площади) обозначим через τ . Тогда аналогично явлению сдвига в твердых телах получаем следующую зависимость между напряжением и скоростью деформации:

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y}.$$

Если слои находятся бесконечно близко друг к другу, то

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}. \quad (1.1)$$

Коэффициент μ , аналогичный коэффициенту сдвига в твердых телах и характеризующий сопротивление жидкости сдвигу, называется *динамической*, или *абсолютной*, *вязкостью*. На существование зависимости (1.1) впервые указал Ньютон, поэтому она называется *законом трения Ньютона*. Жидкости, подчиняющиеся этому закону, называются *ньютоновскими*.

Сила внутреннего трения в жидкости

$$T = \tau \omega = \mu \omega \frac{du}{dy}.$$

Как следует из этого уравнения, она прямо пропорциональна градиенту скорости, площади трущихся слоев ω и динамической вязкости. Таким образом, трение в жидкости отличается от трения в твердых телах, где сила трения зависит от нормального давления и не зависит от площади трущихся поверхностей.

Динамическая вязкость μ измеряется в паскаль-секундах (Па·с). Значение динамической вязкости зависит от рода жидкости и ее температуры.

Отношение динамической вязкости жидкости к ее плотности называется *относительной*, или *кинематической*, *вязкостью*:

$$\nu = \mu/\rho.$$

Кинематическая вязкость измеряется в квадратных метрах на секунду ($\text{м}^2/\text{с}$). Кинематическая вязкость воды при температуре 20°C $\nu_{20^\circ} \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Вязкость жидкостей практически не зависит от давления, но значительно уменьшается с увеличением температуры. Значения динамической вязкости воды при разных температурах приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Значения динамической вязкости воды

$t, ^\circ\text{C}$	$\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$
0	0,00179	12	0,00124	24	0,00092	36	0,000706	48	0,000568
1	0,00173	13	0,00120	25	0,00089	37	0,000693	49	0,000558
2	0,00167	14	0,00117	26	0,00087	38	0,000679	50	0,000549
3	0,00162	15	0,00114	27	0,00086	39	0,000666	51	0,000541
4	0,00157	16	0,00112	28	0,00084	40	0,000654	52	0,000532
5	0,00152	17	0,00109	29	0,00082	41	0,000642	53	0,000524
6	0,00147	18	0,00106	30	0,00080	42	0,000630	54	0,000515
7	0,00143	19	0,00103	31	0,000783	43	0,000618	55	0,000507
8	0,00139	20	0,00101	32	0,000767	44	0,000608	56	0,000499
9	0,00135	21	0,00098	33	0,000751	45	0,000597	57	0,000492
10	0,00131	22	0,00096	34	0,000726	46	0,000587	58	0,000484
11	0,00127	23	0,00094	35	0,000721	47	0,000577	59	0,000477

Таблица 1.6

Значения кинематической вязкости воды

Вода	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$, при температуре, $^\circ\text{C}$							
	0	6	8	10	12	14	16	18
Чистая	1,79	1,47	1,38	1,31	1,23	1,17	1,11	1,06
Сточная	—	1,67	1,56... ...1,73	1,47... ...1,61	1,38... ...1,52	1,31... ...1,42	1,23... ...1,34	1,17... ...1,27

Окончание табл. 1.6

Вода	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$, при температуре, $^\circ\text{C}$								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Чистая	1,01	0,81	0,60	0,56	0,48	0,42	0,37	0,33	0,20
Сточная	1,11...1,2	—	—	—	—	—	—	—	—

Значения кинематической вязкости чистой и сточной воды при разных температурах приведены в табл. 1.6.

На практике вязкость жидкостей определяется вискозиметрами и чаще всего выражается в градусах Энглера ($^\circ\text{E}$). Такую вязкость называют *условной*. Для перехода от условной вязкости в градусах Энглера к кинематической вязкости служит эмпирическая формула Убеллоде

$$\nu = (0,0731 \text{ } ^\circ\text{E} - 0,0631 \text{ } ^\circ\text{E}) 10^{-4}$$

или теоретическая формула А. Д. Альтшуля

$$^\circ\text{E} = 24 \nu \left[2,31 \lg \frac{\sqrt{\nu^2 + 0,0294} - \nu}{\sqrt{\nu^2 + 0,0166} - \nu} + \frac{1}{\nu} \left(\sqrt{\nu^2 + 0,0294} - \sqrt{\nu^2 + 0,0166} \right) \right].$$

В первой формуле кинематическая вязкость ν измеряется в $\text{м}^2/\text{с}$, во второй — в $\text{см}^2/\text{с}$.

1.4. Поверхностное натяжение жидкостей

Поверхностное натяжение жидкости обуславливается силами взаимного притяжения молекул поверхностного слоя, стремящихся сократить свободную поверхность жидкости.

Вследствие поверхностного натяжения жидкость, имеющая криволинейную поверхность, испытывает дополнительное усилие, увеличивающее или уменьшающее давление жидкости на величину

$$p_{\text{пов}} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$$

где σ — поверхностное натяжение, $\text{Н}/\text{м}$; r_1 и r_2 — главные радиусы кривизны рассматриваемого элемента поверхности, м .

Приведенное выражение называют формулой Лапласа.

Давление при выпуклой поверхности жидкости увеличивается, а при вогнутой — уменьшается.

При температуре 20°C поверхностное натяжение воды, соприкасающейся с воздухом, $\sigma = 0,0726 \text{ Н}/\text{м}$.

Зависимость поверхностного натяжения от температуры имеет следующий вид:

$$\sigma = \sigma_0 - \beta \Delta t,$$

где σ_0 — поверхностное натяжение при соприкосновении с воздухом при температуре 0°C [для воды $\sigma_0 = 0,076 \text{ Н}/\text{м}$; $\beta = 0,00015 \text{ Н}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$].

Влияние поверхностного натяжения приходится учитывать при работе с жидкостными приборами для измерения давления, при истечении жидкости из малых отверстий, при фильтрации и образовании капель в свободных струях.

Особенно сильно поверхностное натяжение проявляется в трубках весьма малого диаметра (капиллярных), для которых формула Лапласа принимает вид

$$p_{\text{пов}} = 2\sigma/r$$

или

$$h_{\text{пов}} = \frac{2\sigma}{\rho g r}, \quad (1.2)$$

где r — радиус капиллярной трубки; $h_{\text{пов}}$ — высота капиллярного поднятия.

1.5. Идеальная и аномальные жидкости

Идеальная жидкость. В механике жидкости для облегчения решения некоторых задач используется понятие идеальной (совершенной) жидкости.

Под идеальной жидкостью понимают воображаемую жидкость, обладающую абсолютной подвижностью (т. е. лишенную вязкости), абсолютно несжимаемую, не расширяющуюся с изменением температуры, абсолютно неспособную сопротивляться разрыву. Выводы, полученные исходя из свойств идеальной жидкости, приходится, как правило, корректировать, вводя поправочные коэффициенты.

Аномальные жидкости. Жидкости, которые по своим свойствам отличаются от ньютоновских в силу особенностей их молекулярных структур и внутренних молекулярных движений, называются неньютоновскими, или аномальными. К классу неньютоновских жидкостей относятся вязкопластические, псевдопластические, антагантные и вязкоупругие жидкости.

Вязкопластические жидкости характеризуются тем, что у них наряду с вязкостью проявляются также пластические свойства, которые заключаются в наличии некоторого предельного напряжения сдвига, после достижения которого и возникает «текучесть» среды. Реологические¹ законы вязкопластических жидкостей открыты Е. Бингамом (1916 г.) и Ф. Н. Шведовым (1889 г.).

Реологическое уравнение вязкопластической жидкости (Бингама — Шведова) имеет следующий вид:

$$\tau = \tau_0 + \mu' \frac{du}{dy} \quad \text{при } \tau > \tau_0, \quad (1.3)$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига (предельная сила внутреннего трения); μ' — динамический коэффициент структурной вязкости.

При $\tau < \tau_0$ текучесть отсутствует, т. е. среда ведет себя как твердое тело.

Примеры вязкопластической жидкости: глинистые и цементные растворы, масляные краски, сточные грязи, некоторые пасты и т. д.

Физическое объяснение особых свойств всех этих жидкостей основывается на представлении наличия в них при покое некоторой пространственной жесткой структуры, которая в состоянии сопротивляться любому внешнему воздействию до тех пор, пока вызванное им напряжение сдвига не превзойдет соответствующее этой структуре предельное напряжение. После этого структура

¹ Реология — наука о деформациях и текучести веществ.

полностью разрушается и жидкость начинает вести себя как обычная ньютоновская вязкая жидкость при кажущемся напряжении, равном превышению $(\tau - \tau_0)$ действительного напряжения над предельным. При уменьшении этого кажущегося напряжения до нуля, т.е. при возвращении действительного напряжения к предельному его значению, пространственная жесткая структура восстанавливается.

Псевдопластические жидкости в отличие от вязкопластических лишены предельного напряжения текучести, но их кажущаяся вязкость определяется коэффициентом, зависящим от скорости сдвига.

Реологическое уравнение псевдопластической жидкости (Освальда—Рейнера) имеет следующий вид:

$$\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n, \quad (1.4)$$

где K и n — постоянные ($n < 1$).

Примерами псевдопластических жидкостей являются суспензии асимметричных частиц, растворы высокополимеров.

Дилатантные жидкости также описываются реологическим уравнением (1.4), но в отличие от псевдопластических жидкостей в них кажущаяся вязкость с увеличением напряжения увеличивается, что соответствует $n > 1$.

Примерами дилатантных жидкостей являются суспензии твердых частиц при их высоких концентрациях (например, пульпа — высококонцентрированная смесь песка и воды, транспортируемая по трубам от земснаряда при углублении рек и водоемов; крахмальные клейстеры и клей).

Вязкоупругие жидкости обладают свойствами как вязкости, так и упругости. К их числу относятся очень вязкие синтетические материалы, а также слабые растворы полимеров в ньютоновских жидкостях. Иногда даже небольшие по весу добавки полимеров превращают ньютоновские жидкости в неньютоновские, сообщая им специфические вязкоупругие свойства.

В зависимости от характера совместного действия упругости и вязкости различают и реологические модели вязкоупругой среды. Одной из моделей вязкоупругой среды является модель Фойхта, основанная на наложении упругого и вязкого напряжений:

$$\tau = G\varepsilon + \mu \frac{du}{dy}, \quad (1.5)$$

где G — модуль сдвига; ε — деформация сдвига; μ — динамический коэффициент вязкости; $\frac{du}{dy}$ — скорость сдвига.

Механические свойства многих неньютоновских жидкостей существенно зависят не только от скорости деформирования, но и

от продолжительности деформирования, а также от предыстории потока. Такие жидкости называются тиксотропными. Некоторые из них — реопектические жидкости — обладают способностью увеличивать жесткость своей структуры при наличии сдвигового движения, другие, наоборот, — разрушать структуру. К первому типу относятся, например, цементные растворы в режиме «цепенения», расплавленные металлы, которые в жидком состоянии представляют собой чисто ньютоновские жидкости, а на начальной стадии затвердевания заполняются мельчайшими кристаллическими образованиями, приближающими их к дилатантным жидкостям.

Тиксотропия может также проявляться в эффекте разрушения жесткой структуры под действием сдвигового деформационного движения, как это имеет место, например, в жидкостях типа кефира. Под влиянием встряхивания кефир, представляющий собой желеобразное тело, свободно выливается из бутылки, а после некоторого времени покоя вновь восстанавливает свою структуру.

Изучением неньютоновских жидкостей занимается специальная наука — реология.

1.6. Понятие о многофазных системах

Жидкости, в которых нарушается основное их свойство — сплошность, называются многофазными (полифазными) системами. В этих системах, как правило, можно выделить границы раздела, отделяющие одну непрерывную среду (фазу) от другой, причем при переходе через такие границы свойства жидкости меняются скачкообразно.

Простейшим случаем многофазной системы являются двухфазные системы. Примеры таких систем: газ — твердые частицы (пневмотранспорт, пылеулавливание); газ — капли жидкости (распылители, сушилки, газовое охлаждение, испарение); жидкость — пузырьки пара (испарители, эрлифты); жидкость — твердые частицы (гидротранспорт, осаждение).

Во всех этих примерах первая из указанных фаз (основная) условно называется непрерывной, вторая — дискретной. При некоторых условиях многофазные системы могут переходить в однородные (гомогенные) и наоборот. Например, в воде при обычных условиях находится растворенный воздух. При снижении давления и повышении температуры воздух начинает выделяться, образуя воздушные пузыри значительных размеров: наблюдается переход однофазной системы (вода) к двухфазной (вода + газ).

С образованием двухфазных систем связаны процессы фазовых переходов. Так, в воде при повышении давления и понижении температуры зарождаются кристаллы льда, т.е. образуется

двухфазная система — вода + твердые частицы. Наоборот, при понижении давления жидкости до уровня так называемого давления насыщенного пара жидкость вскипает, образуя пузыри, заполненные насыщенными парами воды.

Количество дискретной фазы в непрерывной определяется объемной концентрацией. Обычно за объемную концентрацию принимается отношение объема, занятого дискретной фазой, к общему объему многофазной системы:

$$\beta = \frac{W_2}{W_2 + W_1},$$

где W_2 и W_1 — объемы соответственно дискретной и непрерывной фаз в многофазной системе.

Среднюю плотность многофазной системы можно представить в следующем виде:

$$\rho = \beta \rho_2 + \rho_1,$$

где ρ_2 и ρ_1 — плотности соответственно дискретной и непрерывной фаз.

Пример 1.1. При гидравлическом испытании внутренних систем водоснабжения допускается падение испытательного давления в течение 10 мин на $\Delta p = 4,9 \cdot 10^4$ Па. Определить допустимую утечку ΔW в течение 10 мин при гидравлическом испытании системы вместимостью $W = 80$ м³.

Решение. Принимаем $\beta_W = \frac{1}{2 \cdot 10^9}$ Па⁻¹.

Допустимая утечка

$$\Delta W = \beta_W W \Delta p = \frac{80 \cdot 4,9 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^9} = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Пример 1.2. Для периодического аккумулирования прироста воды, получающегося при изменении температуры, в системах центрального водяного отопления устраивают расширительные резервуары, которые присоединяются к системе в верхней ее точке и сообщаются с атмосферой. Определить наименьший объем расширительного резервуара, при котором он бы полностью не опорожнялся. Допустимое колебание температуры воды во время перерывов в топке $\Delta t = 95 - 70 = 25$ °С. Объем воды в системе $W = 0,55$ м³. Коэффициент температурного расширения воды $\beta_t = 0,0006$ °С⁻¹ (при $t = 80$ °С).

Решение. Наименьший объем расширительного резервуара должен быть равен изменению объема воды при изменении ее температуры на 25 °С:

$$\Delta W = \beta_t W \Delta t = 0,0006 \cdot 0,55 \cdot 25 = 0,00825 \text{ м}^3 = 8,25 \text{ л.}$$

Пример 1.3. В отопительный котел поступает вода в объеме $W = 50$ м³ при температуре $t_1 = 70$ °С. Сколько воды (W_1) будет выходить из котла, если доводить нагрев до температуры $t_2 = 90$ °С (коэффициент температурного расширения воды $\beta_t = 0,00064$ °С⁻¹)?

Решение:

$$\Delta W = \beta_t W (t_2 - t_1) = 0,00064 \cdot 50 \cdot 20 = 0,64 \text{ м}^3;$$

$$W_1 = W + \Delta W = 50 + 0,64 = 50,64 \text{ м}^3.$$

Пример 1.4. В отопительной системе (котел, радиаторы и трубопроводы) небольшого дома содержится вода объемом $W = 0,4$ м³. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд (ΔW) при нагревании ее от 20 до 90 °С?

Решение. Плотность воды при температуре 20 °С (см. табл. 1.1) $\rho_{20} = 998$ кг/м³; масса воды $m = 0,4 \cdot 998 \approx 399$ кг.

Плотность воды при температуре 90 °С (см. табл. 1.1) $\rho_{90} \approx 965$ кг/м³; объем, занимаемый водой, имеющей температуру 90 °С,

$$W' = m / \rho_{90} = 399 : 965 \approx 0,414 \text{ м}^3.$$

Дополнительный объем

$$\Delta W = W' - W = 0,414 - 0,4 = 0,014 \text{ м}^3.$$

Пример 1.5. Определить среднюю толщину $\delta_{отл}$ солевых отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром $d = 0,3$ м и длиной $l = 2$ км. При выпуске воды в количестве $\Delta W = 0,05$ м³ давление в водоводе падает на $\Delta p = 1 \cdot 10^6$ Па. Отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно.

Решение. Объем воды в водоводе с отложениями

$$W = \frac{\Delta W}{\beta_W \Delta p}.$$

Принимаем $\beta_W = \frac{1}{2 \cdot 10^9}$ Па⁻¹, тогда

$$W = \frac{0,05 \cdot 2 \cdot 10^9}{1 \cdot 10^6} = 100 \text{ м}^3.$$

Средний внутренний диаметр водовода с отложениями

$$d_{отл} = \sqrt{\frac{4W}{\pi l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^3}} \approx 0,252 \text{ м.}$$

Средняя толщина отложений

$$\delta_{отл} = \frac{d - d_{отл}}{2} = \frac{0,3 - 0,252}{2} = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм.}$$

Контрольные вопросы

1. Что называется жидкостью?
2. Назовите основные физические свойства жидкости и поясните, что они собой представляют.
3. Как определяется плотность однородной жидкости?
4. Какова связь между плотностью, удельным весом и удельным объемом?
5. Каков физический смысл коэффициента объемного сжатия жидкости?
6. Каков физический смысл коэффициента объемного расширения жидкости?
7. Сформулируйте закон Ньютона о силах внутреннего трения между частицами жидкости при ее движении.
8. Какими силами обусловлено поверхностное натяжение жидкостей?
9. От каких параметров зависит высота капиллярного поднятия жидкости?
10. Назовите жидкости, относящиеся к классу неньютоновских (аномальных).
11. Какие системы называются многофазными?

Глава 2

ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ

2.1. Гидростатическое давление и его свойства

Выделим на поверхности некоторого объема жидкости площадку $\Delta\omega$. Предположим, что по нормали к этой площадке действует сила ΔP (рис. 2.1).

Отношение $P = \frac{\Delta P}{\Delta\omega}$ представляет собой напряжение, т. е. силу, приходящуюся на единицу площади. Так как при равновесии жидкости ΔP является сжимающей силой, то P представляет собой среднее для данной площадки напряжение сжатия, которое называют средним гидростатическим давлением на площадке. Для получения точного значения P в данной точке надо найти предел этого отношения при $\Delta\omega \rightarrow 0$, который определяет гидростатическое давление, Па, в данной точке:

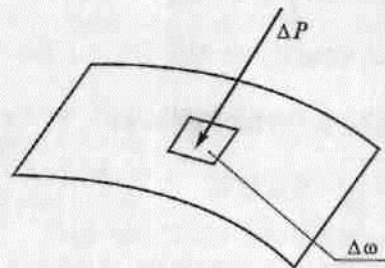


Рис. 2.1. К определению гидростатического давления

$$P = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}$$

Гидростатическое давление в данной точке всегда нормально к площадке, на которую оно действует, и не зависит от ориентации (угла наклона) площадки. Гидростатическое давление зависит от положения рассматриваемой точки внутри жидкости и от внешнего давления, действующего на свободную поверхность жидкости.

2.2. Уравнения Эйлера

Выберем внутри покоящейся жидкости параллелепипед с ребрами, расположенными параллельно координатным осям Ox , Oy и Oz (рис. 2.2) и равными соответственно dx , dy и dz .

На параллелепипед действуют поверхностные силы (силы давления) и объемные (массовые) силы. Поскольку он находится в равновесии, значит сумма проекций сил на каждую из указанных осей равна нулю.

Тогда для проекций сил на ось Ox получаем

$$dP - dP' + dF_{0x} = 0, \quad (2.1)$$

где dP и dP' — поверхностные силы, действующие по оси Ox на противоположные площадки выделенного параллелепипеда; dF_{0x} — проекция объемной силы dF на ось Ox .

Поверхностные силы

$$dP = p dydz \text{ и } dP' = p' dydz,$$

где p и p' — средние гидростатические давления, действующие соответственно на площадки $ABCD$ и $A'B'C'D'$.

Так как гидростатическое давление является функцией координат, среднее гидростатическое давление на площадке $A'B'C'D'$

$$p' = p + \frac{\partial p}{\partial x} dx,$$

потому что при переходе от площадки $ABCD$ к площадке $A'B'C'D'$ изменяется только координата x . Следовательно,

$$dP' = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz.$$

Объемную силу для массы $dm = \rho dx dy dz$ можно выразить следующим образом:

$$dF_{0x} = dmX = \rho dx dy dz X,$$

где X — проекция на ось Ox объемной силы, отнесенной к единице массы.

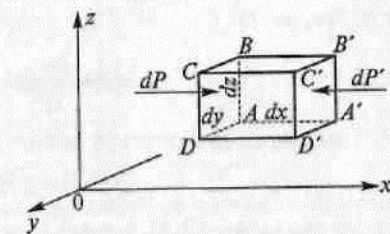


Рис. 2.2. К выводу уравнений равновесия жидкости

Подставим в (2.1) выражения для каждого из слагаемых:

$$pdydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz + \rho X dx dy dz = 0.$$

Раскрыв скобки и выполнив соответствующие преобразования, получим уравнение проекций сил на ось Ox :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0.$$

Аналогично можно вывести уравнения проекций сил на оси Oy и Oz и в результате получить систему трех уравнений равновесия жидкости:

$$\rho X - \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (2.2)$$

Уравнения равновесия жидкости (2.2) получены Эйлером и названы уравнениями Эйлера. Они отражают основное свойство гидростатического давления: это давление действует на рассматриваемую точку жидкости одинаково в любом направлении и зависит только от координат данной точки, т.е. $p = f(x, y, z)$.

2.3. Основное дифференциальное уравнение гидростатики

Перепишем уравнения Эйлера в несколько другом порядке:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z.$$

Умножив каждое из этих уравнений соответственно на dx , dy и dz и произведя сложение правых и левых частей уравнений, получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho X dx + \rho Y dy + \rho Z dz.$$

Так как гидростатическое давление p зависит только от трех независимых переменных координат x , y и z , левая часть этого равенства представляет собой полный дифференциал функции $p = f(x, y, z)$:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz.$$

Сделав подстановку, окончательно получим

$$dp = \rho(X dx + Y dy + Z dz). \quad (2.3)$$

Уравнение (2.3) называется основным дифференциальным уравнением гидростатики. Оно составляет основу решения многих задач гидростатики.

2.4. Равновесие жидкости в поле силы тяжести. Поверхность уровня

Поверхностью уровня называют такую поверхность, любая точка которой имеет одно и то же значение рассматриваемой функции, например поверхность равной температуры (изотермическая поверхность), поверхность равного потенциала и т.д. Для решения задач гидравлики важное значение имеет поверхность равного давления, которую в дальнейшем будем называть поверхностью уровня. Поскольку во всех точках поверхности уровня гидростатическое давление одинаково, т.е. $p = \text{const}$, то $dp = 0$ и из основного уравнения гидростатики (2.3) имеем

$$\rho(X dx + Y dy + Z dz) = 0,$$

а так как плотность $\rho \neq 0$,

$$X dx + Y dy + Z dz = 0. \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) называется *уравнением поверхности уровня*.

Рассмотрим равновесие жидкости в гравитационном поле Земли в пределах некоторой ограниченной области. Ускорения свободного падения в различных точках этого пространства будут параллельны и направлены вертикально вниз. Расположим координатную ось Oz вертикально вверх; при этом вектор ускорения свободного падения \vec{g} будет направлен параллельно оси Oz вниз.

Составим уравнение поверхности уровня, учитывая, что для данного случая равновесия жидкости единичные массовые силы X , Y и Z , входящие в общее дифференциальное уравнение поверхности уровня (2.4), будут следующими:

$$X = g_x = 0; \quad Y = g_y = 0; \quad Z = g_z = -g,$$

где g_x , g_y и g_z — проекции вектора ускорения \vec{g} на соответствующие координатные оси.

Подставив эти значения в уравнение (2.4), получим дифференциальное уравнение поверхности уровня для рассматриваемых условий:

$$-gdz = 0 \quad \text{или} \quad dz = 0.$$

Проинтегрировав это уравнение, получим

$$-gz = \text{const} \quad \text{или} \quad z = C,$$

где C — произвольная постоянная ($C = \text{const}$).

Таким образом, последнее уравнение является уравнением семейства горизонтальных плоскостей (параллельных плоскости xOy).

Итак, поверхность уровня есть горизонтальная плоскость, во всех точках которой гидростатическое давление одинаково.

Гидростатическое давление зависит только от глубины точки погружения в жидкость. Этот вывод относится также и к сообщающимся сосудам, которые имеют поверхности уровня, расположенные на одной высоте.

2.5. Основное уравнение гидростатики

В случае равновесия жидкости в поле земного тяготения $X = 0$, $Y = 0$, а $Z = -g$. Поэтому основное дифференциальное уравнение гидростатики (2.3) приобретает вид

$$dp = -\rho g dz.$$

Разделив обе части этого уравнения на $\rho g = \gamma$, где γ — удельный вес данной жидкости, запишем его в следующем виде:

$$\frac{dp}{\gamma} + dz = 0.$$

После интегрирования получим (при $\gamma = \text{const}$)

$$\frac{p}{\gamma} + z = C = \text{const}. \quad (2.5)$$

Чтобы определить постоянную интегрирования C , рассмотрим наполненный водой резервуар (рис. 2.3) со свободной поверхностью (атмосферное давление). Для точки A , лежащей на свободной поверхности, $p = p_0$ и $z = z_0$.

Подставив эти значения в (2.5), получим

$$C = \frac{p_0}{\gamma} + z_0.$$

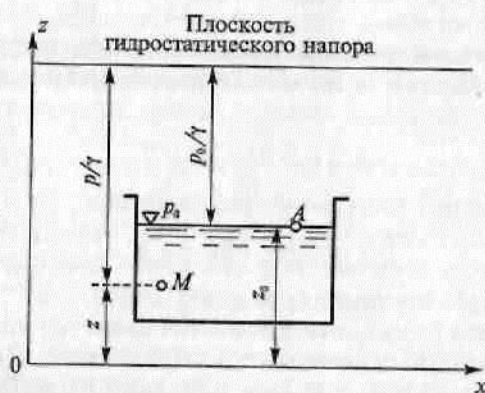


Рис. 2.3. К выводу основного уравнения гидростатики

Тогда уравнение (2.5) можно записать в виде

$$\frac{p}{\gamma} + z = \frac{p_0}{\gamma} + z_0,$$

или

$$p = p_0 + \gamma(z_0 - z). \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) называют основным уравнением гидростатики. Оно получается в результате интегрирования основного дифференциального уравнения гидростатики (2.3). Из уравнения (2.6) следует, что давление в любой точке покоящейся жидкости складывается из давления p_0 на свободной поверхности жидкости и давления, обусловленного весом вышележащих слоев жидкости.

2.6. Измерение давления. Закон Паскаля

Измерение давления в данной точке. Гидростатическое давление более удобно вычислять по формуле (2.6). Так как разность $z_0 - z$ представляет собой глубину h погружения данной точки (точка M на рис. 2.3) относительно уровня свободной поверхности, то уравнение (2.6) можно записать следующим образом:

$$p = p_0 + \gamma h. \quad (2.7)$$

Именно в таком виде используют это уравнение для вычисления гидростатического давления.

Закон Паскаля. Из уравнения (2.7) следует, что в любой точке жидкости (на любой глубине h) гидростатическое давление p зависит от внешнего давления p_0 на свободной поверхности. При увеличении внешнего давления точно на такую же величину увеличивается и давление в данной точке. Таким образом, жидкость обладает свойством передавать внешнее давление всем своим расположенным внутри частицам без изменения. В этом заключается закон Паскаля, который можно сформулировать так: *давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям одинаково.*

2.7. Абсолютное и избыточное давления. Вакуум

Абсолютным давлением $p_{\text{абс}}$ называется гидростатическое давление, определяемое по формуле (2.7). Из этой формулы следует, что абсолютное давление складывается из двух составляющих: внешнего давления p_0 , передаваемого жидкостью по закону Паскаля, и давления, определяемого произведением γh . Вторую составляющую называют относительным или, если на свободной поверхности жидкости действует атмосферное давление, **избыточным**

давлением. Исходя из этого формулу (2.7) можно записать в следующем виде:

$$p_{абс} = p_0 + p_{изб} \text{ или } \frac{p_{абс}}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{p_{изб}}{\gamma},$$

где избыточное давление $p_{изб} = \gamma h$.

Из последнего равенства следует, что избыточное давление изменяется в зависимости от глубины по линейному закону. В координатах $p/\gamma - h$ такому изменению соответствует биссектриса координатного угла (рис. 2.4).

Абсолютное давление не может быть отрицательным, так как жидкость не сопротивляется растяжению, т. е. $p_{абс} \geq 0$ (или $p_{абс}/\gamma \geq 0$).

Избыточное давление, представляющее собой разность $p_{абс} - p_0$ может быть как больше, так и меньше нуля, т. е. $p_{изб} \geq 0$ (или $\frac{p_{изб}}{\gamma} \geq 0$).

Отрицательное избыточное давление называют *вакуумом*, или *вакуумметрическим давлением*, т. е.

$$-p_{изб} = p_{вак} \text{ или } -\frac{p_{изб}}{\gamma} = h_{вак},$$

где $h_{вак}$ — вакуумметрическая высота.

Из приведенных выше формул следует:

$$h_{вак} = -\frac{p_{изб}}{\gamma} = -\left(\frac{p_{абс}}{\gamma} - \frac{p_0}{\gamma}\right) = \frac{p_0 - p_{абс}}{\gamma},$$

т. е. вакуумметрическая высота возрастает с уменьшением абсолютного давления и достигает максимума, когда $p_{абс} = 0$ (отрицательным абсолютное давление быть не может): $h_{вак \max} = \frac{p_0}{\gamma}$.

Допустим, например, что закрытый сверху цилиндр большого диаметра опущен в воду (рис. 2.5) и из него полностью удален воздух, так что на свободной поверхности $n_0 - n_0$ внутри цилиндра абсолютное давление $p_{абс} = 0$. В пределах плоскости $Q - Q$ (на-

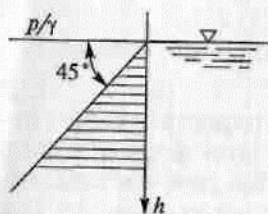


Рис. 2.4. Эпюра распределения гидростатического давления по высоте

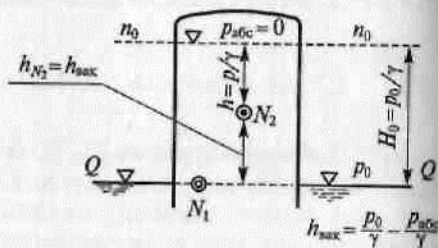


Рис. 2.5. К понятию о вакууме и вакуумметрической высоте

пример, в точке N_1) абсолютное давление равно атмосферному. Поэтому во всех точках жидкости, находящейся в цилиндре выше плоскости $Q - Q$, абсолютное давление будет меньше атмосферного. Следовательно, в этом пространстве имеется вакуум. Определим вакуумметрическое давление в точке N_2 , находящейся на высоте h_{N_2} над плоскостью $Q - Q$. Высота столба воды в цилиндре $H_0 = p_0/\gamma$; отсюда можно записать $p_0 = \gamma H_0$.

Абсолютное давление в точке N_2

$$p_{абс} = 0 + \gamma h = \gamma h,$$

откуда

$$h_{вак} = \frac{p_0 - p_{абс}}{\gamma} = \frac{\gamma H_0 - \gamma h}{\gamma} = H_0 - h.$$

Как видно на рис. 2.5, $H_0 - h = h_{N_2}$, т. е. $h_{вак} = h_{N_2}$.

Таким образом, вакуумметрическая высота равна высоте расположения данной точки над плоскостью, где давление равно атмосферному (на внешней свободной поверхности). Очевидно, что в точке N_1 $h_{вак} = 0$, а в точке, где $p_{абс} = 0$, $h_{вак} = H_0$.

2.8. Приборы для измерения давления жидкостей и газов

Давление жидкостей и газов измеряют манометрами, которые по принципу действия подразделяются на жидкостные, механические и электрические.

Жидкостные манометры. На рис. 2.6, а показан манометр с U-образной трубкой, которая крепится на пластинке, проградуированной в миллиметрах, и заполняется жидкостью с известной плотностью ρ_1 (спиртом, водой или ртутью). Для жидкости плотностью ρ_2 измеряемое в точке M давление $p_M = h_1 \rho_1 g + h_2 \rho_2 g$.

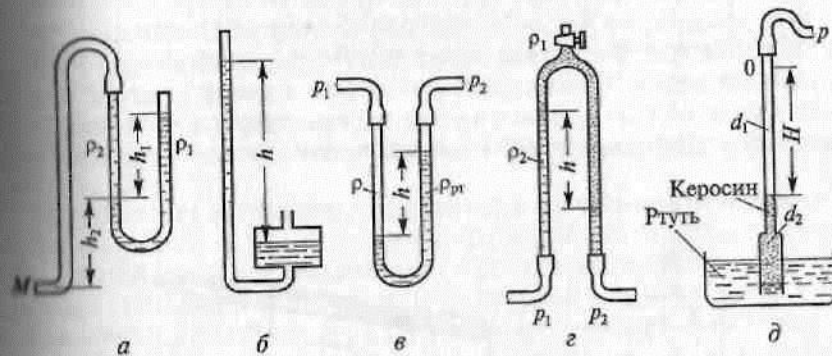


Рис. 2.6. Схемы жидкостных манометров:

а, в, г — с U-образной трубкой; б — с вертикальной трубкой; д — чашечный

В основу работы манометра с вертикальной трубкой (рис. 2.6, б) положено существенное различие площадей сечения трубки и резервуара. В этом приборе связь между уровнем жидкости в проградуированной в миллиметрах трубке и уровнем в резервуаре пренебрежительно мала. Поэтому достаточно одного отсчета.

Для измерения разности давлений в двух точках служат дифференциальные манометры, простейшим из которых является U-образный манометр (рис. 2.6, в). При помощи такого манометра, обычно заполняемого ртутью, можно измерять разность давлений p_1 и p_2 жидкости плотностью ρ , которая полностью заполняет соединительные трубки:

$$p_1 - p_2 = hg(\rho_{рт} - \rho),$$

где $\rho_{рт}$ — плотность ртути.

Для измерения малых перепадов давления воды применяют двухжидкостный микроманометр (рис. 2.6, з), представляющий собой перевернутую U-образную трубку с маслом или керосином в верхней части.

Искомый перепад

$$p_1 - p_2 = hg(\rho_2 - \rho_1),$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности масла (керосина) и воды соответственно.

Двухжидкостный чашечный манометр (рис. 2.6, д) предназначен для измерения давления или разрежения воздуха в интервале 0,01 ... 0,05 МПа. В чашку наливают ртуть, а в трубку, верхний и нижний участки которой имеют различные диаметры (соответственно d_1 и d_2), — спирт или керосин. Давление определяется показанием H манометра.

Микроманометр с наклонной трубкой (рис. 2.7) рекомендуется для измерения малых давлений, так как его чувствительность значительно выше, чем у U-образного манометра. Смещение мениска определяется углом наклона трубки α : $h = l/\sin \alpha$.

Микроманометр Аскания (рис. 2.8) состоит из U-образной трубки, нижняя часть которой образована гибким шлангом. Трубка заполнена водой. Одна из ветвей трубки в своей верхней части сообщается с атмосферой и может перемещаться в вертикальной плоскости для приведения в другой ветви уровня воды к перво-

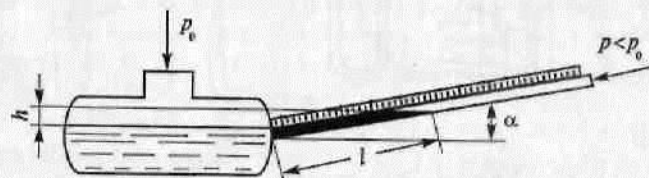


Рис. 2.7. Микроманометр с наклонной трубкой

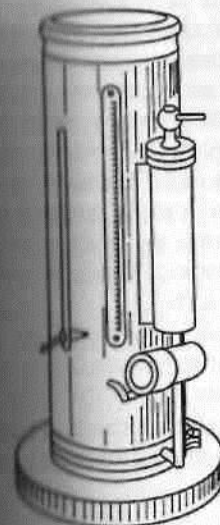


Рис. 2.8. Микроманометр Аскания

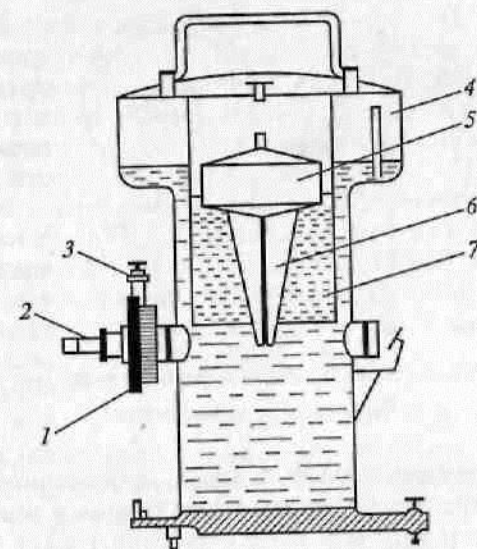


Рис. 2.9. Схема микроманометра Дебро: 1 — шелевая направляющая; 2 — микроскоп; 3 — микрометрический барабан; 4 — внешний приемник; 5 — поплавок; 6 — проградуированная стеклянная рейка; 7 — внутренний приемник

начальному положению. Перемещение этой ветви определяет измеряемое давление.

Микроманометр Дебро (рис. 2.9) представляет собой поплавок в проградуированной рейке, помещенный в одну из двух коаксиальных трубок, наполненных водой. Считывание результата измерения производится с помощью микроскопа.

Микроманометры используются для тарирования расходомеров или точных измерений давления.

Манометр Фортена — единственный прибор, позволяющий непосредственно измерять абсолютное давление. Он представляет собой ртутный барометр, содержащий герметичную чашечку, снабженную патрубком и соединенную с камерой, в которой надо измерить давление.

Механические манометры. Чувствительным элементом манометра Бурдона (рис. 2.10, а) является трубка эллиптического сечения, изогнутая в виде полумесяца. Среда, в которой измеряется давление, заполняет ее до закрепленного конца. Подвижный конец соединен рычажной передачей с показывающей стрелкой.

Мембранный манометр (рис. 2.10, б) имеет небольшой резервуар с мембраной, деформирующейся под действием давления и соединенной с показывающей стрелкой.

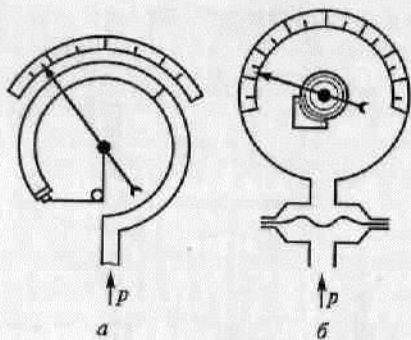


Рис. 2.10. Механические манометры:
а — Бурдона; б — мембранный

Грузопоршневой манометр (рис. 2.11) представляет собой эталонный прибор, для которого изготовитель составляет поправочные таблицы в зависимости от температуры и давления.

Электрические манометры.

У манометров с емкостными датчиками давления измерительный элемент образован детекторной мембраной 4 (рис. 2.12) и двумя неподвижными электродами 2, образующими пару конденсаторов. Изменение давления приводит к дисбалансу между двумя

конденсаторами. Сигнал, пропорциональный разности их емкостей, обрабатывается электронным контуром.

В датчиках сопротивления тонкая мембрана, несущая на себе тензометрические датчики соединена в виде мостика Уитсона и находится под давлением. Дисбаланс мостика при нагрузке порождает пропорциональный ей сигнал.

Различают три типа датчиков сопротивления в зависимости от технологии их изготовления: металлические датчики, наклеенные на мембрану или расположенные в вакууме; полупроводниковые датчики на кремниевых пластинках; датчики, расположенные в виде толстых слоев.

В датчиках с дифференциальным трансформатором используется трансформатор, сердечник которого перемещается под действием элемента, деформирующегося под давлением. Возникающее при

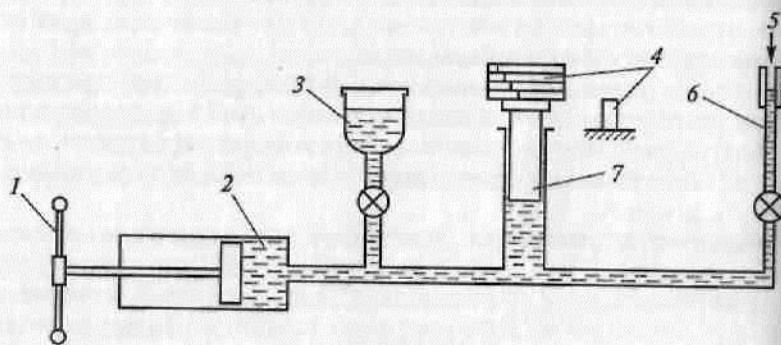
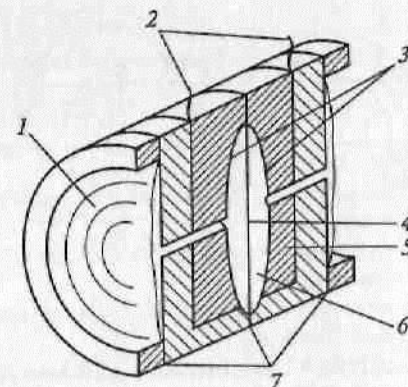


Рис. 2.11. Схема грузопоршневого манометра:

1 — регулятор настройки; 2 — насос; 3 — резервуар; 4 — образцовые грузы; 5 — приемник давления; 6 — указатель подъема; 7 — поршень

Рис. 2.12. Схема емкостного датчика:

1 — изолирующая мембрана; 2 — электроды; 3 — пластины конденсатора; 4 — детекторная мембрана; 5 — твердый изолятор; 6 — силиконовое масло; 7 — сварные швы



вызванному изменению связи между вторичными обмотками трансформатора преобразуется в соответствующий сигнал электронной цепи.

Принцип действия датчиков с незатухающими колебаниями основан на связи между собственной частотой колебаний измерительной ячейки и механическим воздействием, которому она подвергается. В настоящее время используются измерительные ячейки двух типов: колеблющаяся струна и кварцевый резонатор (рис. 2.13).

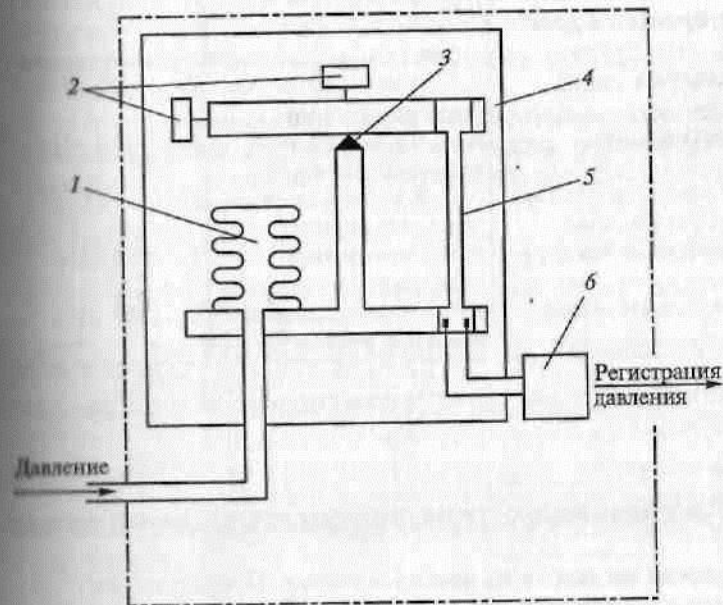


Рис. 2.13. Схема датчика с незатухающими колебаниями:

1 — пьезофон; 2 — уравнивающие грузы; 3 — шарнир; 4 — вакуум-камера; 5 — кварцевый резонатор; 6 — осциллятор

Таблица 2.1

Технические характеристики манометров

Тип манометра	Точность измерения	Диапазон измеряемого давления
Жидкостный: водяной с U-образной трубкой	± 1 мм вод. ст.	50...15000 Па
ртутный с U-образной трубкой	± 1 мм рт. ст.	1000...15000 Па
водяной с вертикальной трубкой	$\pm 0,5$ мм вод. ст.	50...30000 Па
ртутный с вертикальной трубкой	$\pm 0,5$ мм рт. ст.	500...300000 Па
с наклонной трубкой	$\pm 0,1$ мм вод. ст.	50...1000 Па
Аскания	$\pm 0,01$ мм вод. ст.	0...1500 Па
Дебро	$\pm 0,01$ мм вод. ст.	0...2000 Па
Грузопоршневой	Менее 10^{-4} измеряемой величины	20...30000 кПа
Металлический: с трубкой Бурдона	$\pm 0,1$ % максимального значения шкалы	0...600000 кПа
с сильфоном	То же	0...2500 кПа
Электрический с датчиком: емкостным	0,25 % максимального значения шкалы	0...15000 кПа
сопротивления	0,1...0,5 % максимального значения	0...30000 кПа
с дифференциальным трансформатором	0,25 % максимального значения шкалы	1250...7000 кПа
с колеблющейся струной	$\pm 10^{-3}$ измеряемого значения	1...5000 кПа
с кварцевым резонатором	$\pm 10^{-4}$ максимального значения шкалы	0...5000 кПа

Технические характеристики различных манометров приведены в табл. 2.1.

2.9. Давление жидкости на плоскую стенку. Центр давления

Давление жидкости на плоскую стенку. Предположим, что плоская стенка, ограждающая некоторую массу неподвижной жидкости, наклонена к горизонту под углом α . Определим силу P , с которой жидкость действует на выбранную в пределах этой стенки площадь ω (рис. 2.14).

На каждую точку этой площади действует гидростатическое давление

$$p = dP/d\omega,$$

где dP — элементарная сила; $d\omega$ — элементарная площадка.

Следовательно, сила, с которой жидкость действует на элементарную площадку $d\omega$, будет равна $dP = pd\omega$. Эта сила направлена по нормали к плоскости стенки. Аналогично определяется сила давления жидкости на любую другую элементарную площадку $d\omega$. Поэтому искомую силу P , с которой покоящаяся жидкость действует на площадь ω , можно найти как равнодействующую системы параллельных сил dP , равную их алгебраической сумме:

$$P = \int_{\omega} dP = \int_{\omega} pd\omega.$$

В любой точке гидростатическое давление $p = p_0 + \gamma h$, поэтому

$$P = \int_{\omega} (p_0 + \gamma h) d\omega.$$

Сориентируем соответствующим образом координатные оси выбранной площади. Направим ось z' вдоль стенки вниз от точки пересечения стенки с уровнем свободной поверхности (точка 0), а ось x' — по нормали к ней. Согласно рис. 2.14 глубина $h = z' \sin \alpha$. Тогда

$$P = \int_{\omega} (p_0 + \gamma h) d\omega = \int_{\omega} (p_0 + \gamma z' \sin \alpha) d\omega = p_0 \omega + \gamma \sin \alpha \int_{\omega} z' d\omega. \quad (2.8)$$

В интеграле $\int_{\omega} z' d\omega$ подынтегральное выражение можно рассматривать как статический момент площадки $d\omega$ относительно координатной оси $0x'$. Следовательно, интеграл представляет собой сумму статических моментов элементов площади ω , т. е. статический момент самой площади ω относительно той же оси $0x'$.

Известно, что статический момент площади относительно любой оси, лежащей в той же плоскости, равен произведению этой площади на расстояние от центра ее тяжести до оси моментов.

Таким образом,

$$\int_{\omega} z' d\omega = z'_c \omega,$$

где z'_c — расстояние от точки C (центра тяжести площади ω) до оси $0x'$ (оси моментов).

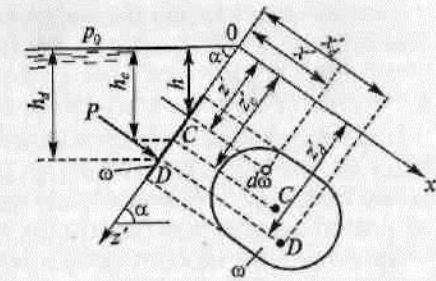


Рис. 2.14. К определению силы давления жидкости на плоскую стенку

Сделав соответствующие подстановки в формулу (2.8), получим

$$P = p_0\omega + \gamma \sin \alpha z'_c \omega.$$

Первое слагаемое представляет собой силу атмосферного давления на свободную поверхность, передаваемого жидкостью по закону Паскаля, а второе — силу давления, оказываемого на стенку уже самой жидкостью (можно сказать — избыточного давления).

Приведем последнюю формулу в более удобный для практических расчетов вид. Произведение $z'_c \omega \sin \alpha$ равно глубине h_c погружения центра тяжести площади ω относительно уровня свободной поверхности, поэтому

$$P = p_0\omega + \gamma h_c \omega. \quad (2.9)$$

Поскольку первое слагаемое в формуле (2.9) значительно меньше второго, можно им пренебречь и записать:

$$P = \gamma h_c \omega. \quad (2.10)$$

Произведение $h_c \omega$ представляет собой объем цилиндра с площадью основания, равной ω , и высотой, равной h_c , поэтому формулу (2.10) можно толковать так: сила, с которой жидкость действует на плоскую стенку, равна весу жидкости в объеме цилиндра с основанием, равным площади данной стенки, и высотой, равной глубине погружения центра тяжести этой площади под уровень свободной поверхности.

Давление жидкости на горизонтальное дно сосуда. Это частный случай давления жидкости на плоскую стенку, для которого справедливы приведенные выше формулы. Согласно формуле (2.10) сила давления жидкости на горизонтальное дно сосуда равна весу жидкости в объеме цилиндра с основанием, равным площади дна, и высотой, равной глубине этого сосуда.

На (рис. 2.15) изображены три различных по форме сосуда (резервуара) с одинаковой площадью горизонтального дна ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega$). Поэтому, несмотря на разную форму сосудов, давление жидкости на дно будет одинаковым во всех трех случаях. Это так называемый гидростатический парадокс.

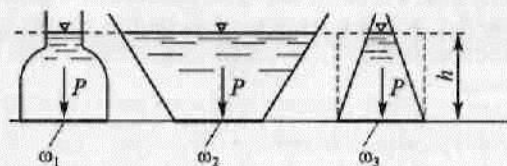


Рис. 2.15. К определению давления жидкости на горизонтальное дно сосуда

Центр давления. Выше были определены сила давления жидкости на плоскую стенку и направление этой силы. Определим теперь точку D ее приложения (см. рис. 2.14). Эта точка лежит в плоскости стенки, т.е. в плоскости координатных осей $x'Oz'$, поэтому необходимо определить только две ее координаты: x'_d и z'_d .

Для определения координаты z'_d воспользуемся теоремой Вариньона, согласно которой момент равнодействующей системы параллельных сил относительно некоторой оси равен сумме моментов сил ее составляющих относительно той же оси. В качестве этой оси выберем ось Ox' , тогда уравнение моментов запишется в следующем виде:

$$M(P)_{Ox'} = \sum M(dP)_{Ox'}. \quad (2.11)$$

Момент силы P

$$M(P)_{Ox'} = Pz'_d.$$

Момент элементарной силы dP

$$M(dP)_{Ox'} = z'dP.$$

С учетом этого уравнение (2.11) принимает вид

$$z'_d P = \int_{\omega} z'dP. \quad (2.12)$$

Как было показано выше, $P = \gamma h_c \omega = \gamma z'_c \sin \alpha \omega$, а $dP = \gamma z' \sin \alpha d\omega$. Сделав эти подстановки в уравнение (2.12) и решив его относительно z'_d , получим

$$z'_d = \frac{\int \gamma \sin \alpha z'^2 d\omega}{\gamma \sin \alpha z'_c \omega}.$$

Сократив в числителе и знаменателе постоянные множители γ и $\sin \alpha$, получим

$$z'_d = \frac{\int z'^2 d\omega}{z'_c \omega}. \quad (2.13)$$

Числитель правой части этого уравнения представляет собой момент инерции площади ω относительно координатной оси Ox' :

$$\int_{\omega} z'^2 d\omega = J_{Ox'}.$$

По теореме о моментах инерции относительно параллельных осей можем записать

$$J_{Ox'} = J_0 + z'_c{}^2 \omega,$$

где J_0 — момент инерции площади ω относительно оси, проходящей через центр тяжести площади ω и параллельной оси Ox' ; z'_c — расстояние от центра тяжести площади ω до той же оси Ox' .

Сделав соответствующие подстановки в уравнение (2.13), получим

$$z'_d = \frac{J_{0x'}}{z'_c \omega} = \frac{J_0 + z'_c{}^2 \omega}{z'_c \omega} = \frac{J_0}{z'_c \omega} + z'_c. \quad (2.14)$$

В формуле (2.14) $\frac{J_0}{z'_c \omega} > 0$, так как $J_0 > 0$ и $z'_c \omega > 0$. Следовательно, $z'_d > z'_c$ и $h_d > h_c$, т.е. центр давления (точка D) лежит на большей глубине, чем центр тяжести (точка C) данной площади ω .

2.10. Давление жидкости на цилиндрические поверхности

Сила P суммарного давления жидкости на цилиндрическую поверхность может быть выражена геометрической суммой ее составляющих: горизонтальной P_r и вертикальной P_b , т.е.

$$P = \sqrt{P_r^2 + P_b^2}.$$

Горизонтальная составляющая силы суммарного давления жидкости на цилиндрическую стенку равна силе суммарного давления жидкости на площадь ω_b вертикальной проекции этой стенки

$$P_r = \rho g h_c \omega_b = p_c \omega_b, \quad (2.15)$$

где h_c — глубина погружения центра тяжести площади ω_b .

Вертикальная составляющая равна весу жидкости в объеме тела давления:

$$P_b = \rho g W. \quad (2.16)$$

Телом давления называется объем жидкости, ограниченный рассматриваемой криволинейной поверхностью, вертикальной плоскостью, проведенной через нижнюю образующую этой криволинейной поверхности, и свободной поверхностью жидкости. Если объем находится с несмачиваемой стороны стенки, то вес тела давления нужно считать отрицательным (направленным вверх).

Направление силы суммарного давления P определяется углом β , образуемым вектором P и горизонтальной плоскостью:

$$\operatorname{tg} \beta = P_b / P_r.$$

Равнодействующая сил давления на сферическую поверхность также проходит через центр поверхности и лежит в вертикальной плоскости симметрии.

2.11. Закон Архимеда. Плавание тел

Определим давление жидкости на полностью погруженное в нее тело. При изображенном на рис. 2.16 расположении координатных осей составляющие R_x и R_y силы давления R на всю поверхность погруженного тела равны нулю и остаются неуравновешенными только составляющие, действующие по оси z :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{R_z^2} = R_z.$$

Определим значение R_z . Проведем контурную линию AB , разделим поверхность тела на две части — верхнюю и нижнюю. На верхнюю часть поверхности жидкость давит с силой R'_z , а на нижнюю — с силой R''_z , при этом $R_z = R'_z - R''_z$. Поскольку $R'_z = \gamma W_{AA'B'BCA}$, а $R''_z = \gamma W_{AA'B'BDA}$, то $R_z = \gamma (W_{AA'B'BCA} - W_{AA'B'BDA}) = -\gamma W_{ACBDA}$.

Объем W_{ACBDA} есть не что иное, как объем погруженного тела W , поэтому

$$R = -\gamma W, \quad (2.17)$$

где γ — удельный вес жидкости, в которую погружено тело.

Полученное выражение представляет собой закон Архимеда: *сила, с которой жидкость действует на погруженное в нее тело, равна весу жидкости в объеме погруженного тела*. Эта сила называется архимедовой подъемной силой, или силой вытеснения.

Если тело погружено в жидкость частично, то сила вытеснения $P_{\text{выт}}$ согласно (2.17) определяется следующим образом:

$$P_{\text{выт}} = -\gamma W_{\text{погр}} = -\rho g W_{\text{погр}}, \quad (2.18)$$

где $W_{\text{погр}}$ — объем части тела, погруженной в жидкость, ρ — плотность жидкости.

Заметим, что знак минус в формуле (2.18) соответствует выбранной системе координат (см. рис. 2.16).

Для однородного тела, плавающего на поверхности жидкости, справедливо соотношение

$$W_{\text{погр}} / W = \rho_r / \rho, \quad (2.19)$$

где W — объем плавающего тела; ρ_r — плотность тела.

В плавающем на поверхности жидкости теле кроме центра тяжести C различают еще два центра: центр водоизмещения B — центр тяжести объема погруженной части тела; метациентр M — точка пересечения оси плавания тела с линией действия подъемной силы (при наличии крена).

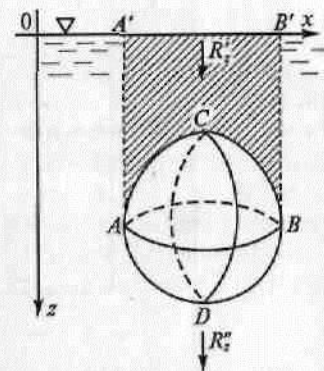


Рис. 2.16. К объяснению закона Архимеда

Остойчивостью плавающего тела называется его способность восстанавливать положение равновесия после прекращения действия внешней силы, вызвавшей крен. Для остойчивости тела необходимо соблюдение условия $h_m > 0$, где h_m — метацентрическая высота — расстояние между метацентром и центром тяжести:

$$h_m = J/W - a, \quad (2.20)$$

где J — момент инерции плоскости плавания относительно продольной оси; a — расстояние от центра тяжести до центра водоизмещения.

2.12. Гидростатические машины

Работа гидростатических машин базируется на основном законе гидростатики (законе Паскаля): сила давления, передаваемая на стенки сосуда, пропорциональна площади стенки.

Возьмем два сообщающихся сосуда площадью сечения ω_1 и ω_2 (рис. 2.17), закрытых поршнями, причем $\omega_2 > \omega_1$. Пусть к поршню малого сосуда приложена сила P_1 , которая создает под поршнем давление $p_0 = P_1/\omega_1$. По закону Паскаля это давление передается во все точки жидкости. Следовательно, на поршень ω_2 будет действовать сила давления

$$P_2 = p_0\omega_2 = P_1 \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Сила давления P_2 во столько раз больше силы давления P_1 , во сколько раз площадь ω_2 больше площади ω_1 . На этом принципе

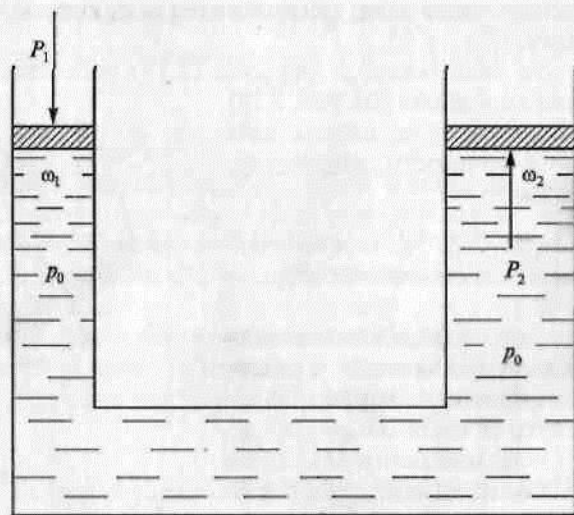


Рис. 2.17. Сообщающиеся сосуды

основана работа многих гидравлических устройств. Рассмотрим некоторые из них.

Гидравлический пресс (рис. 2.18) состоит из двух цилиндров разных диаметров, соединенных между собой трубопроводом. Цилиндры заполнены жидкостью. В малом цилиндре находится поршень (ныряло) диаметром d с рычагом, имеющим неподвижную точку. Плечи рычага b и $(a - b)$. В большом цилиндре давление жидкости передается на поршень диаметром D . Если к рычагу приложена сила F , то силу давления P_1 , передаваемую на ныряло и вызывающую в жидкости дополнительное давление, можно определить из уравнения $P_1 b = Fa$, откуда $P_1 = F \frac{a}{b}$.

Сила давления, действующего на поршень большого цилиндра,

$$P_2 = P_1 \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

где ω_2 — площадь большого поршня ($\omega_2 = \pi D^2/4$); ω_1 — площадь ныряла ($\omega_1 = \pi d^2/4$).

Отсюда

$$P_2 = P_1 \left(\frac{D}{d}\right)^2 = F \left(\frac{D}{d}\right)^2 \frac{a}{b}. \quad (2.21)$$

Из уравнения (2.21) следует, что с помощью подбора диаметра большого поршня и ныряла, а также плеч рычага можно получить сколь угодно большую силу P_2 при значительно меньшей силе F . Усилие прессования $P_{пр}$ будет несколько меньше силы P_2 из-за утечек жидкости и потерь на трение. Эти потери учитываются коэффициентом полезного действия пресса η , который на практике составляет 0,75...0,85:

$$P_{пр} = \eta P_2.$$

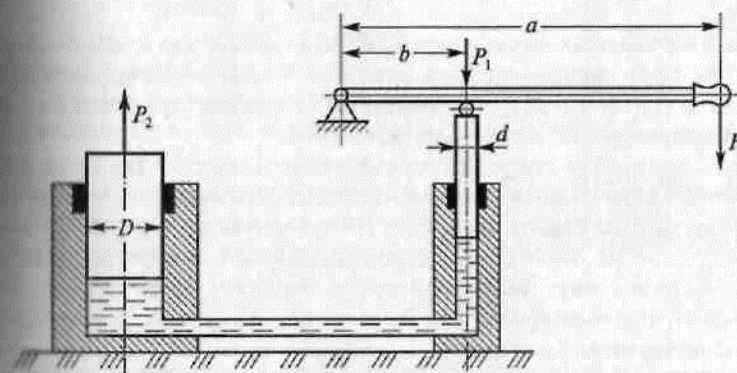


Рис. 2.18. Схема гидравлического пресса

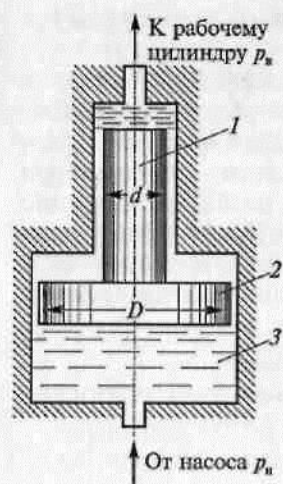


Рис. 2.19. Схема гидравлического мультипликатора:

1 — плунжер малого диаметра; 2 — поршень большого диаметра; 3 — рабочая жидкость

В современных прессах получают усилия прессования более 250 000 кН.

Мультипликатор — устройство для повышения давления жидкости — состоит из двух связанных друг с другом цилиндров (рис. 2.19). В цилиндре низкого давления находится поршень большого диаметра D , который соединен с плунжером малого диаметра d , входящим в цилиндр высокого давления. Получаемое давление p_n будет в D^2/d^2 раз больше подводимого давления p_n (на практике в 40—60 раз). Мультипликаторы, главным образом гидравлические, имеют ограниченное применение в современных гидравлических прессах (для увеличения усилия прессования), в пневмогидравлических усилителях (в многоточечных зажимных устройствах металлорежущих станков).

Гидравлический аккумулятор служит для выравнивания давления и расхода жидкости или газа в гидравлических установках. Различают аккумуляторы поршневые и беспоршневые. Гидравлические аккумуляторы используют в системах с резко переменным расходом жидкости или газа. В периоды уменьшения потребления аккумулятор накапливает жидкость (газ), поступающую от насосов (или компрессоров), и отдает ее в моменты наибольших расходов.

Поршневой аккумулятор (рис. 2.20, а) имеет резервуар, как правило цилиндрической формы, внутри которого свободно перемещается поршень. В резервуар подается жидкость под давлением, которое удерживается постоянным благодаря внешнему воздействию на поршень груза либо воздуха из подключенной пневмосети.

В беспоршневых аккумуляторах (рис. 2.20, б) давление поддерживается постоянным за счет давления в пневмосети, непосредственно соединенной с резервуаром аккумулятора, причем давление воздуха равно давлению жидкости.

Разновидностью гидравлических аккумуляторов является пневматический аккумулятор для уменьшения колебаний давления сжатого воздуха в пневматической сети (применяют в крупных пневматических сетях, на ветроэлектростанциях и т. п.). Он представляет собой резервуар, включенный в воздухопровод и снабженный предохранительным клапаном. Клапан регулирует на заданное предельное давление.

Домкрат — механизм для подъема тяжелых штучных грузов при выполнении ремонтных, монтажных или погрузочно-разгрузоч-

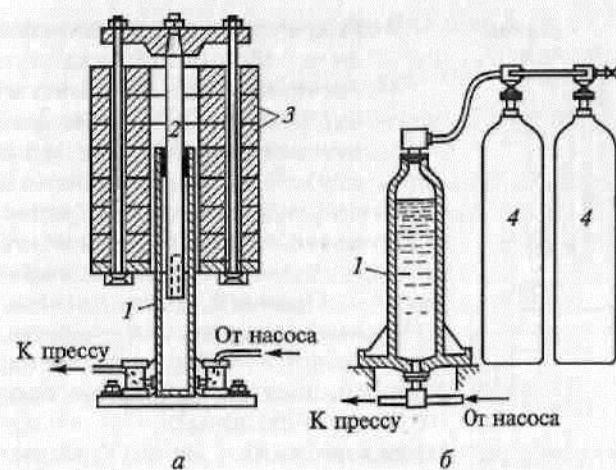


Рис. 2.20. Гидравлические аккумуляторы:

а — поршневой; б — беспоршневой; 1 — резервуар; 2 — поршень; 3 — грузы; 4 — баллоны со сжатым воздухом

ных работ. Гидравлические домкраты могут быть периодического действия с ручным приводом и непрерывного действия с механическим приводом. В домкрате периодического действия (рис. 2.21) подъем поршня 1, являющегося опорой для груза, осуществляется рабочей жидкостью, подаваемой в нижнюю полость стакана 2 поршневым насосом, приводимым в действие вручную рукояткой 4 и снабженным всасывающим и нагнетательным клапанами. Опускание груза происходит при перепускании рабочей жидкости из стакана в резервуар насоса.

В домкратах непрерывного действия рабочая жидкость подается в надпоршневое пространство, в результате чего вверх перемещается не поршень, а стакан вместе с грузом, резервуаром и насосом. Стакан и поршень связаны между собой возвратными пружинами. Если при крайнем верхнем положении цилиндра под него подвести опоры и открыть спускной вентиль, то под действием усилия пружин поршень поднимется вверх и вытеснит жидкость в резервуар. Под поршень вновь подводят опоры, и цикл работы повторяется без перестановки домкрата.

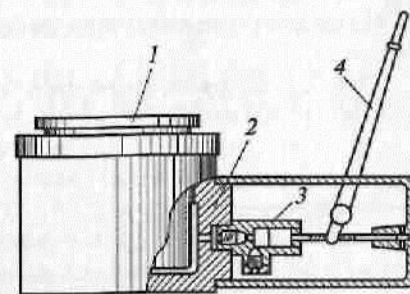


Рис. 2.21. Гидравлический домкрат периодического действия:

1 — поршень с подставкой для груза; 2 — стакан; 3 — клапанная коробка; 4 — рукоятка

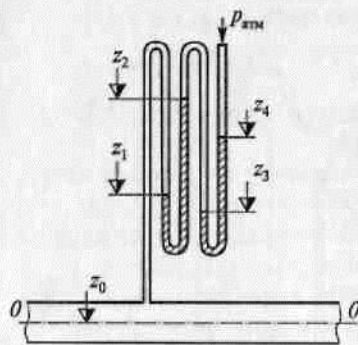


Рис. 2.22. К примеру 2.2

Решение. Избыточное давление

$$p_{изб} = \gamma h = \rho g h = 1250 \cdot 9,81 \cdot 85 = 1,04 \cdot 10^6 \text{ Па} \approx 1 \text{ МПа.}$$

Пример 2.2. Определить избыточное давление воды в трубе по показаниям батарейного ртутного манометра. Отметки уровней ртути от оси трубы (рис. 2.22): $z_1 = 1,75$ м; $z_2 = 3$ м; $z_3 = 1,5$ м; $z_4 = 2,5$ м.

Решение. Батарейный ртутный манометр состоит из двух последовательно соединенных ртутных манометров. Давление воды в трубе уравнивается перепадами уровней ртути, а также перепадами уровней воды в трубках манометра. Суммируя показания манометра от открытого конца до присоединения его к трубе, получим:

$$p_{изб} = \rho_{рт} g (z_4 - z_3) - \rho_{в} g (z_2 - z_3) + \rho_{рт} g (z_2 - z_1) + \rho_{в} g z_1,$$

где $\rho_{в}$ — плотность воды ($\rho_{в} = 1000$ кг/м³); $\rho_{рт}$ — плотность ртути ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м³).

Подставив заданные значения, получим

$$p_{изб} = 13600 \cdot 9,81 (2,5 - 1,5) - 1000 \cdot 9,81 (3 - 1,5) + 13600 \times 9,81 (3 - 1,75) + 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,75 \approx 0,303 \cdot 10^6 \text{ Па} \approx 0,3 \text{ МПа.}$$

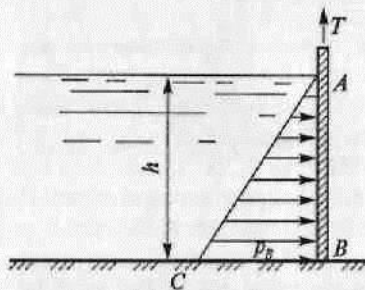


Рис. 2.23. К примеру 2.3

Гидравлические домкраты соединяют в себе достоинства винтовых и реечных. Они обладают высоким КПД (0,75...0,8), плавностью хода, точностью остановки, самоторможением, компактностью и большой грузоподъемностью. Их недостатки — малая скорость и небольшая высота подъема за один рабочий цикл.

Пример 2.1. Определить избыточное давление в забое скважины глубиной $h = 85$ м, которая заполнена глинистым раствором плотностью $\rho = 1250$ кг/м³.

Решение. Сила суммарного давления на щит

$$P = p_c \omega = \rho g h_c b h = \rho g h^2 b / 2.$$

Построим эпюру избыточного гидростатического давления. В точке B гидростатическое давление $p_B = \rho g h$.

Отложим от точки B в направлении, перпендикулярном щиту, отрезок, равный p_B (со стороны действия давления), и соединим началом полученного вектора (точку C) с точкой A. Полученный треугольник ABC — эпюра гидростатического давления.

По эпюре гидростатического давления определим силу суммарного давления на щит, которая равна объему этой эпюры:

$$P = \omega_{ABC} b = \frac{AB \cdot BC}{2} b = \frac{\rho g h^2 b}{2}.$$

Полученная формула одинакова с ранее написанной. Подставив в эту формулу заданные значения, получим

$$P = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,2^2 \cdot 1,8 : 2 = 42,7 \cdot 10^3 \text{ Н} \approx 42,7 \text{ кН.}$$

Усилие, необходимое для подъема щита,

$$T = G + fP = 15 + 0,25 \cdot 42,7 \approx 25,7 \text{ кН.}$$

Пример 2.4. Построить эпюру избыточного гидростатического давления и определить силу суммарного давления и направление ее действия на цилиндрический затвор (рис. 2.24). Диаметр затвора $d = 2,5$ м, глубина воды перед ним $H = 1,8$ м, длина затвора $l = 4$ м.

Решение. Избыточное гидростатическое давление на глубине $H/4$ $p_1 = \rho g h = \rho g H/4 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,8 : 4 = 4414,5$ Па $\approx 4,4$ кПа; на глубине $H/2$ $p_2 = 2p_1 \approx 8,8$ кПа; на глубине $3H/4$ $p_3 = 3p_1 \approx 13,2$ кПа; на глубине H $p_4 = 4p_1 \approx 17,6$ кПа.

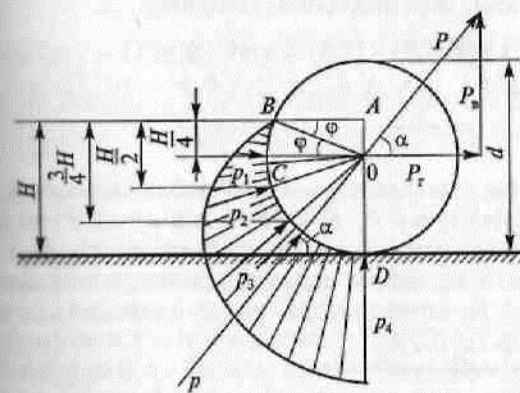


Рис. 2.24. К примеру 2.4

Пример 2.3. Определить силу суммарного давления воды на плоский щит, перекрывающий канал (рис. 2.23), и усилие, которое необходимо приложить для подъема щита. Ширина канала $b = 1,8$ м, глубина воды в нем $h = 2,2$ м. Вес щита $G = 15$ кН. Коэффициент трения щита по опорам $f = 0,25$.

На соответствующей глубине на продолжении радиусов затвора откладываем в масштабе найденные значения гидростатического давления. Концы векторов соединяем кривой линией, получая искомую эпюру.

Горизонтальная составляющая силы суммарного давления [см формулу (2.15)]

$$P_r = p_c \omega_b = \rho g \frac{H^2}{2} L,$$

где ω_b — площадь проекции криволинейной стенки BCD на вертикальную плоскость; $P_r = 1000 \cdot 9,81 \frac{1,8^2}{2} 4 = 63568,8 \text{ Н} \approx 63,6 \text{ кН}$

Вертикальная составляющая силы суммарного давления [(см формулу (2.16))]

$$P_n = \rho g W = \rho g \omega L,$$

где W — объем тела $ABCD$; ω — площадь фигуры $ABCD$.

Чтобы найти ω , сначала определим угол φ . Как следует из рисунка,

$$\sin \varphi = \frac{AO}{BO} = \frac{H - d/2}{d/2} = \frac{1,8 - 2,5 : 2}{2,5 : 2} = 0,44.$$

Отсюда $\varphi = 26^\circ$, а угол BOD равен $90^\circ + 26^\circ = 116^\circ$.

Площадь фигуры $ABCD$:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_{OBCD} + \omega_{ABO} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\angle BOD}{360} + \frac{(H - d/2)d}{2} \cos \varphi = \\ &= \frac{3,14 \cdot 2,5^2}{4} \frac{116}{360} + \frac{(1,8 - \frac{2,5}{2}) \cdot 2,5}{2} \cos 26^\circ = \\ &\approx 1,89 \text{ м}^2. \end{aligned}$$

Следовательно, вертикальная составляющая

$$P_n = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,89 \cdot 4 = 74163,6 \text{ Н} \approx 74,2 \text{ кН}.$$

Равнодействующая сила давления

$$P = \sqrt{P_r^2 + P_n^2} = \sqrt{63,6^2 + 74,2^2} \approx 97,7 \text{ кН}.$$

Угол наклона равнодействующей давления к горизонту находим из выражения $\text{tg } \alpha = P_n/P_r = 74,2/63,6 = 1,17$. Отсюда $\alpha \approx 50^\circ$.

Пример 2.5. Определить глубину погружения и остойчивость железобетонного понтона, имеющего форму параллелепипеда высотой $h = 1,8 \text{ м}$, шириной $b = 2,5 \text{ м}$, длиной $l = 6 \text{ м}$. Толщина стенок понтона $\delta = 0,1 \text{ м}$.

Решение. Вес понтона

$$G = \rho_6 g W = \rho_6 g [2lb\delta + 2b(h - 2\delta)\delta + 2(l - 2\delta)(h - 2\delta)\delta],$$

где $\rho_6 = 2500 \text{ кг/м}^3$ — плотность бетона; W — объем железобетонных стенок понтона.

Подставив численные значения, получим

$$G = 2500 \cdot 9,81 [2 \cdot 6 \cdot 2,5 \cdot 0,1 + 2 \cdot 2,5(1,8 - 2 \cdot 0,1)0,1 + 2(6 - 2 \cdot 0,1)(1,8 - 2 \cdot 0,1)0,1] = 138713,4 \text{ Н} \approx 139 \text{ кН}.$$

Силу вытеснения (подъемную силу) находим по формуле (2.18):

$$P_{\text{выт}} = \rho g W_{\text{погр}} = \rho g b l h_1,$$

где h_1 — глубина погружения понтона (знак минус отсутствует, поскольку ось z направлена вверх).

Сила вытеснения при плавании понтона в воде равна его весу, т.е. $G = P_{\text{выт}}$, поэтому $G = \rho g b l h_1$, откуда

$$h_1 = \frac{G}{\rho g b l} = \frac{139 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot 6} \approx 0,95 \text{ м}.$$

Центр давления (водоизмещения) находится над дном понтона на расстоянии

$$h_b = h_1/2 = 0,95 : 2 = 0,475 \text{ м}.$$

Определим метацентрическую высоту по формуле (2.20):

$$\begin{aligned} h_m &= \frac{J}{W} - a = \frac{bl^3/2}{blh_1} - \left(\frac{h}{2} - h_b\right) = \frac{l^2}{2h_1} - \left(\frac{h}{2} - h_b\right) = \\ &= \frac{6^2}{2 \cdot 0,95} - \left(\frac{1,8}{2} - 0,475\right) \approx 18,5 \text{ м}. \end{aligned}$$

Поскольку $h_m = 18,5 > 0$, понтон остойчив.

Контрольные вопросы

1. Перечислите свойства, которыми обладает гидростатическое давление?
2. Какое состояние жидкости описывают уравнения Эйлера?
3. Какое свойство гидростатического давления отражают уравнения Эйлера?
4. Какие параметры жидкости связывает основное дифференциальное уравнение гидростатики?
5. Какие поверхности называют поверхностями уровня?
6. Дайте определение поверхности уровня в гидравлике.
7. При каких условиях из основного дифференциального уравнения гидростатики выводится основное уравнение гидростатики?
8. По какой формуле вычисляют гидростатическое давление в точке?
9. Сформулируйте закон Паскаля и поясните его физический смысл.
10. Как определить абсолютное давление?

11. По какому закону изменяется избыточное давление?
12. Какое давление называют вакуумметрическим?
13. По какой формуле определяют вакуумметрическую высоту?
14. Как называются приборы для измерения давления?
15. Перечислите основные схемы жидкостных манометров.
16. Для чего используются микроманометры?
17. Каким манометром измеряют абсолютное давление?
18. Объясните принцип действия мембранного манометра.
19. По какой формуле вычисляют гидростатическое давление жидкости, действующее на площадку?
20. От каких геометрических параметров сосуда зависит давление жидкости на его дно?
21. Напишите формулу для определения центра давления жидкости на плоскую наклонную стенку. Объясните физический и геометрический смысл входящих в нее выражений.
22. Сформулируйте закон Архимеда. Напишите формулу для определения подъемной силы.
23. Что такое остойчивость плавающего тела?
24. Какой закон гидростатики лежит в основе работы гидростатических машин?
25. Объясните принцип работы гидравлического пресса.
26. Поясните схему работы мультипликатора.
27. Объясните принцип работы гидравлического аккумулятора.
28. При выполнении каких работ применяют домкраты?

Глава 3

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

3.1. Основные понятия гидродинамики жидкости.

Виды движения жидкости. Уравнение неразрывности

Гидродинамика рассматривает законы движения жидкости. Параметры, характеризующие движение жидкости, — скорость и давление — изменяются в потоке, в пространстве и во времени. Задача гидродинамики заключается в изучении изменения этих параметров при движении жидкости.

В жидкости частицы не связаны жестко между собой, они движутся друг относительно друга. В гидродинамике различают два вида движения (течения) жидкости: установившееся и неустановившееся.

Установившееся (стационарное) течение жидкости — это такое течение, при котором давление и скорость в каждой точке остаются постоянными во времени, т.е. являются функциями координат и не зависят от времени: $p = p(x, y, z)$; $v = v(x, y, z)$.

Давление и скорость могут изменяться от точки к точке, но в каждой точке они постоянны. В частном случае установившееся течение может быть равномерным, когда скорость каждой частицы не изменяется с изменением координат и поле скоростей остается неизменным вдоль потока.

Неустановившимся (нестационарным) течением жидкости называется течение, при котором все или отдельные его характеристики (давление или скорость) изменяются во времени в рассматриваемых точках пространства: $p = p(x, y, z, t)$; $v = v(x, y, z, t)$.

Примерами установившегося течения могут служить истечение жидкости из сосуда, в котором поддерживается постоянное давление или уровень, движение жидкости в трубопроводе, в котором создается постоянное давление.

Примеры неустановившегося течения: быстрое опорожнение сосуда через отверстие в дне; движение во всасывающей или напорной трубе поршневого насоса.

В задачу кинематики жидкости входит определение скорости в каждой точке жидкости, т.е. нахождение поля скоростей. При решении этой задачи мы будем рассматривать сначала жидкость как идеальную (абсолютно невязкую и абсолютно несжимаемую), а затем перейдем к изучению реальных потоков. В идеальной жидкости, как и в неподвижных реальных потоках, возможен только один вид напряжений — нормальное напряжение сжатия, т.е. гидростатическое давление, или просто давление, которое направлено внутрь жидкости по нормали к поверхности.

Объектом нашего рассмотрения будут установившиеся течения и только в отдельных частных случаях — неустановившиеся.

Линия, по которой движется частица, называется ее *траекторией*. Траектории частиц жидкости при установившемся течении являются неизменными во времени.

В выбранной системе отсчета каждой частице соответствуют направление и величина скорости, т.е. свой вектор скорости. Таким образом, вся жидкость представляет собой поле вектора скорости. В этом поле можно провести линии, касательные к которым в каждой точке совпадут с направлением скорости частицы в данной точке. Такие линии называются *линиями тока* (рис. 3.1). Линия тока представляет собой кривую, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной. При установившемся течении линии тока совпадают с траекториями частиц и не изменяют своей формы с течением времени. При этом проводят линии тока так, чтобы их густота была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее.

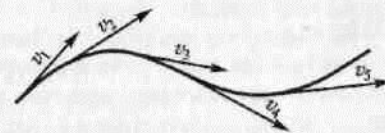


Рис. 3.1. Линии тока

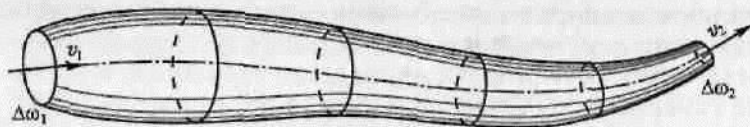


Рис. 3.2. Трубка тока

Если взять бесконечно малый замкнутый контур и через его точки провести линии тока, то образуется трубчатая поверхность, ограниченная линиями тока, которая называется *трубкой тока* (рис. 3.2).

Часть потока, заключенная внутри трубки тока, называется *элементарной струйкой*. При стремлении поперечных размеров струйки к нулю она стягивается в линию тока. Считают, что трубка тока — это часть жидкости, ограниченная линиями тока. В любой точке трубки тока, т.е. боковой поверхности струйки, вектора скорости направлены по касательной, а нормальные составляющие скорости к этой поверхности отсутствуют, т.е. при установившемся течении ни одна частица жидкости не может проникнуть внутрь струйки или покинуть ее. Трубка тока является непроницаемой стенкой, а элементарная струйка представляет собой самостоятельный элементарный поток.

Поток жидкости представляет собой совокупность элементарных струек, которые скользят друг по другу, не перемешиваясь.

Живым сечением потока, или просто сечением потока, называется площадь поперечного сечения потока, проведенная нормально к линиям потока.

Равномерным называется такое установившееся движение жидкости, при котором площади живых сечений и средняя скорость потока не меняются по его длине.

Неравномерным называется такое установившееся движение жидкости, при котором площади живых сечений и средняя скорость потока изменяются по его длине.

Различают напорные и безнапорные течения. *Напорными* называются течения в закрытых руслах без свободной поверхности, *безнапорными* — течения со свободной поверхностью.

При напорных течениях давление вдоль потока обычно переменное, при безнапорных — постоянное (на свободной поверхности) и чаще всего атмосферное.

Примером напорного течения является течение жидкости в трубопроводах, гидромашинах, безнапорного — течение в реках, открытых каналах, лотках.

Расходом называется количество жидкости, протекающее через живое сечение потока (струйки) в единицу времени. Это количество можно измерять в единицах объема, веса и массы, поэтому различают расходы: объемный Q , м³/с; весовой Q_G , Н/с; массовый Q_m , кг/с.

Для элементарной струйки можно считать скорость v одинаковой по всему сечению, тогда для нее

$$\begin{aligned} \Delta Q &= v\Delta\omega; \\ \Delta Q_G &= \rho g\Delta Q = \rho g v\Delta\omega; \\ \Delta Q_m &= \rho\Delta Q = \rho v\Delta\omega, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $\Delta\omega$ — площадь сечения струйки.

Для потока конечных размеров в общем случае скорость имеет различные значения в разных точках сечения, поэтому расход определяют как сумму элементарных расходов струек.

Объемный расход жидкости, м³/с,

$$Q = W/t, \quad (3.2)$$

где W — объем жидкости, м³; t — время, с.

Весовой расход жидкости

$$Q_G = mg/t, \quad (3.3)$$

где m — масса жидкости, кг; g — ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с².

Массовый расход жидкости

$$Q_m = m/t. \quad (3.4)$$

Между весовым и объемным расходами жидкости существует следующая зависимость:

$$Q_G = \rho g Q. \quad (3.5)$$

Средняя скорость потока v_{cp} , м/с, определяется как объемный расход жидкости через единицу живого сечения потока:

$$v_{cp} = Q/\omega. \quad (3.6)$$

Возьмем трубку тока и в ней два произвольных сечения $\Delta\omega_1$, $\Delta\omega_2$, нормальных трубке тока (см. рис. 3.2). За единицу времени через первое сечение пройдет объем жидкости $v_1\Delta\omega_1$, а через второе — $v_2\Delta\omega_2$. Будем считать объемы единичными, тогда

$$\Delta Q = v_1\Delta\omega_1 = v_2\Delta\omega_2. \quad (3.7)$$

Это равенство справедливо для любых сечений трубки тока, следовательно:

$$\Delta Q = v_1\Delta\omega_1 = v_2\Delta\omega_2 = v_i\Delta\omega_i = \text{const}. \quad (3.8)$$

Таким образом, *произведение площади поперечного сечения трубки тока и скорости течения несжимаемой жидкости есть величина постоянная для данной трубки тока*. Так формулируется теорема о неразрывности струи, а уравнение (3.8) называется уравнением постоянства объемного расхода элементарной струйки.

Для потока конечных размеров

$$Q = v_{cp1}\omega_1 = v_{cp2}\omega_2 = v_{cp}\omega_l = \text{const.} \quad (3.9)$$

Из уравнения (3.9) следует

$$\frac{v_{cp1}}{v_{cp2}} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad (3.10)$$

т.е. средние скорости в потоке несжимаемой жидкости обратно пропорциональны площади живых сечений. Все частицы, проходящие в некотором сечении трубки тока при движении продолжают двигаться внутри трубки тока и не выходят из нее. Из внешнего окружения частицы в трубку тока не попадают.

Для потока уравнение неразрывности показывает, что при установившемся движении несжимаемой жидкости произведение площади живого сечения и средней скорости потока является постоянной величиной.

Для характеристики размеров, формы и условий движений потока используются следующие понятия.

Смоченным периметром P_c называется часть периметра живого сечения, на котором жидкость соприкасается с твердыми стенками. Смоченный периметр меньше геометрического периметра P_r или равен ему. Смоченный периметр совпадает с геометрическим периметром живого сечения закрытых сосудов, заполненных жидкостью (рис. 3.3, а). Если сосуд открытый со свободной поверхностью жидкости (рис. 3.3, б), то смоченный периметр меньше геометрического на длину линии открытой поверхности жидкости. Как следует из рис. 3.3, $P_r = 2(h + b)$, $P_c = 2h + b$.

Гидравлическим радиусом R_r называется отношение площади живого сечения к смоченному периметру. Гидравлический радиус существует для любого потока, ограниченного стенками, а геометрический радиус r — только для потока, протекающего по круглой трубе. Гидравлический радиус меньше геометрического в 2 раза:

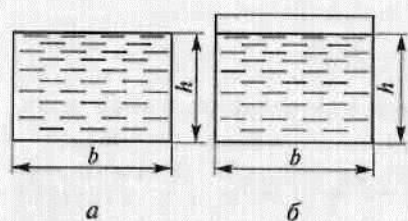


Рис. 3.3. К определению смоченного периметра:

а — закрытый сосуд; б — сосуд со свободной поверхностью

$$R_r = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}, \quad (3.11)$$

где d — диаметр круглой трубы.

В гидравлических расчетах пользуются также понятием *эквивалентного диаметра*

$$d_{эkv} = 4R_r. \quad (3.12)$$

Для круглых труб эквивалентный диаметр равен геометрическому: $d_{эkv} = d$.

3.2. Ламинарный и турбулентный режимы движения. Опыты Рейнольдса

Рассматривая жидкость как идеальную, мы пренебрегаем ее вязкостью. Это приводит к тому, что сопротивление тела, равномерно движущегося в неограниченном пространстве, оказывается равным нулю, а это противоречит данным опытов с реальными жидкостями. В реальных жидкостях со стороны слоя, движущегося медленно, действуют силы, замедляющие движение частиц слоя, движущегося с большей скоростью и, наоборот, частицы слоя с большей скоростью ускоряют более медленный слой. При малых скоростях движения жидкости один слой скользит по другому. Слой у стенки прилипает к ней. Силы вязкости пропорциональны изменению скорости потока в нормальном направлении к скорости. Наиболее сильно они будут сказываться там, где изменения скорости велики. Расположенная около поверхности тела (трубы, канала) область течения вязкой жидкости, в которой изменяется скорость, называется *пограничным слоем*.

Вне пограничного слоя влияние вязкости проявляется слабо и поведение вязкой жидкости близко к поведению идеальной. В вязкой жидкости складываются два движения: хаотичное движение молекул и направленное движение всего потока. С учетом этого можно уточнить понятие пограничного слоя. Пограничный слой представляет собой область течения вязкой жидкости, в которой силы трения и инерции имеют одинаковый порядок.

Многочисленными наблюдениями и опытами установлено, что существует два основных режима движения жидкостей: ламинарный и турбулентный.

При *ламинарном режиме* вся масса жидкости движется параллельными скользящими друг по другу несмешивающимися струйками или слоями.

При *турбулентном режиме* отдельные частицы жидкости движутся по произвольным сложным траекториям, струйки перемешиваются и поток жидкости представляет собой беспорядочно движущуюся массу.

Впервые предположение о существовании двух режимов движения жидкости высказал Д. И. Менделеев в 1880 г. Позднее оно было подтверждено опытным путем О. Рейнольдсом в 1883 г. Он пропускал воду через стеклянные трубки разного диаметра, регулируя скорость движения воды в них кранами 1 и 5 (рис. 3.4). По тонкой трубке 3 с заостренным концом к входу в стеклянную трубку 4 подводилась окрашенная жидкость из сосуда 2. Средняя скорость в трубке 4 площадью сечения ω определялась по объему воды W , поступившей в сосуд 6 за время t : $v = W/(\omega t)$.

Опыты, проводившиеся при постоянном напоре (для его поддержания была использована сливная трубка 7), показали, что

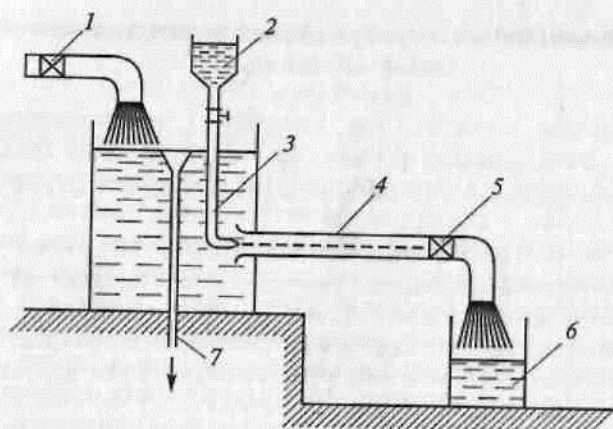


Рис. 3.4. Экспериментальная установка О. Рейнольдса:
1, 5 — краны; 2 — сосуд с окрашенной жидкостью; 3 — трубка с заостренным концом; 4 — трубка; 6 — сосуд; 7 — сливная трубка

при малых скоростях движения воды в трубке 4 краска движется в ней в виде тонкой струйки параллельно стенке, не перемешиваясь с водой. После достижения определенной для данных условий опыта средней скорости движение частиц жидкости становится беспорядочным, струйка краски начинает размываться, отчего вся вода в трубке окрашивается.

Размывание струйки происходит вследствие образования вихрей и беспорядочного движения частиц. Однако у стенки, как и при ламинарном режиме, скорость остается равной нулю (рис. 3.5).

При ламинарном течении жидкости в трубе эпюра скоростей имеет вид параболы; скорость в произвольной точке потока

$$v_r = \frac{\Delta p}{4\mu l} (r_0^2 - r^2), \quad (3.13)$$

где Δp — перепад давления по длине трубы; μ — динамическая вязкость; l — длина трубы; r_0 — радиус трубы; r — радиус потока в точке определения скорости.

Максимальная скорость в центре поперечного сечения на оси трубы

$$v_{\max} = \frac{\Delta p}{4\mu l} r_0^2. \quad (3.14)$$

Расход жидкости через сечение трубы

$$Q = \frac{\pi \Delta p}{8\mu l} r_0^4. \quad (3.15)$$

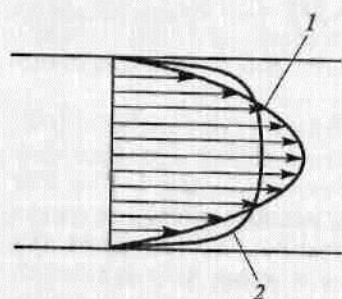


Рис. 3.5. Эпюры скоростей в трубе:

1 — при ламинарном течении;
2 — при турбулентном течении

Средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = Q/(\pi r_0^2) = \frac{\Delta p}{8\mu l} r_0^2. \quad (3.16)$$

Сравнение формул (3.14) и (3.16) показывает, что при ламинарном течении средняя скорость в 2 раза меньше максимальной: $v_{\text{ср}} = 0,5v_{\max}$.

При турбулентном течении жидкости в трубе можно говорить лишь о ее средней скорости. Характер течения зависит от средней скорости жидкости $v_{\text{ср}}$, диаметра трубопровода d , динамической вязкости μ и плотности жидкости ρ . Все эти факторы учитываются безразмерным комплексом, получившим название «число Рейнольдса»

$$Re = \frac{\rho v_{\text{ср}} d}{\mu} = \frac{v_{\text{ср}} d}{\nu}, \quad (3.17)$$

где ν — кинематическая вязкость.

Физически число Рейнольдса характеризует отношение сил инерции и сил вязкости в потоке жидкости. Таким образом, режим движения жидкости для каждого конкретного случая зависит от числа Рейнольдса. Многочисленными опытами установлено предельное значение числа Рейнольдса, при превышении которого поток из ламинарного переходит в турбулентный. Это значение называется критическим числом Рейнольдса $Re_{\text{кр}} = 2320$.

Средняя скорость, соответствующая ему, называется критической скоростью

$$v_{\text{кр}} = \frac{2320\mu}{\rho d} = \frac{2320\nu}{d}. \quad (3.18)$$

Для потоков с сечением другой формы в качестве характеристики используют гидравлический радиус R_r или эквивалентный диаметр $d_{\text{экр}}$:

$$Re = \frac{v 4 R_r}{\nu} = \frac{v d_{\text{экр}}}{\nu}. \quad (3.19)$$

Число Рейнольдса является критерием, определяющим режим течения жидкости в трубах. При $Re < 2320$ движение жидкости происходит при ламинарном режиме, при $Re > 2320$ — при турбулентном. При переходе от ламинарного движения к турбулентному и наоборот наблюдается промежуточный (переходный) режим ($Re = 2320 \dots 4000$), при котором струйки имеют волнистый профиль, но не перемешиваются между собой.

Вполне развитое турбулентное течение в трубах устанавливается при $Re = 4000$.

3.3. Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

Уравнение Бернулли является основным уравнением гидродинамики, устанавливающим связь между средней скоростью и гидродинамическим давлением в установившемся потоке.

Выделим массу жидкости Δm , протекающей через сечение трубки тока $\Delta\omega_1$, расположенное на высоте z_1 , а затем через сечение $\Delta\omega_2$, расположенное на высоте z_2 (рис. 3.6).

Полную энергию массы жидкости Δm , протекающей через сечение $\Delta\omega_1$, обозначим E_1 , а через сечение $\Delta\omega_2$, — E_2 . Согласно закону сохранения полной механической энергии разность $E_2 - E_1$ равна работе внешних сил A , перемещающих массу Δm от сечения $\Delta\omega_1$ к сечению $\Delta\omega_2$:

$$E_2 - E_1 = A. \quad (3.20)$$

На жидкость действуют сила тяжести и силы давления, поэтому

$$A = A_G + A_P, \quad (3.21)$$

где A_G — работа силы тяжести, A_P — работа сил давления.

Работа силы тяжести равна произведению веса жидкости и величины смещения центра тяжести:

$$A_G = \rho g \Delta Q (z_1 - z_2), \quad (3.22)$$

где ΔQ — объемный расход жидкости.

Работа сил давления при перемещении жидкости за время Δt в сечениях $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$:

$$A_P = p_1 \Delta\omega_1 v_1 \Delta t + p_2 \Delta\omega_2 v_2 \Delta t, \quad (3.23)$$

где p_1, p_2 — давление жидкости соответственно в сечениях $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$.

Согласно уравнению неразрывности

$$\Delta\omega_1 v_1 \Delta t = \Delta\omega_2 v_2 \Delta t = \Delta Q. \quad (3.24)$$

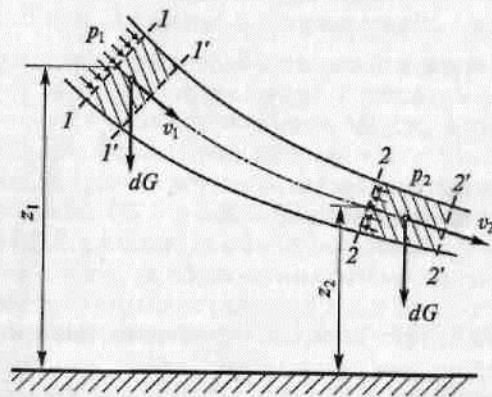


Рис. 3.6. Схема для вывода уравнения Бернулли

Полные механические энергии E_1 и E_2 складываются из кинетических и потенциальных энергий массы жидкости Δm :

$$E_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g z_1; \quad (3.25)$$

$$E_2 = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g z_2. \quad (3.26)$$

Используя формулы (3.22) — (3.26) и учитывая, что $\rho = \Delta m / \Delta Q$, уравнение (3.20) можно привести к следующему виду:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2. \quad (3.27)$$

Уравнение (3.27) носит название уравнения Бернулли¹. Все члены уравнения Бернулли имеют размерность давления и называются так: $\frac{\rho v^2}{2}$ — динамическое давление; p — гидростатическое давление; $\rho g z$ — весовое давление.

Уравнение Бернулли устанавливает зависимость между скоростью жидкости, гидростатическим давлением p в данной точке, объемным весом жидкости ρg и высотой положения частиц жидкости z над плоскостью сравнения. В виде (3.27) оно выражает постоянство полной механической энергии движущейся идеальной жидкости вдоль трубки тока или вдоль элементарной струйки.

3.4. Геометрический и энергетический смысл уравнения Бернулли

Разделив в уравнении Бернулли (3.27) все члены на ρg и сделав перестановку членов, приведем его к виду

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}. \quad (3.28)$$

В этом уравнении все слагаемые имеют линейные размеры и соответственно выражают: z — геометрическую высоту, или геометрический напор; $p/(\rho g)$ — пьезометрическую высоту, или пьезометрический напор; $v^2/2g$ — скоростную высоту, или скоростной (динамический) напор.

Сумму всех трех слагаемых

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H_{\text{гд}} \quad (3.29)$$

называют полным, или гидродинамическим, напором.

¹ Даниил Бернулли (1700—1782) — выдающийся швейцарский физик и математик, почетный член Петербургской академии наук, работал в России в 1734—1733 гг.

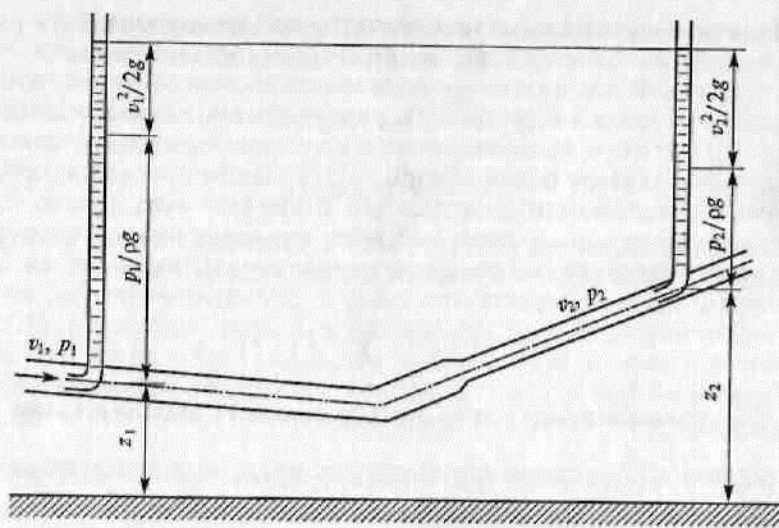


Рис. 3.7. Баланс напоров при движении идеальной жидкости в напорном трубопроводе

Геометрический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что при установившемся движении идеальной жидкости сумма трех высот (напоров) — геометрической, пьезометрической и скоростной — вдоль потока остается постоянной (см. пример 3.5).

На рис. 3.7 приводится баланс напоров при движении жидкости в напорном трубопроводе.

Уравнение Бернулли имеет и энергетический смысл.

Разделив каждое слагаемое в уравнении (3.27) на ρ и произведя соответствующую перегруппировку членов, получим

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}. \quad (3.30)$$

Все члены уравнения (3.30) имеют размерность удельной энергии, Дж/кг, т.е. энергии, отнесенной к 1 кг массы жидкости.

Слагаемое gz представляет собой удельную энергию положения рассматриваемого сечения потока жидкости в поле земного тяготения; p/ρ — удельную потенциальную энергию давления; $v^2/2$ — удельную кинетическую энергию.

Из сравнения (3.29) и (3.30) можно сделать вывод, что полный гидродинамический напор выражает собой отнесенную к единице веса полную удельную энергию жидкости в поперечном сечении элементарной струйки

$$e = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}. \quad (3.31)$$

Энергетический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что при установившемся движении полная удельная энергия частиц идеальной жидкости, составляющих элементарную струйку, сохраняется постоянной по всей длине струйки. Уравнение Бернулли является выражением основного закона физики — закона сохранения механической энергии — применительно к жидкости. Механическая энергия движущейся жидкости может иметь три формы: энергия положения, энергия давления и кинетическая энергия. В процессе движения жидкости одна форма энергии может превращаться в другую, но полная удельная энергия остается постоянной.

3.5. Уравнение Бернулли для реальной жидкости и газов

При движении реальной жидкости вследствие ее вязкости и трения происходят потери энергии. Поэтому при составлении уравнения Бернулли для двух выбранных сечений потока реальной жидкости необходимо учитывать неравномерность распределения скоростей в потоке (с помощью коэффициента Кориолиса α) и энергию потока E_{1-2} , расходуемую на преодоление гидравлического сопротивления в канале.

Для установившегося, плавно изменяющегося¹ движения коэффициент неравномерности скоростей $\alpha = 1,05 \dots 1,1$. Если скорости в пределах живого сечения одинаковые и равны средней, то $\alpha = 1$.

По аналогии с (3.30) запишем уравнение Бернулли для потока реальной жидкости:

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \alpha \frac{v_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \alpha \frac{v_2^2}{2} + E_{1-2}. \quad (3.32)$$

Оно является уравнением баланса удельных потоков реальной жидкости.

Разделив левую и правую части (3.32) на g , получим

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2}, \quad (3.33)$$

где h_{1-2} — потери напора в сопротивлениях, как в местных, так и по длине ($h_{1-2} = E_{1-2}/g$).

Из (3.33) видно, что гидравлический напор струйки реальной жидкости $H_{гд}$ [см. формулу (3.29)] изменяется по ее длине, т.е. $H_{гд} \neq \text{const}$.

Изменение полной удельной энергии потока реальной жидкости при перемещении от одного сечения к другому равно удельной

¹ Под плавно изменяющимся понимают установившееся движение жидкости, близкое к параллельно-струйному.

энергии, затраченной на преодоление сопротивлений между этими сечениями.

Потери напора на единицу длины потока называются *гидравлическим уклоном*

$$i_r = \frac{h_{1-2}}{l}, \quad (3.34)$$

а потери пьезометрической высоты — *пьезометрическим уклоном*

$$i_{\pi} = \frac{\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right)}{l}, \quad (3.35)$$

где l — длина потока.

Для газов уравнение Бернулли (3.33) и его различные виды применимы, если скорость движения газа значительно меньше скорости звука (менее 1200 км/ч).

3.6. Применение в технике уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли широко применяется в технике, например для расчетов водопроводов, нефтепроводов, газопроводов, насосов и т.п. На его основании сконструирован ряд приборов и устройств, таких как расходомер Вентури, карбюратор, водоструйный насос (эжектор), трубка Пито и т.д. Рассмотрим некоторые из них.

Расходомер Вентури (рис. 3.8) представляет собой устройство, устанавливаемое в трубопроводах и осуществляющее сужение потока — дросселирование. Расходомер состоит из двух участков — плавно сужающегося (сопла) и постепенно расширяющегося (диффузора). Скорость потока в сужающемся месте возрастает, а давление падает. Возникает разность (перепад) давлений, которую можно измерить двумя пьезометрами или дифференциальным U-образным манометром.

Пусть в сечении 1—1 потока непосредственно перед сужением скорость равна v_1 , давление p_1 , площадь сечения ω_1 , а в сечении 2—2, т.е. в самом узком месте потока, соответственно v_2 , p_2 и ω_2 . Разность показаний пьезометров, присоединенных к указанным сечениям, ΔH .

Запишем для сечений 1—1 и 2—2 потока уравнение Бернулли и уравнение расхода (считая распределение скоростей равномерным):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_m; \quad (3.36)$$

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2,$$

где h_m — потеря напора между сечениями 1—1 и 2—2.

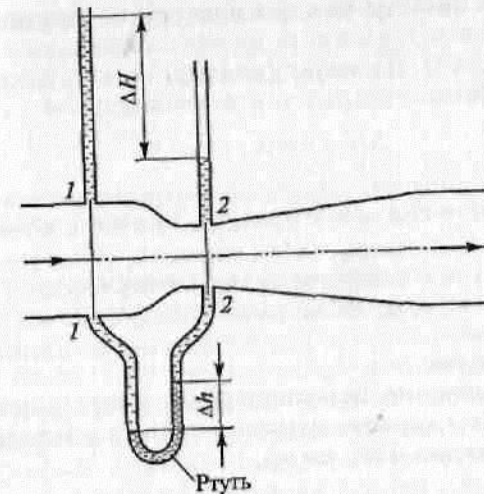


Рис. 3.8. Схема расходомера Вентури

Учитывая, что

$$h_m = \zeta \frac{v_2^2}{2g},$$

где ζ — коэффициент сопротивления,

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \Delta H,$$

найдем из системы уравнений (3.36) одну из скоростей, например,

$$v_2 = \frac{\sqrt{2g\Delta H}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + \zeta}}.$$

Отсюда объемный расход

$$Q = v_2 \omega_2 = \omega_2 \frac{\sqrt{2g\Delta H}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + \zeta}}$$

или

$$Q = C \sqrt{\Delta H}, \quad (3.37)$$

где C — величина, постоянная для данного расходомера.

Зная C и ΔH , можно найти расход в трубопроводе для любого момента времени по формуле (3.37). Константу C определяют теоретически или экспериментально путем градуирования расходомера.

Вместо пары пьезометров для измерения перепада давления в расходомере можно применить дифференциальный ртутный манометр (см. рис. 3.8). Поскольку над ртутью в трубках находится та же жидкость плотностью ρ , что и в трубопроводе,

$$\Delta H = \Delta h(\rho_{рт} - \rho)/\rho.$$

Карбюратор поршневых двигателей внутреннего сгорания (рис. 3.9) служит для подсоса бензина и смешивания его с потоком воздуха. Поток воздуха, засасываемого в двигатель, сужается в том месте (сечение 2—2), где установлен распылитель бензина (обрез трубки диаметром d). Скорость воздуха в этом сечении возрастает, а давление по закону Бернулли падает. Благодаря пониженному давлению бензин вытекает в поток воздуха.

Найдем соотношение между массовыми расходами бензина $Q_б$ и воздуха $Q_в$ при заданных диаметрах D и d и коэффициентах сопротивления воздушного канала (до сечения 2—2) $\zeta_в$ и жиклера $\zeta_ж$ (сопротивлением бензотрубки пренебрегаем).

Записав уравнение Бернулли для потока воздуха (сечения 0—0 и 2—2), а затем для потока бензина (сечения 1—1 и 2—2), получим (при $z_1 = z_2$ и $\alpha = 1$):

$$\frac{p_a}{\rho_в g} = \frac{p_2}{\rho_в g} + \frac{v_{2в}^2}{2g} + \zeta_в \frac{v_{2в}^2}{2g};$$

$$\frac{p_a}{\rho_б g} = \frac{p_2}{\rho_б g} + \frac{v_{2б}^2}{2g} + \zeta_ж \frac{v_{2б}^2}{2g},$$

где p_a — атмосферное давление; p_2 — давление воздуха и бензина в сечении 2—2; $v_{2в}$, $v_{2б}$ — соответственно скорость потоков воздуха и бензина в сечении 2—2; $\rho_в$, $\rho_б$ — плотности воздуха и бензина.

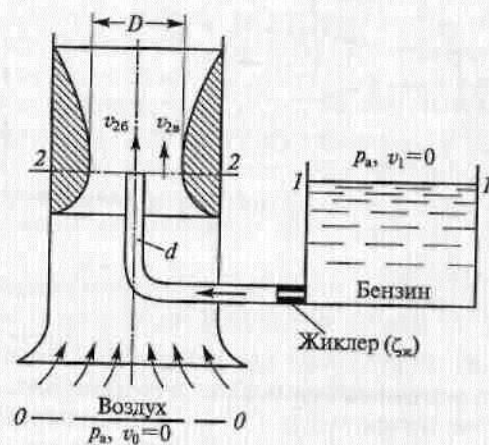


Рис. 3.9. Схема карбюратора

Отсюда

$$\rho_в(v_{2в}^2/2)(1 + \zeta_в) = \rho_б(v_{2б}^2/2)(1 + \zeta_ж).$$

Учитывая, что массовые расходы $Q_в = (\pi D^2/4)v_{2в}\rho_в$ и $Q_б = (\pi d^2/4)v_{2б}\rho_б$, получаем

$$\frac{Q_б}{Q_в} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{\frac{\rho_б(1 + \zeta_в)}{\rho_в(1 + \zeta_ж)}}. \quad (3.38)$$

Как следует из выражения (3.38), отношение массового расхода бензина к массовому расходу воздуха есть величина постоянная, зависящая от конструктивных параметров карбюратора.

Струйный насос (эжектор) (рис. 3.10) состоит из плавно сходящегося насадка 2, осуществляющего сжатие потока, и постепенно расширяющейся трубки 4, установленной на некотором расстоянии от насадка в камере 3. Вследствие увеличения скорости потока давление в струе на выходе из насадка 2 и во всей камере 3 значительно понижается. В расширяющейся трубке 4 скорость уменьшается, а давление возрастает приблизительно до атмосферного (если жидкость вытекает в атмосферу). Следовательно, в камере 3 давление обычно меньше атмосферного, т. е. в ней имеется разрежение (вакуум). Под действием разрежения жидкость из нижнего резервуара всасывается по трубе 1 в камеру 3, где происходит слияние и перемешивание двух потоков.

Трубка полного напора, или трубка Пито (рис. 3.11), служит для измерения скорости потока, например, в трубе. Если установить в одном сечении потока трубку, изогнутую под углом 90° ,

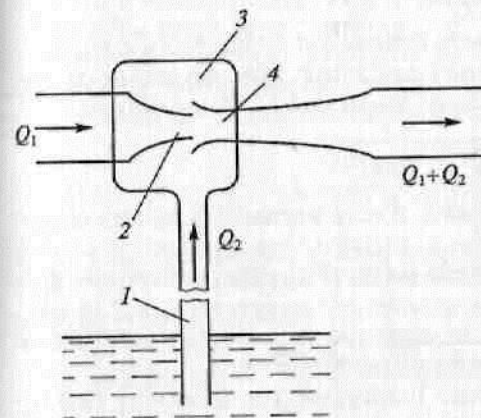


Рис. 3.10. Схема струйного насоса (эжектора):

1 — труба; 2 — насадок; 3 — камера; 4 — расширяющаяся трубка

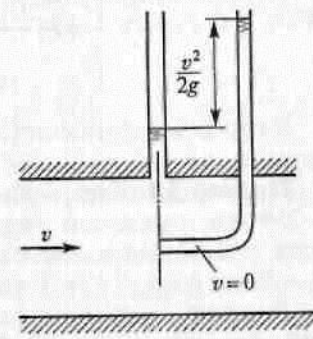


Рис. 3.11. Схема трубки полного напора

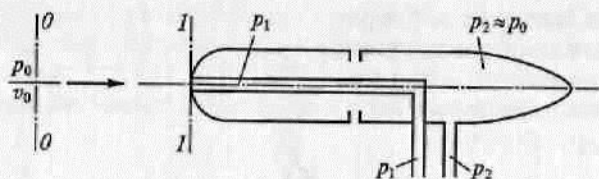


Рис. 3.12. Схема трубки Пито—Прандтля

отверстием навстречу потоку и пьезометр, то жидкость в трубке поднимется над уровнем жидкости в пьезометре на высоту, равную скоростному напору. Объясняется это тем, что скорость частиц жидкости, попадающих в отверстие трубки, уменьшается до нуля, следовательно, давление увеличивается на величину скоростного напора. Измерив разность высот подъема жидкости в трубке Пито и пьезометре, легко определить скорость жидкости в данной точке.

На этом же принципе основано измерение скорости полета самолета. На рис. 3.12 показана схема **трубки Пито—Прандтля** для измерения малых (по сравнению со скоростью звука) скоростей полета.

Запишем уравнение Бернулли для струйки, которая набегаёт со скоростью v_0 на трубку в направлении ее оси, а затем растекается по ее поверхности. Для сечений $0-0$ (невозмущенный трубкой поток) и $I-I$ (где $v_1 = 0$) получаем

$$p_1 = p_0 + \frac{\rho v_0^2}{2}, \quad (3.39)$$

где ρ — плотность воздуха.

Давление p_2 , воспринимаемое боковыми отверстиями трубки, можно считать примерно равным давлению невозмущенного потока, т. е. $p_2 \approx p_0$. С учетом этого из формулы (3.39) получаем

$$v_0 \approx \sqrt{2(p_1 - p_2)/\rho}.$$

Скорость набегающего потока v_0 и есть искомая скорость самолета.

Пример 3.1. Определить расход воды Q в трубе диаметром $d_1 = 250$ мм, имеющей плавное сужение до диаметра $d_2 = 125$ мм, если показания пьезометров: до сужения $h_1 = 50$ см; в сужении $h_2 = 30$ см (рис. 3.13). Температура воды 20°C .

Решение. Составим уравнение Бернулли [см. формулу (3.33)] для сечений $I-I$ и $2-2$, принимая за плоскость сравнения ось трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{1-2}.$$

Учитывая, что $z_1 = z_2 = 0$, пренебрегая в первом приближении потерями напора, т. е. принимая $h_{1-2} = 0$, и полагая $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, получаем:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из уравнения неразрывности потока имеем $\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2$.

Поскольку $\omega_1 = \pi d_1^2/4$, $\omega_2 = \pi d_2^2/4$, то $v_2 = v_1 d_1^2/d_2^2$.

Принимая во внимание, что

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_1 - h_2 = h,$$

уравнение Бернулли можно написать в виде

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{d_1^4}{d_2^4} - 1 \right),$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

Расход воды в трубе

$$Q = \omega_1 v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

В действительности расход воды будет меньше вследствие потерь напора, которыми мы пренебрегли. С учетом этих потерь формула для определения расхода воды примет вид

$$Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}},$$

где μ — коэффициент, учитывающий уменьшение расхода вследствие потерь напора (в первом приближении принимаем $\mu = 0,98$).

Подставив в формулу числовые значения, получим

$$Q = 0,98 \frac{3,14 \cdot 0,25^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,2}{0,25^4 : 0,125^4 - 1}} = 0,0246 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Искомый расход $Q = 0,0246 \text{ м}^3/\text{с}$.

Рассмотренное сужение трубы с плавными переходами от большого диаметра к малому и от малого к большому называется расходом Вентури (см. подразд. 3.6).

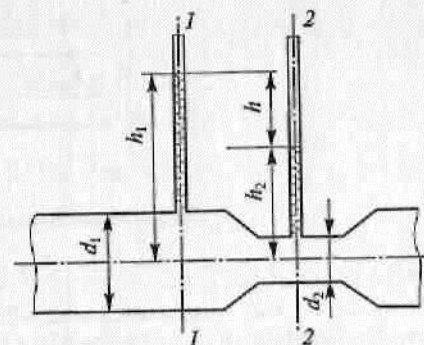


Рис. 3.13. К примеру 3.1

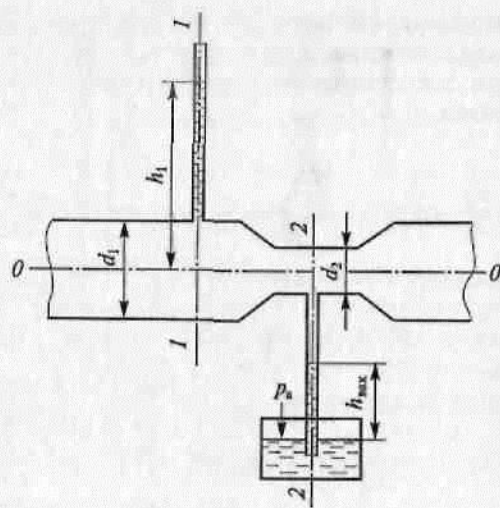


Рис. 3.14. К примеру 3.2

Пример 3.2. Определить, на какую высоту поднимается вода в трубке, один конец которой присоединен к суженному сечению трубопровода, а другой конец опущен в воду (рис. 3.14). Расход воды в трубопроводе $Q = 0,025 \text{ м}^3/\text{с}$, избыточное давление $p_1 = 49 \cdot 10^3 \text{ Па}$, диаметр $d_1 = 100 \text{ мм}$, $d_2 = 50 \text{ мм}$.

Решение. Напишем уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 относительно оси трубопровода (потерями напора пренебрегаем и считаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Учитывая, что

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \text{ и } v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2},$$

после преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\rho g} &= \frac{p_1}{\rho g} + \frac{4^2 Q^2}{2g\pi^2} \left(\frac{1}{d_1^4} - \frac{1}{d_2^4} \right) = \\ &= \frac{49 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81} + \frac{4^2 \cdot 0,025^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 3,14^2} \left(\frac{1}{0,1^4} - \frac{1}{0,05^4} \right) = -2,76 \text{ м.} \end{aligned}$$

Полученная отрицательная высота — вакуумметрическая высота $h_{\text{вак}} = 2,76$. На эту высоту и поднимется вода в трубке.

Пример 3.3. Определить число Рейнольдса и режим движения воды в водопроводной трубе диаметром $d = 300 \text{ мм}$, если расход воды $Q = 0,136 \text{ м}^3/\text{с}$. Температура воды 10°C .

Решение. Живое сечение потока

$$\omega = \pi d^2/4 = 3,14 \cdot 0,3^2 : 4 = 0,071 \text{ м}^2.$$

Средняя скорость движения воды в трубе

$$v = Q/\omega = 0,136 : 0,071 = 1,92 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса находим по формуле (3.17):

$$Re = \frac{vd}{\nu},$$

где ν — кинематическая вязкость (по табл. 1.6 определяем, что при температуре воды 10°C $\nu = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$).

Отсюда $Re = \frac{1,92 \cdot 0,3}{1,31 \cdot 10^{-6}} \approx 440\,000$. Поскольку $Re > Re_{\text{кр}} = 2320$,

движение воды будет турбулентным.

Пример 3.4. Применяемые в водоснабжении и канализации трубы имеют минимальный диаметр $d_{\text{min}} = 12 \text{ мм}$, максимальный диаметр $d_{\text{max}} = 3500 \text{ мм}$. Расчетные скорости движения воды в них $v = 4 \text{ м/с}$. Определить минимальное и максимальное числа Рейнольдса и режим течения воды в этих трубопроводах.

Решение. Температура воды в системах водоснабжения и канализации может изменяться от 0 до 30°C ; согласно табл. 1.6 кинематическая вязкость при 0°C $\nu_0 = 1,79 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, а при 30°C $\nu_{30} = 0,81 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Минимальное число Рейнольдса будет при $d = d_{\text{min}} = 0,012 \text{ м}$, $v = 0,5 \text{ м/с}$ и $\nu = \nu_0$:

$$Re_{\text{min}} = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,012}{1,79 \cdot 10^{-6}} \approx 3350.$$

Максимальное число Рейнольдса будет при $d = d_{\text{max}} = 3,5 \text{ м}$, $v = 4 \text{ м/с}$ и $\nu = \nu_{30}$:

$$Re_{\text{max}} = \frac{4 \cdot 3,5}{0,81 \cdot 10^{-6}} = 17\,280\,000.$$

Даже минимальное значение числа Рейнольдса больше $Re_{\text{кр}} = 2320$, поэтому в трубопроводах систем водоснабжения и канализации режим движения воды всегда турбулентный.

Пример 3.5. Из бака при постоянном напоре H по прямому горизонтальному трубопроводу длиной l и диаметром D (рис. 3.15) вытекает вода в атмосферу, а на расстоянии l_1 от начала трубопровода установлен вентиль. Определить расход воды в трубопроводе при полном открытии вентиля и построить пьезометрическую и напорную линии, если $l = 100 \text{ м}$; $l_1 = 80 \text{ м}$; $D = 0,1 \text{ м}$; $H = 5 \text{ м}$; коэффициент потерь на трение $\lambda = 0,03$, коэффициент неравномерности скоростей (Кориолиса) $\alpha = 1,1$.

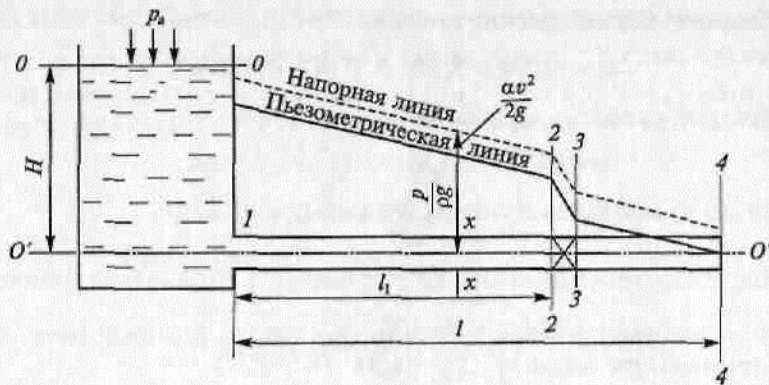


Рис. 3.15. К примеру 3.5

Решение. Составим уравнение Бернулли для сечений 0—0 и 4—4 относительно плоскости сравнения O'—O', проведенной через ось трубы:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = z_4 + \frac{p_4}{\rho g} + \frac{\alpha v_4^2}{2g} + h_{п0-4}.$$

В рассматриваемом случае $z_0 = H$, $p_0 = p_4 = p_a$, $z_4 = 0$. Поскольку скорость движения воды в баке несоизмеримо меньше скорости движения воды в трубе, можно принять, что $v_0 \approx 0$.

Тогда

$$h_{п0-4} = \sum h_m + h_l = \sum \frac{v_4^2}{2g} \zeta_m + \lambda \frac{l}{D} \frac{v_4^2}{2g},$$

где $\sum h_m$ — суммарные потери напора на преодоление местных сопротивлений; h_l — потери напора на трение по длине трубопровода; $\sum \zeta_m$ — сумма коэффициентов потерь в местных сопротивлениях.

Подставив эти значения в уравнение Бернулли, получим

$$H = \frac{\alpha v_4^2}{2g} + \sum \zeta_m \frac{v_4^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D} \frac{v_4^2}{2g}.$$

Так как $v_4 = \frac{Q}{\omega_4}$, то $H = \frac{Q^2}{2g\omega_4^2} \left(\alpha + \sum \zeta_m + \lambda \frac{l}{D} \right).$

Учитывая, что $\omega_4 = \frac{\pi D^2}{4}$, и решив последнее уравнение относительно искомого расхода, получаем

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\alpha + \sum \zeta_m + \lambda \frac{l}{D}}}.$$

В данном случае сумма коэффициентов потерь в местных сопротивлениях $\sum \zeta_m$ складывается из коэффициента потерь на входе в трубу $\zeta_{вх} = 0,5$ и коэффициента потерь в вентиле диаметром $D = 0,1$ м при его полном открытии $\zeta_{вент} = 4$. Таким образом, с учетом потерь по длине

$$\alpha + \sum \zeta_m + \lambda \frac{l}{D} = 1,1 + 0,5 + 4 + 0,03 \frac{100}{0,1} = 35,6.$$

Подставив численные значения в формулу для расхода, найдем

$$Q = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 5}{35,6}} = 0,013 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Для построения пьезометрической линии найдем зависимость, по которой можно определить пьезометрический напор в любом сечении трубопровода. Для этого составим уравнение Бернулли для сечения 0—0 и любого сечения трубопровода x—x относительно плоскости сравнения O'—O'

$$H + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_x}{\rho g} + \frac{\alpha v_x^2}{2g} + h_{п0-x}.$$

Так как пьезометрический напор зависит от манометрического давления, то в дальнейшем во всех сечениях будем рассматривать только манометрическое, т. е. избыточное, давление. В связи с этим $p_0 = 0$ и

$$\frac{p_x}{\rho g} = H - \frac{\alpha v_x^2}{2g} - h_{п0-x}.$$

Пьезометрический напор в сечении 1—1:

$$\frac{p_1}{\rho g} = H - \frac{\alpha v_1^2}{2g} - \zeta_{вх} \frac{v_1^2}{2g},$$

где $v_1 = v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,013}{3,14 \cdot 0,1^2} = 1,66 \text{ м/с}$; $\zeta_{вх} = 0,5$; $\frac{p_1}{\rho g} = 5 -$

$$- \frac{1,66^2}{2 \cdot 9,81} (1,1 + 0,5) = 4,78 \text{ м}.$$

Определим пьезометрический напор в сечении 2—2. Здесь

$$\sum \zeta = \zeta_{вх} + \lambda \frac{l}{D} = 0,5 + 0,03 \frac{80}{0,1} = 24,5; \quad \frac{p_2}{\rho g} = 5 - \frac{1,66^2}{2 \cdot 9,81} (1,1 + 24,5) = 1,4 \text{ м}.$$

Определим пьезометрический напор в сечении 3—3. Здесь

$$\sum \zeta = \zeta_{вх} + \lambda \frac{l}{D} + \zeta_{вент} = 0,5 + 0,03 \frac{80}{0,1} + 4 = 28,5;$$

$$\frac{p_3}{\rho g} = 5 - \frac{1,66^2}{2 \cdot 9,81} (1,1 + 28,5) = 0,84 \text{ м.}$$

В сечении 4 — $4 p_4 = 0$ и $\frac{p_4}{\rho g} = 0$.

Откладывая полученные значения пьезометрического напора в каждом сечении от плоскости сравнения $O'—O'$, строим пьезометрическую линию.

Поскольку напор в трубопроводе постоянного сечения равномерный, напорная линия будет параллельна пьезометрической и расположится выше последней на величину

$$\frac{\alpha v^2}{2g} = \frac{1,1 \cdot 1,66^2}{19,62} = 0,15 \text{ м.}$$

Контрольные вопросы

1. Какие виды движения жидкости изучаются в гидродинамике? Дайте их определения.
2. В чем различие между установившимся и неустановившимся движениями жидкости?
3. В чем различие между равномерным и неравномерным движениями жидкости?
4. Дайте определение линии тока.
5. Дайте определения трубки тока и элементарной струйки тока жидкости.
6. Что понимают под живым сечением потока?
7. Дайте определения объемного, весового и массового расходов жидкости.
8. Какое физическое свойство жидкости характеризует уравнение неразрывности?
9. Дайте определение гидравлического радиуса потока.
10. Дайте определение ламинарного режима течения.
11. Дайте определение турбулентного режима течения.
12. Перечислите факторы, от которых зависит характер течения жидкости в трубах.
13. В чем заключается физический смысл числа Рейнольдса?
14. Что означает критическое число Рейнольдса?
15. Какой физический закон лежит в основе вывода уравнения Бернулли?
16. Какие параметры потока жидкости связывает между собой уравнение Бернулли?
17. Напишите выражение для определения гидродинамического напора.
18. Каков геометрический смысл уравнения Бернулли?
19. Каков энергетический смысл уравнения Бернулли?
20. В чем состоит отличие уравнения Бернулли для идеальной и реальных жидкостей?

21. Расскажите о принципе работы расходомера Вентури.
22. Опишите схему работы карбюратора поршневых двигателей.
23. Какой прибор применяют для измерения полного напора жидкости?
24. Объясните принцип измерения скорости в потоке жидкости.

Глава 4

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ ПО ТРУБАМ

4.1. Влияние вязкости на движение жидкости и газа в трубе. Гидравлические сопротивления

Как уже отмечалось, режим течения жидкости и газа в трубе определяется числом Рейнольдса. Если $Re < 2320$, то течение является строго ламинарным — упорядоченным, слоистым, без перемешивания жидкости. При $Re > 2320$ происходит турбулизация потока, характеризующаяся перемешиванием жидкости и пульсациями скоростей и давлений.

Благодаря вязкости при движении жидкости в трубе возникает внутреннее трение, которое вызывает потери удельной энергии (напора), давления.

Как показывают опыты, при ламинарном режиме течения в трубе потери напора прямо пропорциональны вязкости. При турбулентном режиме они пропорциональны вязкости в степени $1/4$. Кроме того, потери удельной энергии (напора), давления всегда наблюдаются при наличии в трубопроводах конструктивных элементов. Эти потери называются *гидравлическими*. Различают два вида гидравлических потерь: местные и на трение по длине трубопровода. Опытные данные позволили установить, что местные гидравлические потери (потерянный напор) h_m пропорциональны квадрату средней скорости потока жидкости (в приведенных ниже формулах под v понимают v_{cp}).

В линейных единицах потери выражаются формулой Вейсбаха:

$$h_m = \zeta_m \frac{v^2}{2g}; \quad (4.1)$$

в единицах давления — формулой

$$p_m = \rho g h_m = \zeta_m \rho \frac{v^2}{2}, \quad (4.2)$$

где ζ_m — безразмерный коэффициент потерь, называемый коэффициентом местного сопротивления. Он является постоянным для данного русла или вида сопротивления.

Как следует из формулы (4.1) коэффициент местного сопротивления есть отношение потерянному напору к скоростному:

$$\zeta_m = h_m / (v^2 / 2g). \quad (4.3)$$

Потери энергии на трение по длине трубы

$$h_{тр} = \zeta_{тр} \frac{v^2}{2g} \quad (4.4)$$

имеют место как в шероховатых, так и в гладких трубах. Они пропорциональны длине l и диаметру d трубы:

$$\zeta_{тр} = \lambda \frac{l}{d}, \quad (4.5)$$

где λ — коэффициент потерь на трение по длине трубы.

Таким образом, потери на трение по длине трубы в единицах длины выражаются формулой

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (4.6)$$

в единицах давления —

$$p_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2} \rho. \quad (4.7)$$

Формулы гидравлических потерь на трение (4.6) и (4.7) называются формулами Вейсбаха—Дарси, а коэффициент потерь на трение по длине λ еще называют коэффициентом сопротивления, или коэффициентом Дарси. Коэффициент λ является одним из важнейших параметров, от которого зависит потеря энергии или напора при движении жидкости. Физический смысл его можно выяснить, если рассмотреть условие равномерного движения цилиндрического объема жидкости длиной l и диаметром d , на который действуют силы давления и трения. Условием равновесия будет равенство сил давления и трения:

$$\frac{\pi d^2}{4} p_{тр} = \pi d l \tau,$$

где τ — напряжение трения на стенке трубы.

Подставив вместо $p_{тр}$ правую часть уравнения (4.7), получим

$$\frac{\pi d^2}{4} \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2} \rho = \pi d l \tau.$$

Отсюда

$$\lambda = 4\tau / (\rho v^2 / 2). \quad (4.8)$$

Следовательно, коэффициент λ пропорционален отношению напряжения трения на стенке трубы к динамическому давлению, определенному по средней скорости.

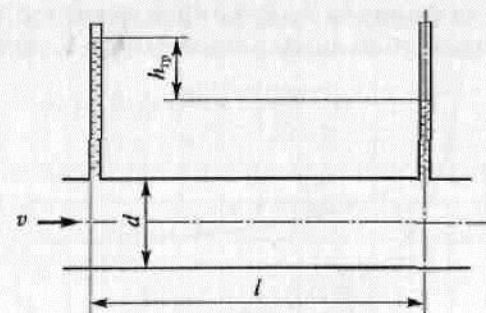


Рис. 4.1. Потери напора на трение в трубе

Несмотря на наличие гидравлических сопротивлений и потерь напора, скорость и удельная кинетическая энергия потока в трубе постоянного сечения остаются постоянными ввиду постоянства объемного расхода вдоль трубы.

Потери напора в этом случае определяются разностью показаний двух пьезометров, как это видно из рис. 4.1.

Потери на трение при турбулентном течении значительно больше, чем при ламинарном при тех же размерах трубы.

При ламинарном течении потери напора на трение возрастают незначительно — пропорционально квадрату скорости (расходу), но так как скорости малые, то почти линейно. При переходе к турбулентному течению наблюдается скачок сопротивления трения и затем более крутое его возрастание по кривой, близкой к параболе второй степени (рис. 4.2).

Потери напора на трение при турбулентном течении

$$h_{тр} = \lambda_{т} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}. \quad (4.9)$$

Коэффициент потерь на трение при турбулентном течении $\lambda_{т}$, как и коэффициент потерь на трение при ламинарном течении $\lambda_{л}$, зависит от напорных характеристик потока, т. е. от числа Re

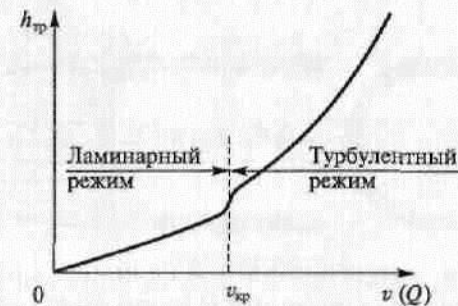


Рис. 4.2. Зависимость потерь напора на трение от скорости (расхода)

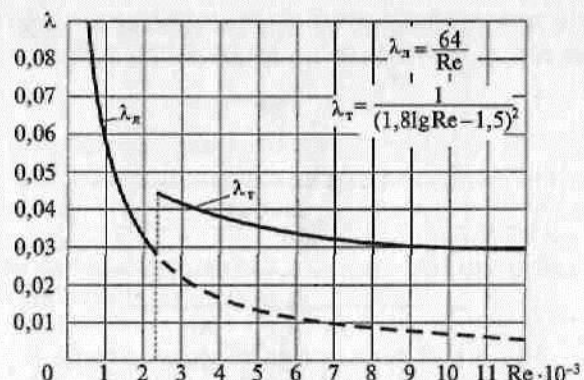


Рис. 4.3. Зависимость коэффициентов потерь на трение при ламинарном λ_l и турбулентном λ_t течениях от числа Рейнольдса

(рис. 4.3), а также от безразмерного геометрического фактора — *относительной шероховатости* внутренней поверхности трубы Δ/d или Δ/r , где Δ — средняя высота бугорка шероховатости, d и r — диаметр и радиус трубы. Величина r/Δ , обратная относительной шероховатости, называется *относительной гладкостью*.

Исследования И. И. Никурадзе и ряда других ученых показывают, что при турбулентном течении жидкости непосредственно у стенки имеется ламинарный пограничный слой толщиной δ_n (рис. 4.4). В нем скорость круто возрастает от нуля на стенке до некоторого значения v_n на границе слоя.

В этом слое

$$Re = \frac{v_n \delta_n}{\nu} = \text{const}, \quad (4.10)$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости.

Из формулы (4.10) видно, что при увеличении скорости потока, а следовательно и v_n , толщина ламинарного пограничного слоя

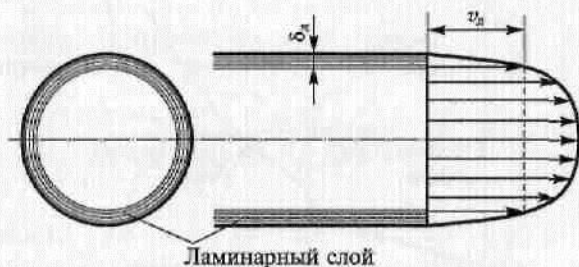


Рис. 4.4. Ламинарный пограничный слой при турбулентном течении в трубе

уменьшается. Коэффициент потерь на трение в трубе при ламинарном течении определяется по формуле Пуазейля:

$$\lambda_l = \frac{64}{Re}. \quad (4.11)$$

Для каналов некруглого сечения вводится коэффициент формы. Наиболее известная формула для определения λ для гладких труб получена Блазиусом путем обработки экспериментальных данных:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt[4]{100 Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (4.12)$$

Она дает хорошие результаты при $2300 < Re \leq 10^5$. П. К. Коновым аналитически получена формула для Re до $3 \cdot 10^6$:

$$\lambda = 1/(1,8 \lg Re - 1,5)^2. \quad (4.13)$$

Применяется также формула Прандтля — Кармана

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \lg(Re \sqrt{\lambda}) - 0,8. \quad (4.14)$$

В исследования гидравлических сопротивлений внесли большой вклад многие ученые, среди них Л. Прандтль, Т. Карман, Блазиус, Н. Н. Павловский, А. Д. Альтшуль, Г. А. Мулин, И. И. Никурадзе, Ф. А. Шевелев и др.

Исследования трения в трубах с искусственной шероховатостью, выполненные И. И. Никурадзе, позволили установить опытные зависимости λ от Re при различных относительных шероховатостях Δ/r (рис. 4.5). В первой зоне — области ламинарных режимов —

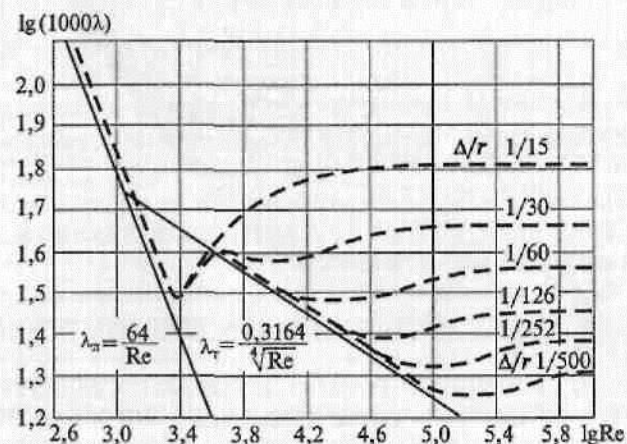


Рис. 4.5. Логарифмическая зависимость коэффициента потерь на трение λ от числа Рейнольдса при различных относительных шероховатостях стенок труб

для всех труб круглого сечения независимо от шероховатости значения λ зависят только от Re и определяются по формуле Пуазейля (4.11). Ко второй зоне относятся сопротивления относительно гладких труб и труб, в которых пограничный слой δ_n больше средней шероховатости. В этой зоне значения λ определяются по формуле Блазиуса (4.12). Третья зона сопротивлений — до перехода кривых $\lambda = f(Re)$ в горизонтальные прямые — называется также докватричной. В этой зоне на значения λ оказывает влияние не только число Re , но и относительная шероховатость Δ/r . Четвертая зона — зона квадратичного сопротивления или автомодельности. В этой зоне потеря напора пропорциональна квадрату скорости, а λ зависит только от относительной шероховатости Δ/r и не зависит от Re . Значения Re , соответствующие началу действия квадратичного закона в квадратичной зоне, можно определить по формуле

$$Re_{кв} = 50 \frac{d}{\Delta}. \quad (4.15)$$

И. И. Никуралзе и Г. А. Христановичем предложена полученная опытным путем формула для определения коэффициента сопротивления в квадратичной зоне:

$$\lambda = 1/[1,74 + 21g(r/\Delta)]^2. \quad (4.16)$$

Из рассмотрения зависимостей, приведенных на рис. 4.5, можно сделать следующие выводы:

при ламинарном течении шероховатость не влияет на коэффициент сопротивления λ ;

критическое число $Re_{кр}$ от шероховатости практически не зависит;

в области турбулентного течения при небольших Re и Δ/r шероховатость на коэффициент сопротивления не влияет. При более значительном увеличении Re коэффициент λ начинает зависеть от шероховатости, перестает изменяться по закону для гладких труб;

при больших Re и больших относительных шероховатостях Δ/r коэффициент λ не зависит от Re и является постоянным для данной относительной шероховатости.

Чтобы лучше уяснить особенности сопротивления шероховатых труб, необходимо учесть влияние ламинарного пограничного слоя δ_n .

В области ламинарного течения толщина пограничного слоя больше размеров шероховатостей (рис. 4.6, а), они обтекаются жидкостью и слои жидкости скользят друг по другу, у стенки $v_n = 0$, шероховатость не сказывается. С увеличением скорости или Re толщина ламинарного пограничного слоя δ_n уменьшается, бугорки шероховатостей начинают выступать за пределы пограничного

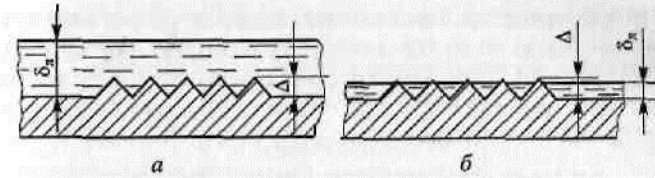


Рис. 4.6. Гидравлическая шероховатость труб:

а — гидравлически гладкая поверхность; б — гидравлически шероховатая поверхность

слоя (рис. 4.6, б) и влиять на сопротивление. При больших Re толщина δ_n становится небольшой и бугорки шероховатостей обтекаются турбулентным потоком с вихреобразованием за каждым бугорком. Этим и объясняется квадратичный закон сопротивления, характерный для данной области.

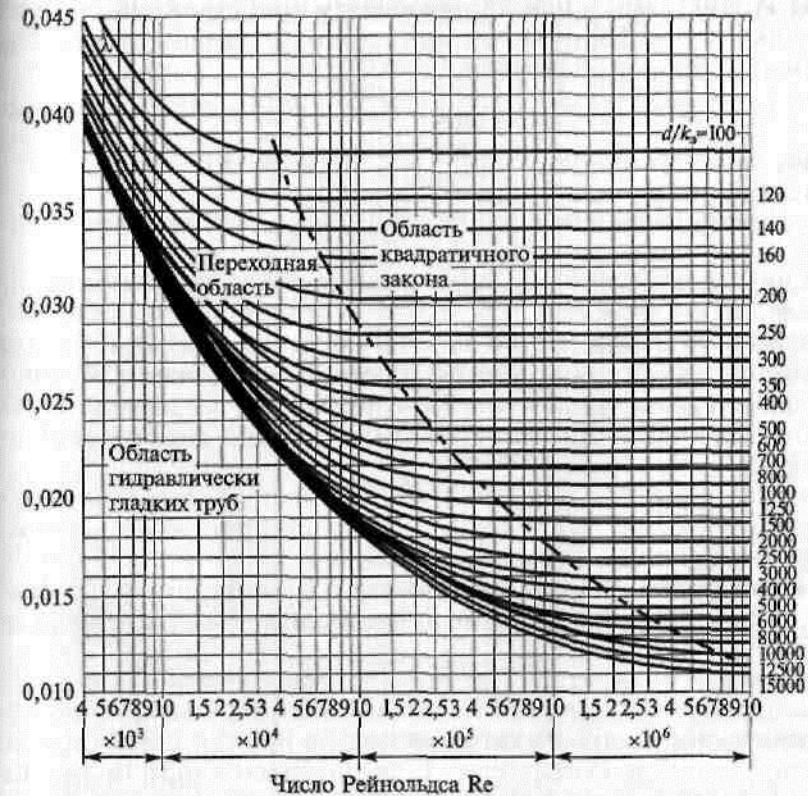


Рис. 4.7. Номограмма Г. А. Мурина

Таблица 4.1

Рекомендуемые значения эквивалентной шероховатости k_s для труб из различных материалов

Труба	Состояние трубы	k_s , мм
Цельнотянутая стальная	Новая	0,02 ... 0,1
	Битумизированная	До 0,04
	Водопроводная, бывшая в эксплуатации	1,2 ... 1,5
Цельно сварная стальная	Очищенная после многих лет эксплуатации	До 0,04
	Новая или старая в хорошем состоянии; сварная или с клепаными соединениями	0,04 ... 0,1
	Новая, битумизированная	0,05
	Бывшая в эксплуатации с равномерной коррозией	0,15
Чугунная	Покрытая лаком, но не свободная от окисления; загрязненная в процессе эксплуатации в воде, но без следов коррозии	0,95 ... 1
	Новая	0,25 ... 1
	Асфальтированная	0,12 ... 0,3
Бетонная и железобетонная	Водопроводная, бывшая в эксплуатации	1,4
	Очищенная после многих лет эксплуатации	0,3 ... 1,5
	Эксплуатируемая при средних условиях	2,5
Асбестоцементная	Новая	0,05 ... 0,1
	Эксплуатируемая при средних условиях	0,6
Керамическая	Глазурованная	1,4
	Из стекла и цветных металлов	0,001 ... 0,002

Для практических расчетов по определению сопротивления реальных шероховатых труб кроме формул (4.11)–(4.14), (4.16) можно рекомендовать следующие формулы:

А. Д. Альтшуля

$$\lambda = 0,11(\Delta/d + 68/Re)^{1/4}; \quad (4.17)$$

Г. К. Филоненко

$$\lambda = [0,55/\lg(Re/8)]^2; \quad (4.18)$$

Б. Л. Шифринсона

$$\lambda = 0,11(k_s/d)^{0,25}, \quad (4.19)$$

где k_s — эквивалентная шероховатость, обеспечивающая сопротивление, эквивалентное сопротивлению трубопровода с естественной шероховатостью.

Коэффициента λ в гладких и шероховатых трубах можно найти по номограмме Г. А. Мурина (рис. 4.7), представляющей собой экспериментальный график зависимости коэффициента λ от Re для определенной относительной гладкости d/k_s .

Значения эквивалентной шероховатости k_s для реальных труб из различных материалов приведены в табл. 4.1.

При расчетах потерь на трение для некруглых труб пользуются гидравлическим радиусом и диаметром или эквивалентным диаметром.

4.2. Местные сопротивления. Эквивалентная длина

Виды местных сопротивлений. Конструктивные элементы в трубопроводах, вызывающие местные гидравлические потери, называются местными сопротивлениями. К ним относятся задвижки (рис. 4.8, а), диафрагмы (рис. 4.8, б), колена (изгибы) (рис. 4.8, в), вентили (рис. 4.8, г), расширения, сужения (как внезапные, так и постепенные) и т. п.

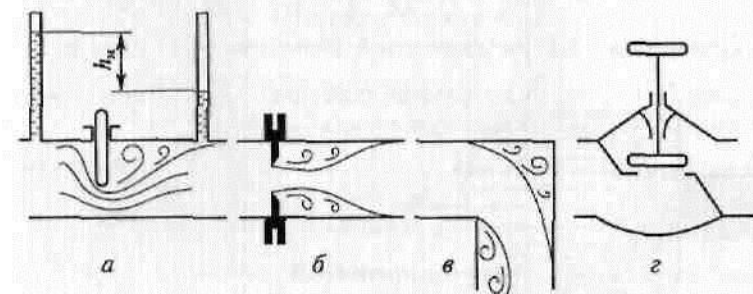


Рис. 4.8. Схемы местных гидравлических сопротивлений:

а — задвижка; б — диафрагма; в — колено; г — вентиль

При протекании жидкости через местные гидравлические сопротивления поток деформируется, отрывается от стенок, возникают вихри.

Местные потери удельной энергии (напора) определяются формулой Вейсбаха (4.1). Если диаметр трубопровода переменный, то за расчетную скорость, подставляемую в (4.1), принимают скорость, соответствующую его меньшему диаметру.

При ламинарном течении коэффициент местных сопротивлений зависит от числа Re и геометрии конструкции, т. е. от вида местного сопротивления, при турбулентном течении — только от вида местного сопротивления. В случае резких переходов ζ_m перестает зависеть от Re при $Re \geq 3000$, а при плавных переходах — при $Re \geq 10^5$.

Значения коэффициентов местных сопротивлений определяются экспериментально для конкретных видов местных сопротивлений. Для некоторых из них ζ_m получены теоретически.

Рассмотрим некоторые виды местных сопротивлений.

Внезапное расширение канала (трубы). Потери напора при внезапном расширении канала (рис. 4.9) по теореме Борда равны скоростному напору, определенному по разности скоростей в сечениях канала:

$$h_{в.р} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (4.20)$$

Согласно теореме о неразрывности струи

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2,$$

откуда

$$v_1 = v_2 \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad v_2 = v_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Тогда

$$h_{в.р} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2g} \quad (4.21)$$

Из сравнения (4.21) с формулой Вейсбаха (4.1) следует:

$$\zeta_{в.р2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 \quad \text{и} \quad (4.22)$$

$$\zeta_{в.р1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2,$$

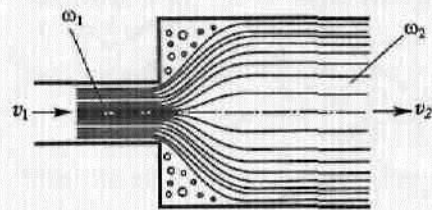


Рис. 4.9. Внезапное расширение канала

откуда

$$\zeta_{в.р1} = \zeta_{в.р2} \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2},$$

где $\zeta_{в.р2}$, $\zeta_{в.р1}$ — коэффициент местного сопротивления при внезапном расширении, когда в качестве расчетной принята скорость в сечении площадью соответственно ω_2 и ω_1 . Таким образом при определении коэффициентов местных сопротивлений необходимо учитывать, в каком сечении скорость принимается в качестве расчетной.

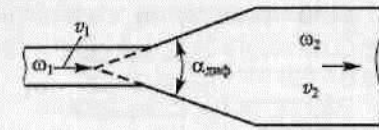


Рис. 4.10. Постепенное расширение канала — диффузор

Постепенное расширение канала — диффузор. Течение жидкости в диффузоре (рис. 4.10) сопровождается уменьшением скорости и соответственным увеличением давления, т. е. преобразованием кинетической энергии в энергию давления. У стенок уменьшение кинетической энергии жидкости может привести к тому, что слои жидкости оказываются не способны преодолеть повышение давления. Они останавливаются или начинают двигаться в обратную сторону. Это вызывает отрыв потока от стенки и вихреобразование. Отрыв и вихреобразование возрастают с увеличением угла расширения диффузора, и вместе с этим растут гидравлические потери на вихреобразование. Максимальный угол расширения диффузора $\alpha_{диф}$, обеспечивающий безотрывность потока, составляет $8 \dots 10^\circ$. Наиболее выгодным (оптимальным) является $\alpha_{диф} = 6^\circ$ (рис. 4.11).

Коэффициент сопротивления $\zeta_{диф}$ можно выразить через долю потерь напора при внезапном расширении:

$$\zeta_{диф} = k_{диф} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2, \quad (4.23)$$

где $k_{диф}$ — коэффициент, учитывающий уменьшение потерь напора при постепенном расширении по сравнению с потерями напора при внезапном расширении с тем же соотношением сечений.

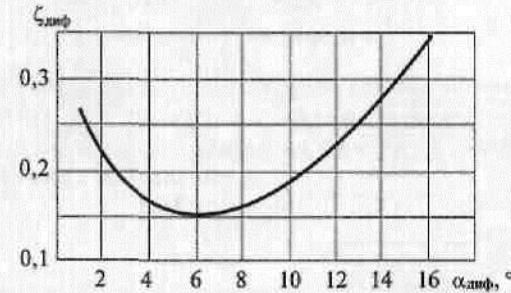


Рис. 4.11. Зависимость коэффициента сопротивления $\zeta_{диф}$ от угла расширения $\alpha_{диф}$

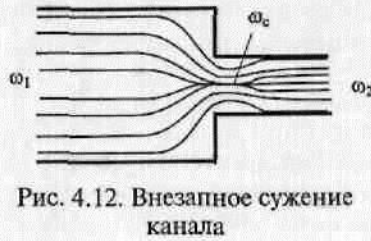


Рис. 4.12. Внезапное сужение канала

Зависит $k_{\text{диф}}$ от угла расширения диффузора (при $\alpha_{\text{диф}} < 50^\circ$ $k_{\text{диф}} = \sin \alpha_{\text{диф}}$; при $\alpha_{\text{диф}} > 50^\circ$ $k_{\text{диф}} \approx 1$). При $\alpha_{\text{диф}}$, равном 4, 8, 12° , коэффициент $k_{\text{диф}}$ соответственно равен 0,12; 0,14; 0,23.

Внезапное сужение канала. Такое сужение каналов приводит к сжатию струи (рис. 4.12), ее площадь

сечения уменьшается до ω_c . Потери напора обуславливаются ее первоначальным сжатием от ω_1 до ω_c , а затем расширением до ω_2 .

С учетом того, что потери напора вызываются в основном расширением струи от ω_c до ω_2 , коэффициент $\zeta_{\text{в.с}}$ можно определить по формуле (4.22):

$$\zeta_{\text{в.с}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_c} - 1 \right)^2. \quad (4.24)$$

Если обозначить степень сжатия струи через

$$\epsilon = \omega_c / \omega_2, \quad (4.25)$$

то

$$\zeta_{\text{в.с}} = \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)^2. \quad (4.26)$$

Для практических расчетов можно пользоваться формулой И. Е. Идельчика:

$$\zeta_{\text{в.с}} = (1 - \omega_2 / \omega_1) / 2 = (1 - n) / 2,$$

где n — степень сжатия потока ($n = \omega_2 / \omega_1 = d^2 / D^2$).

Потери энергии при внезапном сужении потока рассчитываются по установившейся скорости v_2 в сечении ω_2 за местным сопротивлением.

Коэффициент сжатия ϵ зависит от степени сжатия потока n и может быть определен по формуле А. Д. Альтуля:

$$\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n}. \quad (4.27)$$

Для уменьшения сжатия закругляют кромку сужающего канала.

Постепенное сужение канала — конфузор. Для конфузора (рис. 4.13) коэффициент ζ_k можно выразить через долю потерь напора при внезапном сужении [см. формулу (4.26)]:

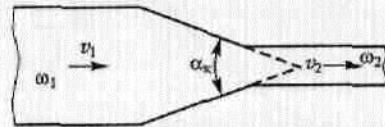


Рис. 4.13. Конфузор

$$\zeta_k = k_k \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)^2, \quad (4.28)$$

где k_k — коэффициент, учитывающий уменьшение потерь напора

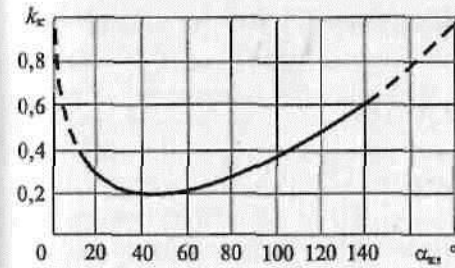


Рис. 4.14. Зависимость коэффициента k_k от сходимости конфузора α_k

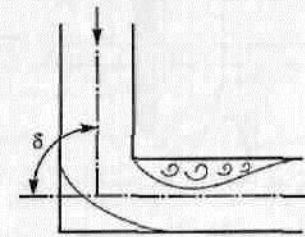


Рис. 4.15. Колено без закругления

при постепенном сужении по сравнению с потерями напора при внезапном сужении с тем же соотношением сечений. Он зависит от угла сходимости конфузора α_k . Эта зависимость приведена на рис. 4.14.

Внезапный поворот канала. Внезапный поворот трубы или колена без закругления (рис. 4.15) вызывают значительные потери энергии в связи с отрывом потока и вихреобразованием. Эти потери тем больше, чем больше угол поворота русла δ . Потери напора рассчитывают по формуле

$$h_{\text{кол}} = \zeta_{\text{кол}} \frac{v^2}{2g}. \quad (4.29)$$

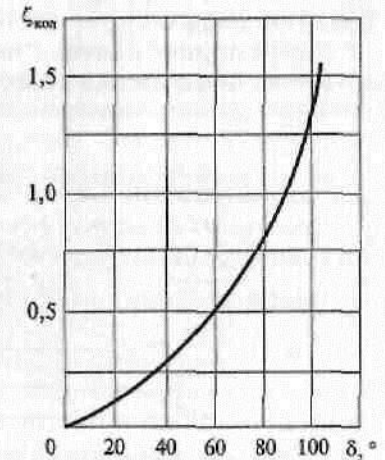
Зависимость коэффициента сопротивления колена $\zeta_{\text{кол}}$ от угла δ приведена на рис. 4.16. При $\delta = 90^\circ$ $\zeta_{\text{кол}} = 1$.

Постепенный поворот канала. Постепенный поворот трубы или закругленное колено называются отводом (рис. 4.17). Плавность поворота уменьшает вихреобразование, в результате чего сопротивление оказывается ниже по сравнению с коленом без закругления. Коэффициент сопротивления отвода $\zeta_{\text{отв}}$ зависит от относительной кривизны отвода R/d , угла поворота δ и формы поперечного сечения трубы.

Для отводов круглого сечения с углом $\delta = 90^\circ$ и $R/d \geq 1$ при турбулентном течении можно использовать формулу

$$\zeta'_{\text{отв}} = 0,051 + 0,19d/R. \quad (4.30)$$

Рис. 4.16. Зависимость коэффициента сопротивления колена $\zeta_{\text{кол}}$ от угла поворота русла δ



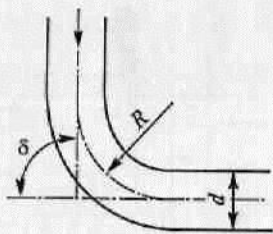


Рис. 4.17. Плавный поворот трубы (отвод)

При углах $\delta \leq 70^\circ$

$$\zeta_{\text{отв}} = 0,09 \zeta'_{\text{отв}} \sin \delta, \quad (4.31)$$

при $\delta \geq 100^\circ$

$$\zeta_{\text{отв}} = \left(0,7 + \frac{\delta}{90} 0,35\right) \zeta'_{\text{отв}}. \quad (4.32)$$

Формулы (4.30)–(4.32) учитывают только дополнительное сопротивление, обусловленное кривизной русла. Поэтому при расчетах трубопроводов следует включать длины

отводов в общую длину при определении потерь на трение и добавлять потери на кривизну.

Диафрагма. При установке диафрагмы в трубе постоянного сечения (рис. 4.18) коэффициент сопротивления

$$\zeta_{\text{д}} = \left(\frac{1}{n\varepsilon} - 1\right)^2, \quad (4.33)$$

где $n = \omega_{\text{н}}/\omega = d^2/D^2$; $\omega_{\text{н}}$, d — соответственно площадь отверстия и диаметр отверстия диафрагмы; ω , D — соответственно площадь сечения и диаметр трубы; $\varepsilon = \omega_{\text{с}}/\omega$ — коэффициент сжатия струи; $\omega_{\text{с}}$ — площадь сечения сжатой струи.

Задвижка. Коэффициент сопротивления задвижки (рис. 4.19) при различной степени ее открытия определяется отношением h/d :

h/d	1	7/8	3/4	5/8	1/2	3/8	1/4	1/8
$\zeta_{\text{з}}$	0	0,07	0,26	0,81	2,06	3,52	17,0	97,8

Значения коэффициентов $\zeta_{\text{м}}$ других местных сопротивлений можно найти в специальных справочниках.

Эквивалентная длина. Местные потери напора часто заменяют потерями напора на трение по длине трубопровода, вводя понятие эквивалентной длины. Эквивалентной длиной называется длина трубопровода данного диаметра, на которой сопротивление на трение по длине эквивалентно местным сопротивлениям:

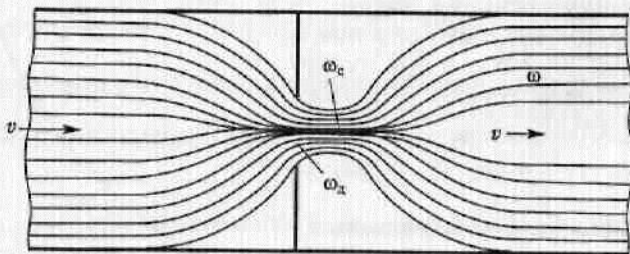


Рис. 4.18. Схема потока при прохождении через диафрагму

$$l_{\text{экв}} = d/\lambda \sum_{i=1}^n \zeta_i, \quad (4.34)$$

где d — диаметр трубопровода; λ — коэффициент потерь на трение по длине (Дарси); ζ_i — коэффициент местного сопротивления; n — число местных сопротивлений.

Для определения суммарных потерь напора h можно применять формулу Вейсбаха—Дарси, вводя в нее вместо действительной длины трубопровода расчетную (приведенную) длину:

$$h = \lambda \frac{l_{\text{расч}}}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (4.35)$$

Расчетная длина трубопровода определяется по формуле

$$l_{\text{расч}} = l_{\text{факт}} + l_{\text{экв}},$$

где $l_{\text{факт}}$ — фактическая длина трубопровода.

Для упрощения расчетов в формулу (4.35) целесообразно подставлять значение скорости на каком-то основном участке трубопровода в зависимости от условий задачи. Например, выбрана скорость на первом участке. Тогда, учитывая постоянство расхода, можно записать:

$$v_2 = v_1 \omega_1/\omega_2, \dots, v_n = v_1 \omega_1/\omega_n;$$

$$h = \zeta_{\Sigma} v_1^2/2g,$$

где ζ_{Σ} — коэффициент сопротивления трубопровода.

Коэффициент сопротивления трубопровода определяется по формуле

$$\zeta_{\Sigma} = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \sum_{i=2}^k \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \left(\frac{\omega_1}{\omega_i}\right)^2 + \zeta_1 + \sum_{j=2}^n \zeta_j \left(\frac{\omega_1}{\omega_j}\right)^2, \quad (4.36)$$

где l_1, \dots, l_k — длины участков трубопровода диаметрами d_1, \dots, d_k ; k — число участков трубопровода с различными диаметрами; λ_i — коэффициент Дарси i -го участка; $\omega_1, \omega_i, \omega_j$ — площади живых сечений соответственно 1, i и j -го участков трубопровода; ζ_1, \dots, ζ_n — коэффициенты местных сопротивлений; n — число местных сопротивлений.

4.3. Классификация трубопроводов и их гидравлический расчет

Классификация трубопроводов. Трубопроводы используются для транспортировки жидкостей, газов, а иногда и твердых тел к местам потребления.

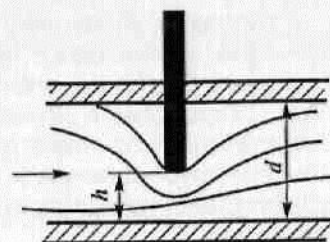


Рис. 4.19. Задвижка в трубе

Простым трубопроводом называют трубопровод постоянного диаметра, не имеющий ответвлений. К простым трубопроводам относятся отдельные участки трубопроводных сетей, в которых расход жидкости не меняется по длине. В отдельных случаях простой трубопровод может состоять из участков разного диаметра. Простые трубопроводы могут быть соединены между собой последовательно, параллельно или образовывать разветвленный трубопровод.

При последовательном соединении простых трубопроводов различной длины и разного диаметра, содержащих разные местные сопротивления, расход в каждом трубопроводе одинаков и равен расходу на входе и выходе.

При параллельном соединении нескольких простых трубопроводов расход в основной магистрали, т. е. до разветвления и после слияния, постояен, а в параллельных трубопроводах, имеющих разные суммарные потери напора, различный.

Разветвленным трубопроводом называется совокупность нескольких трубопроводов, имеющих общее сечение — место разветвления труб (смыкание).

Сложными трубопроводами называются трубопроводы, состоящие из простых трубопроводов с последовательными и параллельными их соединениями или разветвлениями, в которых расход жидкости по длине переменный. Отдельные участки (отрезки) труб в целях рационального распределения жидкости от источника до потребителей объединяются в сети.

Трубопроводы и сети по принципу работы разделяются на *напорные* и *безнапорные*.

По геометрии расположения трубопроводов сети делятся на *тупиковые* и *кольцевые*.

В зависимости от рода транспортируемой среды и назначения трубопроводы и сети подразделяются на водопроводные, канализационные, газовые, воздухопроводы, паропроводы, нефтепроводы, пульповоды и др.

Основное расчетное уравнение простого трубопровода. Движение жидкости по трубопроводу обеспечивается за счет разности уровней энергии в начале и конце трубопровода, которая создается насосом, или благодаря разности уровней жидкости, или давлением газа.

Рассмотрим простой трубопровод постоянного сечения длиной l , диаметром d , расположенный произвольно в пространстве и содержащий ряд местных сопротивлений (рис. 4.20).

Скорость жидкости в сечениях 1—1 и 2—2, расположенных на разных геометрических высотах (соответственно z_1 и z_2), вследствие постоянства диаметра d будет одинакова и равна v . Избыточные давления жидкости в данных сечениях равны соответственно p_1 и p_2 . Уравнение Бернулли для этих сечений

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \sum h. \quad (4.37)$$

Скоростной напор в уравнение не входит, поскольку он одинаков для обоих сечений.

Приведем уравнение (4.37) к виду

$$\frac{p_1}{\rho g} = z_2 - z_1 + \frac{p_2}{\rho g} + \sum h \quad (4.38)$$

и проанализируем полученную формулу.

Пьезометрическая высота $p_1/(\rho g)$ называется потребным напором $H_{\text{потр}}$. Если она задана, то ее называют располагаемым напором $H_{\text{расп}}$.

Разность высот рассматриваемых сечений $\Delta z = z_2 - z_1$ называют геометрической высотой, а сумму $\Delta z + p_2/(\rho g) = H_{\text{ст}}$ — статическим напором, который можно представить как эквивалентную высоту.

Слагаемое $\sum h$ представляет собой сумму всех потерь напора в трубопроводе, которая является степенной функцией расхода Q :

$$\sum h = KQ^m, \quad (4.39)$$

где K — коэффициент, характеризующий гидравлическое сопротивление трубопровода; m — показатель степени, зависящий от режима течения.

При ламинарном течении для местных сопротивлений гидравлические потери можно выразить через эквивалентную длину $l_{\text{экв}}$ трубопровода (см. подразд. 4.2), на которой потери на трение эквивалентны потерям в местных сопротивлениях, и при вычислениях подставлять в формулу значение не фактической, а расчетной длины трубопровода $l_{\text{расч}} = l_{\text{факт}} + l_{\text{экв}}$.

Тогда на основании формул (4.35), (4.11), (3.17) и (3.6) можно получить

$$\sum h = \frac{64 l_{\text{расч}} v^2}{\text{Re} d} \frac{v^2}{2g} = \frac{128vl_{\text{расч}}Q}{\pi g d^4}, \quad (4.40)$$

откуда

$$K = 128vl_{\text{расч}}/(\pi g d^4), \text{ а } m = 1. \quad (4.41)$$

При турбулентном течении потери напора с учетом формул (4.1) и (4.9)

$$\sum h = \sum \zeta \frac{v^2}{2g} + \lambda_{\tau} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

где первое слагаемое — потери напора в местных сопротивлениях, а второе — потери напора на трение по длине трубопровода.

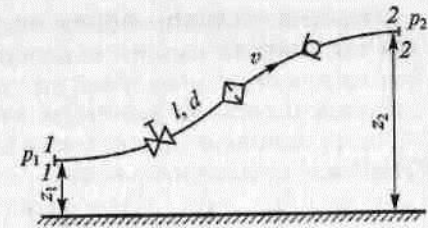


Рис. 4.20. Схема простого трубопровода

Выразив скорость жидкости через ее расход [$v = Q/\omega = 4Q/(\pi d^2)$], получим

$$\sum h = \left(\sum \zeta + \lambda_{\tau} \frac{l}{d} \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4}, \quad (4.42)$$

откуда

$$K = \left(\sum \zeta + \lambda_{\tau} \frac{l}{d} \right) \frac{8}{g\pi^2 d^4}, \text{ а } m = 2. \quad (4.43)$$

На основании анализа формулы (4.38) можно записать

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + KQ^m. \quad (4.44)$$

Это основное уравнение для расчета простых трубопроводов. По нему можно построить кривую потребного напора, т.е. зависимость напора от расхода жидкости в трубе. Чем больше расход, тем больше потребный напор.

При ламинарном течении график зависимости $H_{\text{потр}} = f(Q)$ представляет собой прямую линию (рис. 4.21, а), а при турбулентном течении — параболу с показателем степени $m = 2$ (рис. 4.21, б).

Крутизна кривых потребного напора зависит от сопротивления трубопровода K , возрастает с увеличением длины l и уменьшением диаметра d трубопровода, а также с увеличением местных гидравлических сопротивлений.

При ламинарном течении наклон прямой пропорционален вязкости жидкости. Значение статического напора $H_{\text{ст}}$ положительно в том случае, когда жидкость поднимается или движется в полость с повышенным давлением, и отрицательно, когда жидкость опускается или движется в полость с разрежением. Точка пересечения кривой потребного расхода с осью абсцисс при $H_{\text{ст}} = 0$

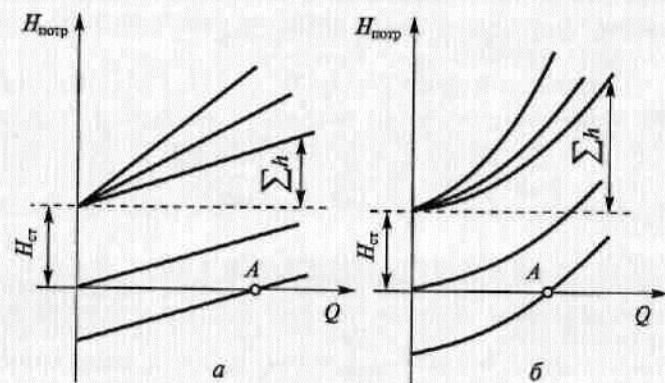


Рис. 4.21. Зависимость потребных напоров от расхода жидкости в трубопроводе:

а — ламинарное течение; б — турбулентное течение

(точка А) определяет расход при движении жидкости самотеком, т.е. только за счет разности геометрических высот. Потребный напор в этом случае равен нулю, так как давление в начале и конце трубопровода равно атмосферному. За начало трубопровода принимается свободная поверхность. В этом случае в основное уравнение трубопровода для потребного напора необходимо добавить динамический, или скоростной, напор $v^2/2g$.

Иногда вместо кривой потребного напора пользуются так называемой характеристикой трубопровода, которая представляет собой зависимость суммарной потери напора (или давления) в трубопроводе от расхода:

$$\sum h = f(Q). \quad (4.45)$$

Характеристика трубопровода представляет собой кривую потребного расхода, смещенную в начало координат, т.е. она совпадает с кривой потребного напора при $H_{\text{ст}} = 0$ (трубопровод лежит в горизонтальной плоскости, а противодействие отсутствует).

Модуль расхода. Для скорости потока при турбулентном движении жидкости Шези вывел формулу, которая называется его именем:

$$v = C\sqrt{R_r i_r}, \quad (4.46)$$

где C — коэффициент Шези; R_r — гидравлический радиус [см. формулу (3.11)]; i_r — гидравлический уклон, т.е. потери напора на единицу длины трубопровода [см. формулу (3.34)].

Коэффициент Шези C , являющийся функцией R_r , i_r , Re и относительной шероховатости стенки Δ/r (см. подразд. 4.1), определяется экспериментально. Для данной трубы постоянного сечения ω значения C и R_r постоянны. В этом случае величина

$K' = \omega C\sqrt{R_r}$ будет также постоянной. Тогда

$$Q = \omega v = K'\sqrt{i_r}. \quad (4.47)$$

Величина $K' = Q/\sqrt{i_r}$ называется расходной характеристикой, или модулем расхода. При $i_r = 1$ $Q = K'$, т.е. модуль расхода представляет собой расход жидкости при гидравлическом уклоне, равном единице.

Между модулем расхода K' , диаметром трубы d и коэффициентом потерь на трение по длине трубы λ имеется следующая связь:

$$K' = \pi d^2 \sqrt{\frac{dg}{8\lambda}} = d^2 \sqrt{\frac{d}{a}}, \quad (4.48)$$

где

$$a = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} = f\left(\text{Re}, \frac{\Delta}{r}\right). \quad (4.49)$$

Потери напора в трубопроводе могут быть подсчитаны по формуле

$$\sum h = \frac{lQ^2}{K'^2}. \quad (4.50)$$

Модуль расхода K' определяется опытным путем. Его значения приводятся в гидравлических справочниках для различных труб в зависимости от их диаметра и шероховатости.

Основные расчетные задачи. При расчете трубопроводов возможны три типа задач.

Первый тип задач: определение потребного напора $H_{\text{потр}}$ для обеспечения заданного потребного расхода Q жидкости через трубопровод заданных размеров.

Исходные данные: расход Q ; давление на выходе p_2 ; плотность ρ и кинематическая вязкость ν жидкости; длина l и диаметр d трубопровода; материал трубопровода, качество поверхности трубы (относительная шероховатость Δ/d).

Решение.

1. По исходному расходу Q и диаметру d находят скорость течения $v = 4Q/\pi d^2$.

2. По v , d и ν находят $Re = vd/\nu$ и определяют режим течения.

3. Оценивают местные сопротивления и определяют коэффициенты ζ и потери напора $h_m = \zeta v^2/2g$ для ламинарного или турбулентного течения.

4. По числу Re и заданной шероховатости определяют коэффициент Дарси λ_r , например по формуле А.Д.Альтшуля (4.17).

5. По графикам или таблицам определяют сопротивление трубопровода K или модуль расхода K' и решают основное уравнение (4.44), по которому находят потребный напор $H_{\text{потр}}$.

Второй тип задач: определение расхода Q жидкости при заданных напоре и параметрах трубопровода.

Исходные данные: располагаемый напор $H_{\text{расп}}$; ρ и ν жидкости; l и d трубопровода; относительная шероховатость Δ/d .

Решение.

1. Определяют режим движения жидкости, так как для ламинарного и турбулентного течений методы решения разные.

Режим течения определяют путем сравнения располагаемого напора $H_{\text{расп}}$ с критическим напором $H_{\text{кр}}$, который находят по уравнению (4.44) с учетом (4.41):

$$\begin{aligned} H_{\text{кр}} &= H_{\text{ст}} + \frac{128\nu l Q_{\text{кр}}}{\pi g d^4} = H_{\text{ст}} + \frac{32\nu l v_{\text{кр}}}{g d^2} \frac{v d}{v d} = \\ &= H_{\text{ст}} + \frac{32\nu^2 l}{g d^3} Re_{\text{кр}}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

2. При ламинарном течении Q находят из (4.44), подставляя вместо $H_{\text{потр}}$ располагаемый напор $H_{\text{расп}}$:

$$Q = \frac{1}{K} (H_{\text{расп}} - H_{\text{ст}}) = \frac{1}{K} H_{\text{расп}}.$$

С учетом (4.41)

$$Q = \frac{\pi g d^4}{128\nu l} H_{\text{расп}}. \quad (4.52)$$

При турбулентном течении задачу решают методом последовательных приближений. Берут уравнение (4.44), в котором два неизвестных — Q и K ; задаются значением λ_r с учетом шероховатости ($\lambda_r = 0,015 \dots 0,04$); по формуле (4.43) находят K и решают (4.44) относительно Q . По найденному Q находят Re , а по найденному Re определяют λ_r . Подставляют найденное значение λ_r в уравнение (4.43) и в указанном выше порядке находят Q , затем Re , а по Re — новое значение λ_r и т.д. Вычисления ведут до тех пор, пока разница между значениями расхода, полученными в данном и предыдущем вычислениях, не станет незначительной, т.е. пока не будет обеспечена приемлемая точность.

3. Найти расход можно и графическим способом. Для этого нужно построить кривую потребного напора $H_{\text{потр}} = f(Q)$ для различных λ_r . Задаются значениями Q , для которых подсчитывают ν , Re , λ_r , $H_{\text{потр}}$. Строят указанную кривую. Затем по ординате $H_{\text{потр}} = H_{\text{расп}}$ находят нужную точку на оси абсцисс, т.е. искомый расход Q .

Третий тип задач: определение диаметра трубопровода для данной жидкости по заданному расходу и располагаемому напору.

Исходные данные: расход Q , располагаемый напор $H_{\text{расп}}$, ρ и ν жидкости, длина трубопровода l , относительная шероховатость Δ/d .

Решение.

1. Определяют режим течения, сравнивая $H_{\text{расп}}$ с критическим напором $H_{\text{кр}}$. Для этого используют уравнение (4.44) с учетом (4.41), преобразуя его с целью исключения неизвестного d :

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + \frac{128\nu l Q}{\pi g d^4} \frac{2\pi^3 \nu^4 Q^3 d^4}{2\pi^3 \nu^4 Q^3 d^4} = H_{\text{ст}} + \frac{\pi^3 \nu^5 l Re^4}{2g Q^3}. \quad (4.53)$$

Отсюда

$$H_{\text{кр}} = H_{\text{ст}} + \frac{\pi^3 \nu^5 l Re_{\text{кр}}^4}{2g Q^3}. \quad (4.54)$$

2. Для ламинарного течения искомый диаметр находят из (4.44) с учетом (4.41):

$$d = \sqrt[4]{\frac{128\nu l Q}{\pi g (H_{\text{расп}} - H_{\text{ст}})}}. \quad (4.55)$$

Подсчитав d , определяют ближайший больший стандартный диаметр и по уравнению (4.44) уточняют значение напора по заданному расходу Q .

При турбулентном течении задаются рядом стандартных значений d и по уравнению (4.44) с учетом (4.43) определяют $H_{\text{потр}}$ по заданному расходу Q . Получив ряд значений $H_{\text{потр}}$, строят график $H_{\text{потр}} = f(d)$ и по заданной ординате $H_{\text{расп}}$ определяют d , выбирают ближайший больший стандартный диаметр, после чего уточняют $H_{\text{потр}}$.

Экономически наивыгоднейший диаметр трубопровода. При решении задачи по определению диаметра трубопровода может быть множество вариантов. Но по экономическим соображениям наиболее подходящим является диаметр трубопровода, обеспечивающий в нем экономичную скорость течения жидкости, равную примерно 1,0 м/с.

Поскольку $Q/v = \omega = \pi d^2/4$, то $d = \sqrt{4Q/(\pi v)}$.

При $v = 1$ м/с $d = \sqrt{4Q/\pi} = 1,13\sqrt{Q}$.

Экономически наивыгоднейшим диаметром трубопровода является такой диаметр, при котором в трубопроводе жидкость имеет экономичную скорость, обеспечиваются наиболее эффективные строительные и эксплуатационные затраты. При слишком малых скоростях жидкости трубопроводы должны иметь большие диаметры, что увеличивает капитальные затраты. При больших скоростях жидкости диаметр труб уменьшается и резко растут потери напора, что требует увеличения энергии на их преодоление, т.е. возрастают эксплуатационные расходы.

Из рис. 4.22 видно, что экономически наивыгоднейший диаметр трубопровода будет соответствовать точке a — минимуму полной стоимости системы

$$A = \frac{C}{t} + \mathcal{E},$$

где C — капитальные затраты, зависящие от диаметра трубопровода ($C = f_1(d)$); \mathcal{E} — эксплуатационные затраты, зависящие от диаметра трубопровода ($\mathcal{E} = f_2(d)$); t — время морального износа.

Эквивалентная труба. Трубы различных диаметров и различной длины, обеспечивающие при равных потерях напора одинаковые расходы, называются эквивалентными трубами. В гидравлическом смысле они равноценны. Размеры эквивалентных труб определяются из следующих соотношений:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{K_1'^2}{K_2'^2}; \quad \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5. \quad (4.56)$$

Для каждого i -го участка эквивалентного трубопровода

$$l_{3i} = l_i \frac{d_3^5}{d_i^5}. \quad (4.57)$$

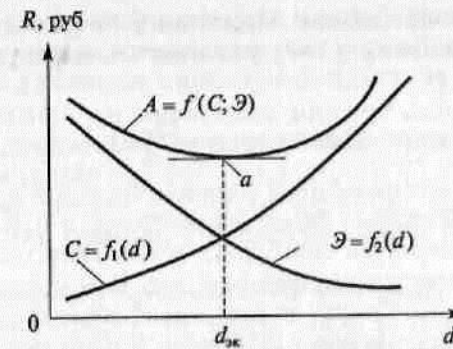


Рис. 4.22. Определение экономически наивыгоднейшего диаметра трубопровода

Полная длина эквивалентного трубопровода

$$L_3 = \sum l_{3i}. \quad (4.58)$$

Полная потеря напора в эквивалентном трубопроводе

$$H_3 = \frac{a_3 L_3 Q^2}{d_3^5} = Q^2 \sum \frac{l_{3i}}{K_i'^2}, \quad (4.59)$$

откуда

$$\frac{a_3}{d_3^5} = \frac{1}{L_3} \sum \frac{l_{3i}}{K_i'^2} = b_3. \quad (4.60)$$

Из формулы (4.60) следует, что

$$b_3 = \frac{a_3}{d_3^5} = \frac{1}{K_3'^2}. \quad (4.61)$$

Подсчитав b_3 по формуле (4.61), определяют диаметр d_3 эквивалентного трубопровода. Значения b_3 и K_3' даются в справочниках. Дальнейший расчет эквивалентного трубопровода аналогичен расчету простого трубопровода постоянного диаметра.

4.4. Основы расчета газопроводов

Расчет газопроводов имеет некоторые отличия от расчета трубопроводов для транспортировки жидкости. При расчете необходимо учитывать основные газовые законы (см. подразд 8.3).

Так, из уравнения состояния идеального газа $p w = RT$, где $w = W/m$ — удельный объем, м³/кг, R — газовая постоянная, следует, что плотность газа $\rho = m/W = 1/w = p/RT$.

Движение газа, имеющего давление p , по трубопроводу сопровождается трением, следовательно, давление вдоль потока падает,

объем газа по закону Бойля— Мариотта ($p\nu = \text{const}$) увеличивается (газ расширяется), плотность ρ уменьшается, а скорость v увеличивается из условия постоянства массового расхода Q_m вдоль потока:

$$Q_m/\omega = \rho v; v = \frac{Q_m}{\rho\omega}.$$

При отсутствии теплообмена с внешней средой процесс расширения газа при движении будет адиабатным, а при интенсивном теплообмене температура газа вдоль трубы остается постоянной, т. е. происходит изотермический процесс. Чем короче газопровод, тем ближе процесс расширения газа к адиабатному. Будем считать, что процесс расширения газа в газопроводе изотермический. Выразим число Re через Q_m и динамическую вязкость $\mu = \nu\rho$:

$$Re = \nu d/\nu = 4Q_m/\pi d\mu.$$

Динамическая вязкость меняется с изменением температуры, но так как процесс расширения изотермический, то $\mu = \text{const}$, следовательно, вдоль потока $Re = \text{const}$, коэффициент потерь на трение по длине λ тоже постоянный вдоль трубы, несмотря на возрастание скорости v .

Применяя к движению газа теорему механики об изменении количества движения и используя уравнение состояния, получаем выражение для массового расхода:

$$Q_m = \frac{\pi d^2}{4} \rho v = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{p_n^2 - p^2}{\left(\lambda \frac{l}{d} + 2 \ln \frac{p_n}{p}\right) RT}}, \quad (4.62)$$

где p_n — начальное давление в газопроводе.

В длинных газопроводах при движении газа с дозвуковыми скоростями $\lambda l/d \gg 2 \ln(p_n/p)$. В этом случае массовый расход

$$Q_m = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{(p_n^2 - p^2)d}{\lambda l RT}}. \quad (4.63)$$

Коэффициент λ определяется, как и для несжимаемых жидкостей, по числу Re и относительной шероховатости.

При расчетах газопроводов низкого давления обычно длину газопровода l выражают в м, давление p в мм. вод. ст., объемный расход Q в м³/ч; диаметр d в см; плотность ρ в кг/м³; температуру t принимают равной 0 °С. Тогда объемный расход при нормальных условиях

$$Q_0 = 0,125d^2 \sqrt{\frac{(p_n^2 - p_k^2)d}{\lambda l \rho_0}}, \quad (4.64)$$

где p_k — конечное давление в газопроводе длиной l и диаметром d ; ρ_0 — плотность газа при температуре 0 °С.

Потери давления в газопроводах среднего и высокого давления определяют с учетом сжимаемости газа. Газопроводы низкого давления рассчитывают как трубопроводы, в которых течет несжимаемая жидкость.

Основное уравнение для расчета потерь газопроводов среднего и высокого давления:

$$p_n^2 - p_k^2 = 1,62 p_0 \lambda \frac{Q_0^2}{d^5} \rho_0 \frac{T}{T_0} l, \quad (4.65)$$

где p_0, T_0 — соответственно давление и температура газа при нормальных условиях.

Потери давления по длине газопроводов низкого давления:

$$p_n - p_k = 0,81 \lambda \frac{Q_0^2}{d^5} \rho_0 \frac{T}{T_0} l. \quad (4.66)$$

Разделив левую и правую части формулы (4.65) соответственно на левую и правую части формулы (4.66), получим

$$\frac{(p_n^2 - p_k^2)_{\text{выс. давл.}}}{(p_n - p_k)_{\text{низк. давл.}}} = \frac{1,62}{0,81} = 2. \quad (4.67)$$

Табличные данные, определяющие потери в газопроводах высокого и среднего давления и в газопроводах низкого давления, связаны между собой соотношением (4.67).

4.5. Кавитация

Явление кавитации связано с одним из физических свойств жидкости — кипением (см. подразд. 1.1). Мы привыкли говорить, что вода кипит при температуре 100 °С, но обычно забываем, что это справедливо только для давления на уровне моря. Зависимостью температуры кипения воды от давления обусловлено возникновение кавитации — явления, предсказанного Эйлером. Чтобы вызвать кипение воды не обязательно ее нагревать. Достаточно создать необходимое разрежение — и она закипит. Так, если давление над поверхностью воды в закрытом сосуде составляет всего лишь 4 мм рт. ст., вода закипает при 4 °С; если же мы увеличим это давление до 11 660 мм рт. ст., то вода закипит только при температуре 200 °С. Не трудно понять, что в жидкости (например, воде) можно создать условия для «холодного кипения», т. е. для появления кавитации достаточно придать воде такую скорость, чтобы давление в каком-то месте течения стало меньше давления насыщенных водяных паров при данной температуре (в интервале температур 0... 30 °С давление насыщенных паров воды $p_{н.п}$ составляет 0,00063... 0,00437 МПа). В результате на поверхности быстро движущихся в воде тел (или сразу за ними) образуются каверны — пузырьки, наполненные парами или газами.

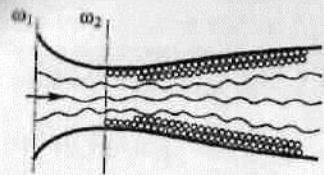


Рис. 4.23. Схема возникновения кавитации

Такое явление может возникнуть, например, на лопастях водной турбины, корабельного винта, при движении жидкости через местные сопротивления, в которых поток претерпевает местное сужение, а затем расширение (краны, вентили, задвижки, диафрагмы, жиклеры и др.).

При движении жидкости через местное сужение ($\omega_2 < \omega_1$ — рис. 4.23) увеличивается ее скорость и падает давление. Если давление достигает давления насыщенных паров $p_{н.п}$ в жидкости при данной температуре, то в этом месте жидкости начинается интенсивное ее кипение с выделением растворимых газов. В расширяющейся части скорость потока уменьшается, а давление возрастает, поэтому выделение паров и газов прекращается, выделившиеся пары конденсируются, а газы вновь растворяются. Местное нарушение сплошности течения с образованием в жидкости паровых и газовых полостей (каверн), вызванное местным падением давления в потоке, называется *кавитацией*. Кавитация сопровождается характерным шумом — эрозионными разрушениями металлических стенок. Разрушения возникают в месте конденсации, так как она происходит при большой скорости частиц жидкости. Как известно, давление определяется ударами молекул жидкости или газа о стенки сосуда. Повышение скорости частиц приводит к увеличению силы ударов, т. е. к значительному давлению в отдельных точках.

При кавитации увеличивается сопротивление трубопроводов, т. е. снижается их пропускная способность, поскольку каверны уменьшают живое сечение.

Кавитация — нежелательное явление, которое не следует допускать. Она может возникнуть во всасывающих трубопроводах, в трубопроводах, основная часть которых работает при давлении ниже атмосферного, в насосах, гидротурбинах, при работе гребных винтов.

Для характеристики местных гидравлических сопротивлений, вызываемых кавитацией, применяется безразмерный критерий — число кавитации

$$\alpha = \frac{2(p_1 - p_{н.п})}{\rho v_1^2}, \quad (4.68)$$

где p_1 , ρ , v_1 — соответственно абсолютное давление, плотность и скорость потока в трубе перед местным сопротивлением.

Для местных сопротивлений, вызывающих изменение скорости движения жидкости, критическое значение числа кавитации можно найти по формуле

$$\alpha_{кр} = \zeta + 2\sqrt{\zeta}, \quad (4.69)$$

где ζ — коэффициент местного сопротивления в бескавитационном режиме.

Зная критическое значение числа кавитации $\alpha_{кр}$ для рассматриваемого местного сопротивления, можно определить предельно допустимую скорость перед сопротивлением

$$v_{пр} = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{н.п})}{\rho \alpha_{кр}}}. \quad (4.70)$$

Для скоростей течения, не превышающих $v_{пр}$, коэффициент местного сопротивления можно определять без учета кавитации.

Для предотвращения кавитации лопастям гидравлических машин придают слабоизогнутый профиль с округленными входными и заостренными выходными кромками.

4.6. Гидравлический удар

Гидравлическим ударом называется резкое повышение давления, возникающее в напорном трубопроводе при внезапном торможении потока жидкости. Гидравлический удар представляет собой колебательный процесс, возникающий в упругом трубопроводе при внезапном изменении скорости жидкости. Этот процесс быстротечен и характеризуется чередованием резких повышений и понижений давления. Изменения давления связаны с упругими деформациями жидкости и стенок трубопровода.

Гидравлический удар может возникнуть при быстром закрытии запорных приспособлений, внезапной остановке насоса, нагнетающего жидкость, и т. д.

Пусть из водоема по трубопроводу длиной l вытекает жидкость со скоростью v_0 . Если быстро закрыть задвижку A , установленную на трубопроводе, то жидкость, находящаяся между водоемом и задвижкой, остановится, но остановка жидкости ввиду ее сжимаемости не будет происходить мгновенно. Сначала остановится слой жидкости, прилегающий к задвижке, более удаленные слои будут продолжать двигаться, и жидкость начнет благодаря этому сжиматься, а давление — повышаться. Поэтому с момента закрытия задвижки по трубопроводу от нее в сторону водоема пойдет волна повышения давления и сжатия жидкости с некоторой скоростью c (рис. 4.24, а), которую можно считать скоростью перемещения сечения $n-n$.

Через время $t = l/c$ эта волна достигнет водоема. К этому моменту весь трубопровод будет заполнен неподвижной сжатой жидкостью при некотором повышенном давлении (рис. 4.24, б). По одну сторону сечения $n-n$ (в водоеме) жидкость будет в нормальном

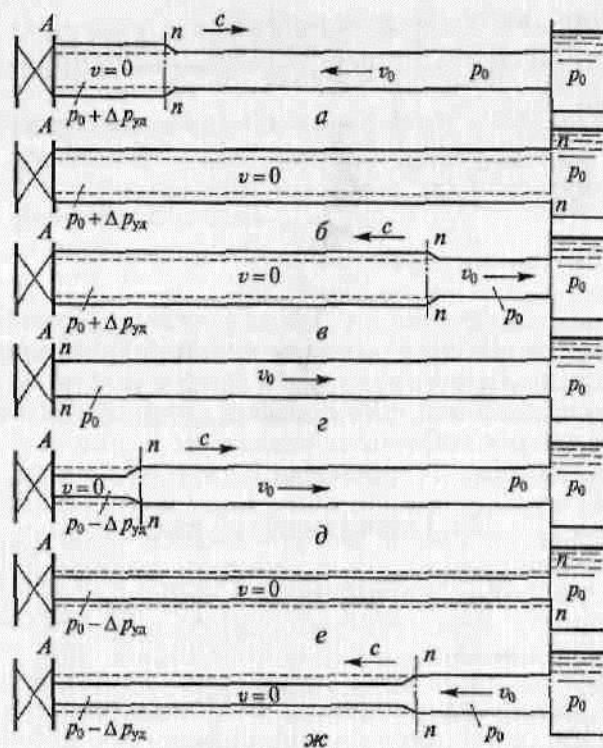


Рис. 4.24. Стадии (а...ж) гидравлического удара:

p_0 — давление жидкости в момент ее торможения (при скорости $v = 0$); $\Delta p_{уд}$ — ударное повышение давления за счет образования волны сжатия (ударной волны), которая действует на стенки трубопровода и задвижку; $(p_0 + \Delta p_{уд})$ — суммарное давление жидкости и волны сжатия на стенки трубопровода и задвижку; c — скорость ударной волны

состоянии, а по другую сторону (в трубопроводе) — в сжатом состоянии при повышенном давлении. При таких условиях равновесие в сечении $n-n$ невозможно. Поэтому начнется перемещение жидкости из трубы в водоем, сопровождаемое понижением давления жидкости в трубопроводе, которое будет распространяться в сторону задвижки A с той же скоростью c (рис. 4.24, в). Таким образом, в трубопроводе возникнет новая, отраженная, волна теперь уже понижения давления, движущаяся от водоема к задвижке.

Через время $t_{ф} = 2l/c = 2t$ после закрытия задвижки волна достигнет задвижки. Время $t_{ф}$ называется *фазой удара*. В этот момент вся жидкость в трубопроводе будет иметь начальное давление. Работа деформации жидкости и трубы полностью перейдет в кинетическую энергию жидкости, которая начнет перемещаться от задвижки к водоему (рис. 4.24, г), стремясь как бы оторваться от

задвижки. Вследствие этого понизившееся до начального состояния давление жидкости будет продолжать понижаться и станет меньше давления p_0 , которое было до удара. Начнет двигаться новая волна (вторая от задвижки и третья по счету в трубопроводе) — понижения давления ниже первоначального, что вызовет остановку слоев жидкости, двигавшейся в сторону водоема (рис. 4.24, д). Волна спада давления достигнет водоема ко времени $3t = 3l/c$ после закрытия задвижки.

Вся жидкость в трубопроводе в этот момент будет в «разреженном» состоянии, т.е. с пониженным давлением (рис. 4.24, е). Равновесие в сечении $n-n$ опять окажется невозможным. Поэтому жидкость из водоема, имеющая большее давление, начнет перемещаться внутрь трубопровода, т.е. возникнет четвертая волна — восстановления давления и сжатия жидкости до первоначальной плотности (рис. 4.24, ж).

Через время $2t_{ф} = 4t = 4l/c$ после закрытия задвижки в трубопроводе восстановятся первоначальное давление, скорость и плотность жидкости. Если в данный момент задвижка была бы открытой, то явление гидравлического удара на этом прекратилось бы, но так как обычно задвижка остается закрытой, то волны давления будут повторяться вновь и вновь бесконечно долго, если пренебречь рассеянием энергии.

При остановке перед задвижкой жидкость теряет кинетическую энергию

$$K = mv^2/2 = \rho\pi r^2lv^2/2, \quad (4.71)$$

где m — масса жидкости в трубопроводе; r — первоначальный внутренний радиус трубопровода длиной l .

Эта освободившаяся энергия идет на работу растяжения трубы A_1 и работу сжатия жидкости A_2 .

Работа растяжения трубы A_1 представляет собой потенциальную энергию деформированного тела, которая равна половине произведения силы действия давления $\Delta p_{уд}$ и удлинения Δr (рис. 4.25, а):

$$A_1 = \Delta p_{уд} 2\pi r l \Delta r / 2 = \Delta p_{уд} \pi r l \Delta r. \quad (4.72)$$

По закону Гука, нормальное напряжение в материале стенки трубы

$$\sigma = \frac{2\pi[(r + \Delta r) - r]}{2\pi r} E = \frac{\Delta r}{r} E, \quad (4.73)$$

где E — модуль упругости материала стенок трубы.

Прочность стенок трубы на растяжение

$$2\delta\sigma = 2r l \Delta p_{уд}, \quad (4.74)$$

где δ — толщина стенки трубы.

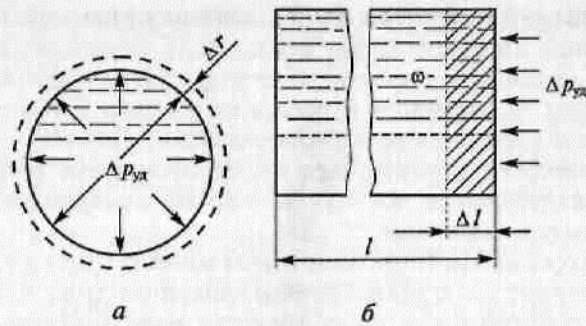


Рис. 4.25. Схемы деформации трубы и жидкости:
а — растяжение трубы; б — сжатие жидкости

Отсюда

$$\sigma = \frac{\Delta p_{уд} r}{\delta} \quad (4.75)$$

Из равенства правых частей формул (4.73) и (4.75) получаем

$$\Delta r = \frac{r^2}{E\delta} \Delta p_{уд}$$

Подставляя это выражение в (4.72), находим

$$A_1 = \frac{\pi l r^3}{E\delta} \Delta p_{уд}^2 \quad (4.76)$$

Работа сжатия жидкости A_2 при повышении давления на $\Delta p_{уд}$ на пути Δl (рис. 4.25, б) определяется изменением ее объема ΔW :

$$A_2 = \frac{1}{2} \omega \Delta p_{уд} \Delta l = \frac{1}{2} \Delta p_{уд} \Delta W \quad (4.77)$$

Объемный коэффициент сжатия

$$\beta = \frac{1}{E_{ж}} = \frac{\Delta W}{W \Delta p_{уд}},$$

где $E_{ж}$ — модуль упругости жидкости.

Отсюда

$$\Delta p_{уд} = \frac{\Delta W}{W} E_{ж}, \quad (4.78)$$

где W — начальный объем жидкости в трубе ($W = \pi r^2 l$).

Подставляя (4.78) в (4.77), получаем

$$A_2 = \frac{\pi r^2 l}{2 E_{ж}} \Delta p_{уд}^2 \quad (4.79)$$

Используя (4.71), (4.76) и (4.79), запишем уравнение сохранения энергии

$$\frac{1}{2} \pi r^2 l \rho v^2 = \frac{\pi r^3 l}{E\delta} \Delta p_{уд}^2 + \frac{\pi r^2 l}{2 E_{ж}} \Delta p_{уд}^2 \quad (4.80)$$

Решая уравнение (4.80) относительно $\Delta p_{уд}$, получаем формулу Н. Е. Жуковского

$$\Delta p_{уд} = \frac{\rho v}{\sqrt{\rho/E_{ж} + 2\rho r/(E\delta)}} = \rho v c, \quad (4.81)$$

где c — скорость распространения ударной волны;

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho/E_{ж} + 2\rho r/(E\delta)}} \quad (4.82)$$

Выясним физический смысл скорости ударной волны. Пусть материал трубы — абсолютно упругое тело, т. е. $E = \infty$. Тогда второе слагаемое под корнем равно нулю и

$$c = c_1 = \frac{1}{\sqrt{\rho/E_{ж}}} = \sqrt{E_{ж}/\rho}, \quad (4.83)$$

где c_1 — скорость распространения упругих колебаний, или скорость звука в жидкости.

Для воды $E_{ж} = 20,3 \cdot 10^8$ Па, $\rho = 1000$ кг/м³, следовательно:

$$c_1 = \sqrt{\frac{20,3 \cdot 10^8}{1000}} \approx 1425 \text{ м/с.}$$

Теперь считаем, что жидкость абсолютно несжимаема, т. е. $E_{ж} = \infty$. Тогда

$$c = c_2 = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho d}}, \quad (4.84)$$

где c_2 — скорость распространения колебаний в стенках трубы, заполненной несжимаемой жидкостью.

Таким образом, скорость распространения ударной волны в трубопроводе

$$c = \frac{1}{\sqrt{1/c_1^2 + 1/c_2^2}} = \frac{c_1 c_2}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}} \quad (4.85)$$

Посмотрим, каких значений может достигнуть ударное давление в трубопроводе. Пусть вода движется со скоростью $v = 1$ м/с по стальной трубе диаметром $d = 0,5$ м с толщиной стенки $\delta = 0,01$ м. Модуль упругости для стали $E = 19,6 \cdot 10^{10}$ Па, плотность воды

1000 кг/м³, тогда $c_2 = \sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^{10} \cdot 0,01}{1000 \cdot 0,5}} \approx 2000$ м/с, $c_1 \approx 1425$ м/с

(см. выше), $c = \frac{1425 \cdot 2000}{\sqrt{1425^2 + 2000^2}} = 1160$ м/с.

Ударное повышение давления $\Delta p_{уд} = \rho v c = 1000 \cdot 1 \cdot 1160 = 116 \cdot 10^4$ Па.

При расчете трубопровода необходимо учитывать $\Delta p_{уд}$, иначе он может разрушиться.

Для чугунных водопроводных труб ударное повышение давления может быть определено по элементарной формуле $\Delta p_{уд} = (11 \dots 14) v$; значения скорости в эту формулу подставляют в м/с. Способы ослабления гидравлического удара.

1. Медленное закрытие задвижек. Чем медленнее происходит закрытие задвижки, тем медленнее повышается ударное давление. Если время закрытия задвижки больше фазы удара ($t_{зак} > t_{ф}$), то ударное давление снижается и может быть определено по формуле $p_{зак} = p_{уд} t_{ф} / t_{зак}$. Если $t_{зак} < t_{ф}$, то ударное давление не уменьшается.

Для снижения ударного давления запорные приспособления на трубопроводах должны быть винтовыми, обеспечивающими медленное закрытие.

2. Установка перед задвижкой противоударных воздушных колпаков или гидроаккумуляторов (рис. 4.26, а). Часть воды при закрытии задвижки заходит в колпак, сжимая находящийся там воздух, и добавочное давление быстро гасится.

3. Установка противоударных электромагнитных кранов (рис. 4.26, б), открывающихся при повышении давления и сбрасывающих часть жидкости.

Явление гидравлического удара используется в водоподъемном устройстве, называемом гидравлическим тараном (рис. 4.27). Подъем воды с помощью гидравлического тарана осуществляется следующим образом. По питающему трубопроводу 1 вода под напором h_1 поступает в таран до тех пор, пока через клапан 2 она имеет возможность вытекать в атмосферу. Но при истечении

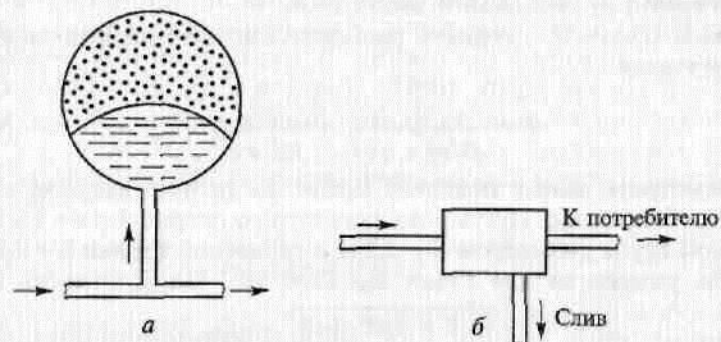


Рис. 4.26. Устройства для снижения давления при гидравлическом ударе:

а — гидроаккумулятор; б — электромагнитный кран

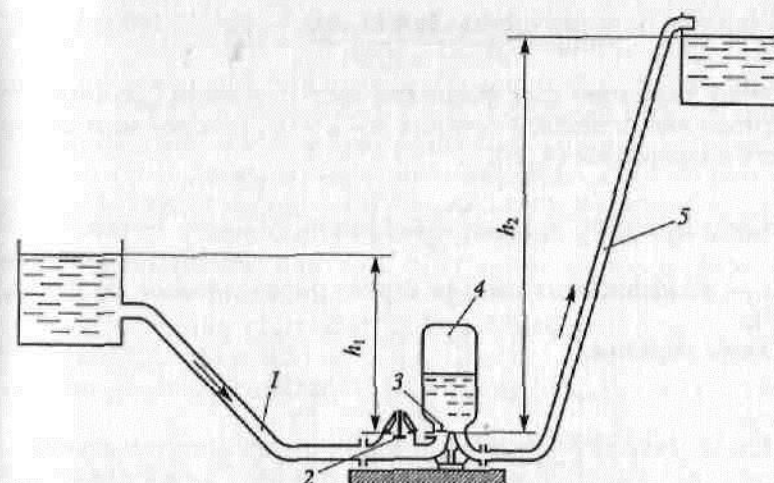


Рис. 4.27. Схема гидротаранной установки:

1, 5 — трубопроводы; 2, 3 — клапаны; 4 — воздушный колпак

воды через клапан 2 она его увлекает и захлопывает. Происходит ударное повышение давления. Под его воздействием открывается клапан 3 и жидкость входит в воздушный колпак 4, где сжимает воздух, под давлением которого вода по трубопроводу 5 подается в резервуар. После фазы повышения давления наступает фаза его снижения и клапан 3 закрывается, а клапан 2 открывается, через него происходит сброс воды и описанный процесс повторяется.

Производительность тарана определяется числом ударов в минуту сбросного клапана 2, которое устанавливается равным около 100.

Пример 4.1. Для ограничения расхода воды в водопроводной линии установлена диафрагма. Избыточные давления в трубе до и после диафрагмы постоянны и равны соответственно $p_1 = 6,37 \cdot 10^4$ Па и $p_2 = 2,05 \cdot 10^4$ Па. Диаметр трубы $D = 0,076$ м. Определить необходимый диаметр отверстия диафрагмы d с таким расчетом, чтобы расход в линии Q был равен $0,0059$ м³/с.

Решение. Потеря напора в диафрагме

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{6,37 \cdot 10^4 - 2,05 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9,81} = 4,4 \text{ м.}$$

Скорость воды в трубопроводе

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,0059}{3,14 \cdot 0,076^2} = 1,3 \text{ м/с.}$$

Из формулы Вейсбаха (4.1) имеем

$$\zeta_d = \frac{2gh}{v^2} = \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 4,4}{1,3^2} = 51,1.$$

Этому значению коэффициента сопротивления ζ_d соответствует отношение площадей сечения $n = d^2/D^2$, которое можно определить из формулы (4.33):

$$\zeta_d = \left(\frac{1}{n\epsilon} - 1 \right)^2 = 51,1,$$

где ϵ — коэффициент сжатия струи, определяемый по формуле (4.27).

Таким образом,

$$\left[\frac{1}{n \left(0,57 + \frac{0,043}{1,1-n} \right)} - 1 \right]^2 = 51,1;$$

$$\frac{1}{n \left(0,57 + \frac{0,043}{1,1-n} \right)} = \sqrt{51,1} + 1 = 8,15;$$

$$n \left(0,57 + \frac{0,043}{1,1-n} \right) = \frac{1}{8,15} = 0,123.$$

Решая это квадратное уравнение, находим, что $n = 0,199 \approx 0,2$, после чего определяем диаметр отверстия диафрагмы:

$$d = D\sqrt{n} = 0,076\sqrt{0,2} = 0,034 \text{ м.}$$

Коэффициент сжатия струи

$$\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1-0,2} = 0,618.$$

Пример 4.2. Горизонтальная труба диаметром $d_1 = 0,1$ м внезапно переходит в трубу диаметром $d_2 = 0,15$ м. Расход воды $Q = 0,03 \text{ м}^3/\text{с}$. Требуется определить: а) потери напора при внезапном расширении трубы; б) разность давлений в обеих трубах; в) потери напора и разность давлений для случая, когда вода будет течь в противоположном направлении (т. е. из широкой трубы в узкую); г) разность давлений при постепенном расширении трубы (считая потери напора пренебрежимо малыми).

Решение. а) Находим потери напора при внезапном расширении трубопровода по формуле Борда (4.20):

$$h_{в.р} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g};$$

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{0,03 \cdot 4}{3,14 \cdot 10^{-2}} = 3,82 \text{ м/с}$$

$$v_2 = (d_1/d_2)^2 v_1 = (0,1/0,15)^2 \cdot 3,82 = 1,7 \text{ м/с}$$

$$h_{в.р} = \frac{(3,82 - 1,7)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,23 \text{ м.}$$

б) Находим разность давлений в узкой и широкой трубах из уравнения Бернулли:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{в.р};$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_{в.р}.$$

Отсюда $p_2 - p_1 = \rho(v_1^2 - v_2^2)/2 - h_{в.р}\rho g = 1000(3,82^2 - 1,7^2):2 - 0,23 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 3595 \text{ Па}$.

в) При изменении направления движения потока на обратное, т. е. из широкой трубы в узкую, скорость в сжатом сечении

$$v_c = \frac{\omega_1}{\omega_c} v_1 = \frac{v_1}{\epsilon}.$$

Степень сжатия потока

$$n = d_1^2/d_2^2 = 0,1^2/0,15^2 = 0,445.$$

Коэффициент сжатия струи по формуле (4.27)

$$\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1-n} = 0,64;$$

$$h_{в.р} = \frac{(v_c - v_1)^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{\omega_1}{\omega_c} - 1 \right)^2 = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)^2 =$$

$$= \frac{3,82^2}{2 \cdot 9,81} \left(\frac{1}{0,64} - 1 \right)^2 = 0,235 \text{ м.}$$

Разность давлений

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + h_{в.р} = \frac{(3,82^2 - 1,7^2)}{2 \cdot 9,81} + 0,235 = 0,83 \text{ м;}$$

$$p_2 - p_1 = 0,83\rho g = 0,83 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 8142 \text{ Па.}$$

г) Если бы был обеспечен плавный переход от трубы узкого сечения к трубе широкого сечения, то разность давлений определялась бы из уравнения

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{(3,82^2 - 1,7^2)}{2 \cdot 9,81} = 0,596 \text{ м;}$$

$$p_2 - p_1 = 0,596 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 5847 \text{ Па.}$$

Пример 4.3. Определить давление гидравлического удара при внезапном закрытии задвижки в трубопроводе, по которому перекачивается жидкость, имеющая плотность 820 кг/м^3 , со скоростью 2 м/с . Скорость распространения звука в жидкости 1000 м/с .

Решение. Определим приращение давления в трубопроводе по формуле (4.81):

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho v c = 820 \cdot 2 \cdot 1000 = 1\,640\,000 = 1,64 \text{ МПа.}$$

Контрольные вопросы

1. Какие виды гидравлических потерь в трубах вы знаете?
2. Напишите формулу для определения коэффициента местного гидравлического сопротивления.
3. Как изменяются потери на трение по длине трубы?
4. Напишите формулы Вейсбаха—Дарси для определения гидравлических потерь на трение в единицах длины и давления и поясните их физический смысл.
5. Напишите формулу Пуазейля для определения коэффициента потерь на трение и укажите, для каких режимов течения жидкости она справедлива.
6. Объясните физический смысл коэффициента потерь на трение по длине трубы.
7. Что называется относительной шероховатостью и относительной гладкостью поверхности?
8. Назовите основные четыре зоны, представленные на графике И. И. Никуралде, и объясните их физический смысл.
9. Какие конструктивные элементы в трубопроводах создают местные сопротивления?
10. Напишите формулы для определения коэффициента местного сопротивления для канала с внезапным расширением и диффузора.
11. Напишите формулу для определения коэффициента местного сопротивления для трубы с диафрагмой.
12. Сформулируйте определение эквивалентной длины.
13. Какой трубопровод называют простым?
14. Какие соединения могут образовывать простые трубопроводы?
15. Какое уравнение лежит в основе расчета простого трубопровода?
16. Напишите основное расчетное уравнение простого трубопровода.
17. Как рассчитать экономически наиболее выгодный диаметр трубопровода?
18. Что такое эквивалентная труба?
19. Какие физические законы лежат в основе расчета газопроводов?
20. Объясните явление кавитации при течении жидкости в трубах. Какие меры применяют для предотвращения кавитации?
21. Объясните явление гидравлического удара в трубах.
22. Какие существуют меры для снижения ударного давления в трубопроводах?

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ И НАСАДКИ

5.1. Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре

Отверстия и насадки, через которые вытекает жидкость, предназначены для определенных практических целей. В зависимости от назначения им придают соответствующую форму.

При рассмотрении истечения жидкости через отверстия и насадки основным вопросом является определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадок.

Малым отверстием называется такое отверстие, вертикальный размер которого мал по сравнению с напором H (не превышает $1/10$) и размерами резервуара. В этом случае давление во всех точках отверстия может считаться одинаковым и равным давлению в центре тяжести отверстия.

Возьмем резервуар, заполненный жидкостью. Стенки резервуара считаем тонкими, жидкость вытекает через отверстие в стенке резервуара (рис. 5.1).

Отверстием в тонкой стенке называется отверстие с фаской или с заостренными кромками в стенке, толщина которой не влияет на условия истечения и форму струи. Отверстие расположено на расстоянии H_0 от свободной поверхности жидкости. Считаем $H_0 = \text{const}$. Поскольку истечение жидкости будет происходить при постоянном напоре H_0 , то движение ее будет установившимся. Следовательно, можно применить уравнение Бернулли, рассматривая одно сечение в резервуаре, другое — в струе. Отсчет ведем от центра отверстия. Уравнение примет вид

$$H_0 + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g},$$

где α — коэффициент Кориолиса; ζ — коэффициент сопротивления отверстия.

Истечение жидкости будет определяться разностью давлений жидкости по обе стороны отверстия.

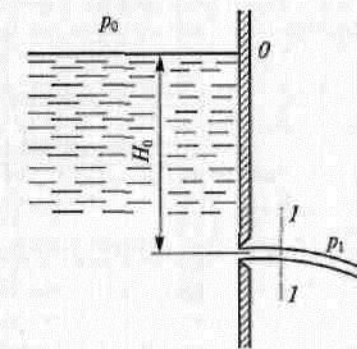


Рис. 5.1. Истечение жидкости из резервуара через малое отверстие

Вводя расчетный напор

$$H = H_0 + (p_0 - p_1)/(\rho g), \quad (5.1)$$

получаем

$$H = \frac{v^2}{2g} (\alpha + \zeta). \quad (5.2)$$

Отсюда

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}} \sqrt{2gH} = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (5.3)$$

где φ — коэффициент скорости ($\varphi = 1/\sqrt{\alpha + \zeta}$).

Для идеальной жидкости $\zeta = 0$, $\alpha = 1$, следовательно, $v_n = \sqrt{2gH}$. Таким образом, коэффициент скорости φ есть отношение действительной скорости истечения v к скорости истечения идеальной жидкости v_n , т.е. $\varphi = v/v_n$.

Распределение скоростей по сечению струи (рис. 5.2) является равномерным только в ядре струи, т.е. в средней части сечения, наружный слой жидкости имеет меньшую скорость в результате трения о стенку. Поэтому φ является коэффициентом средней скорости. При истечении жидкости через отверстие струя жидкости отрывается от стенки у кромки отверстия и затем сжимается. Сжатие обусловлено тем, что частицы жидкости, подходящие к отверстию вдоль стенки, не могут сразу повернуть на 90° , а огибают кромки отверстия по некоторой кривой. Крайние струйки придают вытекающей струе коноидальную форму. В зависимости от расположения отверстия сжатие вытекающей струи будет различ-

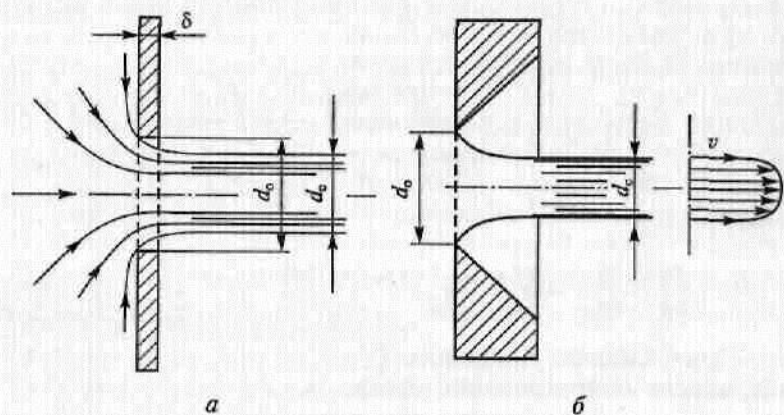


Рис. 5.2. Форма струи при истечении через круглое отверстие: a — в тонкой стенке; b — в толстой стенке с фаской; δ — толщина стенки; d_0 — диаметр отверстия; d_c — диаметр струи

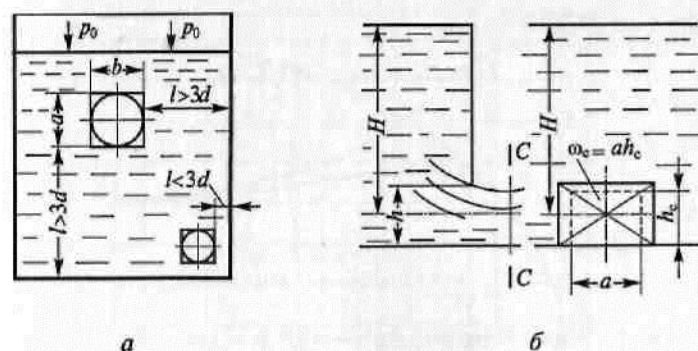


Рис. 5.3. Отверстия:

a — с полным совершенным и несовершенным сжатием струи; b — с неполным и несовершенным сжатием струи

ным. Наибольшее сжатие струи наблюдается на расстоянии от стенки около $0,5d_0$, где d_0 — диаметр отверстия.

Если стенки сосуда удалены от отверстия на расстояние $l \geq 3d$ (рис. 5.3, a), то они не оказывают влияния на сжатие струи. Струя испытывает сжатие со всех сторон. Такое сжатие называется *полным и совершенным*. Если отверстие находится вблизи стенок (нижнее на рис. 5.3, a), то они оказывают влияние на сжатие струи. Площадь сжатого сечения за отверстием будет больше, чем при совершенном сжатии. Такое сжатие называется *полным и несовершенным*. При *неполном и несовершенном* сжатии струя испытывает сжатие не по всему периметру отверстия (рис. 5.3, b). Степень сжатия оценивается *коэффициентом сжатия* ϵ , равным отношению площади поперечного сечения струи к площади отверстия: $\epsilon = \omega_c/\omega_0$; при круглом отверстии $\epsilon = d_c/d_0$. Площадь поперечного сечения струи $\omega_c = \epsilon\omega_0$.

При истечении жидкости через круглое отверстие струя принимает цилиндрическую форму на расстоянии от кромки отверстия, равном его диаметру.

Расход жидкости, истекающей через отверстие, определяется действительной скоростью жидкости и фактической площадью сечения струи:

$$Q = v\omega_c = \epsilon\varphi\omega_0\sqrt{2gH}. \quad (5.4)$$

Произведение $\epsilon\varphi = \mu$ называется *коэффициентом расхода*. Тогда

$$Q = \mu\omega_0\sqrt{2gH} \quad (5.5)$$

или

$$Q = \mu\omega_0\sqrt{2\Delta p/\rho}, \quad (5.6)$$

где Δp — разность давлений, под действием которой жидкость проходит сечение.

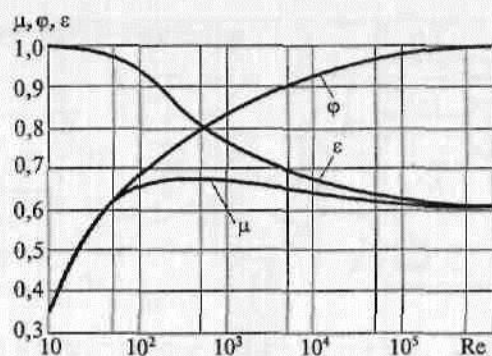


Рис. 5.4. Зависимости коэффициентов μ , ϕ , ϵ от числа Re для круглого отверстия в тонкой стенке

Коэффициенты ϵ , ϕ и μ , зависящие от типа отверстия или насадки и от числа Re (рис. 5.4), определяются экспериментально.

При очень малых числах Рейнольдса ($Re < 25$) на коэффициенты скорости и расхода существенное влияние оказывает вязкость. Торможение жидкости у кромки отверстия становится столь значительным, что сжатия струи не происходит, т.е. $\epsilon = 1$ и $\phi = \mu$. В этом случае для определения коэффициента расхода можно пользоваться формулой

$$\mu = \sqrt{\frac{Re}{25,2 + Re}}$$

5.2. Истечение жидкости через затопленное отверстие при постоянном напоре

Затопленным называется отверстие, через которое жидкость вытекает в резервуар, заполненный той же жидкостью. Пусть жидкость из резервуара A перетекает в резервуар B через отверстие, находящееся под уровнем жидкости (рис. 5.5). Считаем, что резервуары достаточно большие и наполнены одинаковой жидкостью.

Запишем уравнение Бернулли для сечений $1-1$ и $2-2$, совпадающих со свободными поверхностями соответственно первого и второго резервуаров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \sum h.$$

Суммарные потери напора $\sum h$ определяются по формуле

$$\sum h = \alpha v^2 / 2g + \zeta v^2 / 2g,$$

где α — коэффициент Кариолиса; v — скорость истечения струи; ζ — коэффициент сопротивления отверстия.

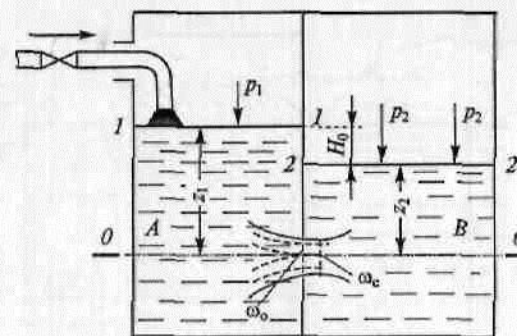


Рис. 5.5. Истечение жидкости через затопленное отверстие

Поскольку резервуары большие, кинетическая энергия струи затрачивается на вихреобразование и скорость ее гасится в резервуаре B , следовательно, $v_1 = v_2 = 0$.

Тогда, вводя полный напор, можно записать

$$H = H_0 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = (\alpha + \zeta) \frac{v^2}{2g},$$

откуда

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}} \sqrt{2gH} = \phi \sqrt{2gH}.$$

Расход

$$Q = v\omega_c = \mu\omega_0 \sqrt{2gH}.$$

Если давления на свободных поверхностях резервуаров равны атмосферному ($p_1 = p_2 = p_0$), то полный напор будет равен разности уровней жидкости в резервуарах H_0 .

Таким образом, мы получили те же расчетные формулы, что и при истечении жидкости в воздушное пространство (см. подразд. 5.1), только расчетный напор H представляет собой разность гидростатических напоров по обе стороны стенки, т.е. скорость и расход через отверстие не зависят от высоты расположения отверстия. Коэффициенты ϵ и μ при истечении под уровень можно принимать такими же, как и при свободном истечении.

5.3. Истечение жидкости через отверстие в толстой стенке

Стенка, толщина которой в месте нахождения отверстия истечения больше утроенного линейного размера отверстия (диаметра, высоты), в гидравлическом смысле называется толстой стенкой. При истечении жидкости через отверстие в толстой стенке (рис. 5.6) струя жидкости сначала сужается на некотором расстоянии от

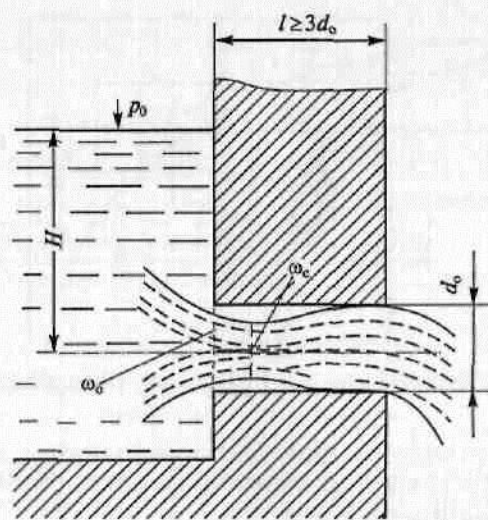


Рис. 5.6. Отверстие в толстой стенке:

l — толщина стенки; d_0 — диаметр отверстия; ω_0 , ω_c — площади соответственно отверстия и сечения струи в наиболее узком ее месте; p_0 — давление на свободной поверхности жидкости; H — расстояние от центра отверстия до свободной поверхности жидкости

внутренней поверхности стенки (минимальная площадь сечения ω_c), а затем, расширяясь, заполняет отверстие в толстой стенке и выходит из него полным сечением в окружающую среду. В области сжатого сечения создается вакуум, отчего усиливается подток жидкости в отверстие в толстой стенке и пропускная способность его становится больше по сравнению с пропускной способностью при истечении жидкости через отверстие в тонкой стенке (аналогия с истечением жидкости через внешний цилиндрический насадок).

5.4. Истечение жидкости через насадки

Насадком называется короткий патрубок, присоединенный к отверстию в тонкой стенке. Длина насадка обычно составляет $(3 \dots 4)d_0$, где d_0 — диаметр отверстия. Схемы различных насадков и характер истечения через них жидкости показаны на рис. 5.7.

Выбор типа насадка зависит от того, где и для чего намечено его применение. Если нужно получить струю большой дальности и разрушающей силы (брандспойты, гидромониторы), то применяют сходящиеся или коноидальные насадки; если нужно увеличить пропускание жидкости, — конические расходящиеся насадки (отсасывающие трубы, сливные устройства).

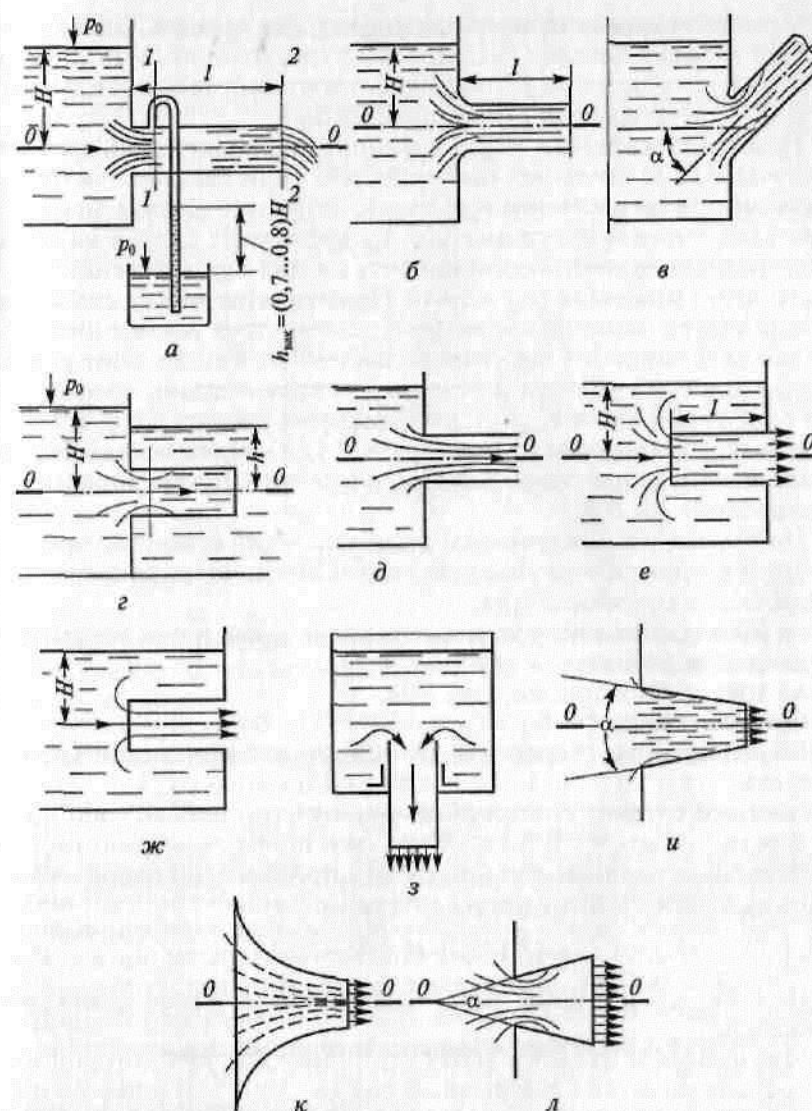


Рис. 5.7. Схемы насадков и характер истечения жидкости:

a — внешний цилиндрический насадок; b — внешний цилиндрический насадок с закругленными кромками; $в$ — внешний цилиндрический насадок, установленный под углом; $г$ — внешний цилиндрический насадок, установленный под углом; $д$ — внешний цилиндрический насадок со срывом вакуума в насадке; $е$ — внутренний цилиндрический насадок; $ж$ — внутренний цилиндрический насадок со срывом струи; $з$ — насадок для забора жидкости из резервуара; $и$ — конический сходящийся насадок; $к$ — коноидальный насадок; $л$ — конический расходящийся насадок

Истечение жидкости через цилиндрические насадки. Цилиндрический *внешний* насадок (насадок Вентури) длиной $l = (3 \dots 4)d$ на практике получается, когда выполняется отверстие в толстой стенке и не обрабатывается его входная часть.

Истечение жидкости через внешний цилиндрический насадок (см. рис. 5.7, а) имеет ряд особенностей. Если насадок с острыми кромками, то на расстоянии от входа, примерно равном диаметру d насадка, струя будет сжиматься. Коэффициент сжатия на входе приблизительно равен коэффициенту сжатия при истечении жидкости через отверстие ($\epsilon_{\text{вх}} = 0,64$). Пространство между стенкой и сжатой струей заполняется вихрями. Затем струя постепенно расширяется и заполняет все сечение насадка на выходе. Этот режим называется безотрывным истечением. Следовательно, коэффициент сжатия на выходе $\epsilon_{\text{вых}} = 1$, коэффициент расхода $\mu = \varphi$, где φ — коэффициент скорости (см. подразд. 5.1). Осредненные значения коэффициентов для этого режима: $\mu = \varphi = 0,8$; коэффициент сопротивления $\zeta = 0,5$.

По сравнению с истечением жидкости через отверстие при истечении жидкости через насадок возникают дополнительные гидравлические сопротивления:

на расширение после узкого сечения $\zeta_{\text{в.р}}$, как и при внезапном расширении потока;

на трение по длине насадка $\lambda l/d$.

Следовательно, $\zeta = \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{в.р}} + \lambda l/d$.

Коэффициенты скорости и расхода при коэффициенте Кориолиса $\alpha = 1$

$$\varphi = \mu = 1/\sqrt{1 + \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{в.р}} + \lambda l/d}. \quad (5.7)$$

Обработка экспериментальных данных дает следующую зависимость μ от Re и относительной длины l/d :

$$\mu = 1/[1,23 + (5,8/Re)(l/d)]. \quad (5.8)$$

При $Re \rightarrow \infty$ $\mu = 0,813$. Чем больше относительная длина, тем меньше μ .

Минимальная относительная длина насадка, при которой может осуществляться безотрывный режим, $l/d \approx 1$. Однако не всегда даже при значительном l/d возможен безотрывный режим. Определим давление и разрежение в вихревой зоне. Считая $\alpha = 1$, напишем уравнение Бернулли для суженного (1—1) и выходного (2—2) сечений (см. рис. 5.7, а):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{\text{в.р}} \frac{v_2^2}{2g}.$$

Коэффициент гидравлического сопротивления, вызванного расширением потока, по аналогии с внезапным расширением определяется формулой

$$\zeta_{\text{в.р}} = \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)^2.$$

Согласно уравнению неразрывности потока (см. подразд. 3.1)

$$v_1 = v_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_2}{\epsilon}.$$

Подставляя полученные выражения для $\zeta_{\text{в.р}}$ и v_1 в уравнение Бернулли, получаем (с учетом того, что $p_2 = p_0$)

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \left[1 + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)^2 - \frac{1}{\epsilon^2}\right].$$

Поскольку $v_2 = \varphi \sqrt{2gH}$, то после этой подстановки и раскрытия скобок имеем

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} - 2\varphi^2 H \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}; \quad (5.9)$$

$$\frac{p_0 - p_1}{\rho g} = 2\varphi^2 H \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}.$$

Подставляя численные значения коэффициентов $\varphi = 0,82$; $\epsilon = 0,64$, получаем, что вакуумметрическая высота может быть найдена по формуле

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_0 - p_1}{\rho g} \approx 0,75H; \quad (5.10)$$

$$p_0 - p_1 \approx 0,75H\rho g.$$

Из последней формулы видно, что в сечении 1—1 образуется пониженное давление. Этим объясняется повышенный по сравнению с истечением через отверстие расход жидкости. Действительно, если при истечении через отверстие расход жидкости определяется только высотой столба жидкости H , так как давление на свободной поверхности и после отверстия равно атмосферному, то истечение жидкости через насадок вследствие сжатия струи происходит в область пониженного давления, т. е. как бы под некоторым эффективным напором

$$H_{\text{эф}} = H + h_{\text{вак}}. \quad (5.11)$$

Несмотря на пониженную выходную скорость, насадок обеспечивает увеличенный расход, так как струя на выходе не испытывает сжатия. С увеличением расхода в насадке затрачивается больше энергии, чем в отверстии, так как кинетическая энергия определяется скоростью жидкости, которая подсчитывается по одним и тем же формулам, но с разными коэффициентами скорости (для отверстия $\varphi_0 = 0,97$, для насадка $\varphi_n = 0,82$), в результате чего

при истечении через отверстие относительная кинетическая энергия $K_0 = 0,94$, а при истечении через насадок $K_n = 0,67$, т.е. в первом случае расходуется 6 %, а во втором — 33 % первоначального запаса энергии жидкости. Большая часть энергии затрачивается на создание вихревой зоны и вакуума в насадке, который приводит к увеличению расхода жидкости. Как следует из отношения коэффициентов расхода

$$\frac{\mu_n}{\mu_0} = \frac{\varphi_n \varepsilon_n}{\varphi_0 \varepsilon_0} = \frac{0,82 \cdot 3}{0,97 \cdot 0,64} = 1,32,$$

при истечении через насадок расход увеличивается на 32 %.

Как видно из формулы (5.9), с увеличением напора уменьшается давление p_1 внутри насадки. При достижении некоторого определенного напора H_{\max} давление в насадке станет равным давлению парообразования $p_{н.п.}$, при котором жидкость в данном сечении при данной температуре «закипит», т.е. наступит кавитация. Атмосферный воздух проникнет внутрь насадки, и произойдет «срыв течения». Он выразится в том, что струя перестанет касаться стенок, т.е. не расширится после сжатия, и истечение будет происходить, как из отверстия с теми же коэффициентами φ , μ , ε .

Например, для воды предельный напор $H_{\max} = (p_0 - p_{н.п.}) / (0,75 \rho g)$ составляет примерно 14 м вод. ст.

При истечении жидкости через цилиндрический *внутренний* насадок (см. рис. 5.7, е) струя испытывает большее сжатие, следовательно, истечение характеризуется большими потерями и меньшим расходом: $\mu = \varphi = 0,71$.

Если перед пуском насадок не был заполнен жидкостью, то истечение будет происходить на режиме срыва, как через отверстие. Струя окажется сжата по всей длине насадка и не будет касаться стенок (см. рис. 5.7, ж). В этом случае коэффициент расхода $\mu = 0,5 \dots 0,54$.

Истечение жидкости через конический сходящийся насадок. В коническом сходящемся насадке (см. рис. 5.7, и) внутреннее сжатие струи менее выражено, чем в цилиндрическом насадке, но появляется сжатие струи на выходе (при угле конусности $\alpha = 6^\circ$). Коэффициент расхода достигает максимума при $\alpha = 13^\circ 24'$; $\mu = 0,946$; $\varphi = 0,963$; $\varepsilon = 0,982$.

Истечение жидкости через коноидальный и расходящийся насадки. *Конoidalным* называется насадок, имеющий форму струи, выходящей из насадка (см. рис. 5.7, к). Благодаря сведению к минимуму гидравлических потерь такой насадок имеет наибольший коэффициент расхода $\mu = 0,98$.

В *расходящемся* насадке (см. рис. 5.7, л) происходит резкое расширение струи, что приводит к увеличению гидравлического сопротивления, но вместе с тем возрастает разрежение. Поэтому всасывающая способность расходящегося насадка наибольшая. Следо-

вательно, несмотря на малый коэффициент расхода (для $\alpha = 5^\circ$ $\mu = 0,48$), этот насадок обеспечивает наибольший расход. Малый коэффициент расхода μ объясняется тем, что его определяют для выходного сечения, которое в расходящемся насадке наибольшее.

5.5. Истечение жидкости при переменном напоре

Рассмотрим опорожнение сообщающегося с атмосферой резервуара через отверстие в дне или насадок с коэффициентом расхода μ (рис. 5.8). В этом случае истечение будет происходить при переменном напоре, уменьшающемся по мере вытекания жидкости, т.е. движение будет неустановившимся. Поскольку напор, а следовательно, и скорость истечения изменяются медленно, то в бесконечно малый промежуток времени можно считать течение установившимся и применить уравнение Бернулли. Пусть первоначальная высота жидкости в резервуаре H , площадь поверхности жидкости на этом уровне ω , площадь отверстия ω_0 . При некотором значении переменного напора h за бесконечно малое время dt из резервуара вытечет объем жидкости

$$dQ = Q dt = \mu \omega_0 \sqrt{2gh} dt. \quad (5.12)$$

Этот же объем жидкости пройдет через сечение резервуара:

$$dQ = -\omega dh, \quad (5.13)$$

где dh — изменение уровня жидкости в резервуаре за время dt (знак «-» указывает, что положительному приращению времени dt соответствует отрицательное приращение dh).

Приравняв правые части формул (5.12) и (5.13), получаем

$$\mu \omega_0 \sqrt{2gh} dt = -\omega dh, \quad (5.14)$$

откуда

$$dt = -\frac{\omega}{\mu \omega_0 \sqrt{2gh}} dh. \quad (5.15)$$

Проинтегрируем это выражение, считая, что напор снижается от H до 0, и получим время полного опорожнения резервуара

$$t = -\frac{\omega}{\mu \omega_0 \sqrt{2g}} \int_H^0 \frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{\omega}{\mu \omega_0 \sqrt{2g}} \int_0^H \frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{2\omega}{\mu \omega_0 \sqrt{2g}} \sqrt{H}. \quad (5.16)$$

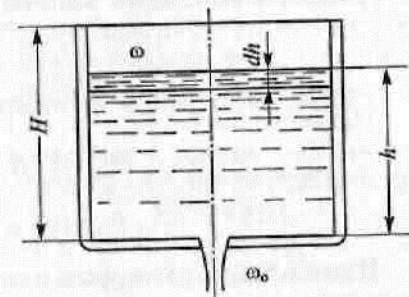


Рис. 5.8. Истечение жидкости через отверстие в дне резервуара

Умножив числитель и знаменатель правой части уравнения на \sqrt{H} , получим

$$t = \frac{2\omega H}{\mu\omega_0\sqrt{2gH}} \quad (5.17)$$

В полученном выражении для времени полного опорожнения резервуара числитель представляет собой удвоенный первоначальный объем жидкости в резервуаре, а знаменатель — расход жидкости в начальный момент опорожнения, т. е. при напоре H . Следовательно, время истечения одного и того же объема жидкости при переменном напоре вдвое больше, при постоянном напоре.

В общем случае, когда первоначальный напор равен H_1 , а в какой-то момент времени t_2 составляет H_2 , то (интегрировать нужно от H_1 до H_2) время опорожнения резервуара до уровня H_2

$$t = \frac{2\omega}{\mu\omega_0\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (5.18)$$

Для данного объема жидкости, чем выше резервуар (больше первоначальный напор H), тем быстрее происходит его опорожнение при одних и тех же размерах отверстия.

Пример 5.1. Определить расход и скорость вытекания воды из малого круглого отверстия диаметром $d = 0,03$ м в боковой стенке резервуара больших размеров. Напор над центром отверстия $H = 1$ м, температура воды 20°C .

Решение. Кинематическая вязкость воды при $t = 20^\circ\text{C}$ $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (см. табл. 1.6).

Определяем число Рейнольдса, характеризующее истечение:

$$Re_H = \frac{\sqrt{2gH}d}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} \cdot 0,03}{1,01 \cdot 10^{-6}} \approx 132\,000.$$

По графику, приведенному на рис. 5.4, находим, что при этом числе Рейнольдса $\mu = 0,59$; $\varphi = 0,98$.

Скорость истечения воды из отверстия

$$v = \varphi\sqrt{2gH} = 0,98 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 4,34 \text{ м/с}.$$

Расход вытекающей из отверстия воды

$$Q = \mu\omega_0\sqrt{2gH} = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH} = 0,59 \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 0,00185 \text{ м}^3/\text{с} = 1,85 \text{ л/с}.$$

Пример 5.2. Из отверстия в тонкой стенке диаметром $d = 0,005$ м вытекает вода, имеющая температуру 20°C . Определить расход воды и сравнить с расходом глицерина, вытекающего в тех же условиях. Высота уровня жидкости над центром отверстия $H = 0,05$ м.

Решение. Определяем числа Рейнольдса, характеризующие истечения воды и глицерина (при 20°C $\nu_w = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\nu_{гг} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$):

для воды

$$Re_{H_w} = \frac{\sqrt{2gH}d}{\nu_w} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,05} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{1,01 \cdot 10^{-6}} \approx 4900;$$

для глицерина

$$Re_{H_{гг}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,05} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{1,19 \cdot 10^{-3}} = 4,16.$$

Коэффициент расхода при истечении воды находим по графику на рис. 5.4: $\mu = 0,66$.

Расход воды

$$Q_w = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH} = 0,66 \frac{3,14 (5 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 12,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Коэффициент расхода при истечении глицерина

$$\mu = \sqrt{\frac{Re_{H_{гг}}}{25,2 + Re_{H_{гг}}}} = \sqrt{\frac{4,16}{25,2 + 4,16}} = 0,376.$$

Расход глицерина

$$Q_{гг} = 0,376 \frac{3,14 (5 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 7,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}.$$

В сходных условиях расход глицерина вследствие существенно большей его вязкости оказался на 43 % меньше расхода воды.

Пример 5.3. Водоспуск бетонной плотины (рис. 5.9) должен обеспечивать расход $Q = 2 \text{ м}^3/\text{с}$ при перепаде уровней верхнего и нижнего бьефов $H = 10$ м. Длина основания водопуска $l = 10$ м. Определить необходимый диаметр водопуска d и минимальное затопление h , чтобы вакуумметрическое давление внутри водопуска $p_{\text{вак}}$ было меньше $4 \cdot 10^4$ Па. Температура воды 20°C .

Решение. Водоспуск можно рассматривать как короткую тру-

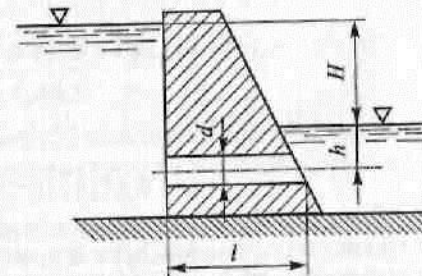


Рис. 5.9. К примеру 5.3

бу, расход в которой при истечении под уровень находим по формуле (5.5):

$$Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH}.$$

Коэффициент расхода μ определяем по формуле (5.7):

$$\mu = 1/\sqrt{1 + \lambda l/d + \sum \zeta}.$$

Пренебрегая выражением $\lambda l/d$ и принимая $\sum \zeta = \zeta_{\text{вк}} = 0,5$, в первом приближении получаем

$$Q = \frac{\pi d_1^2 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 10}}{4\sqrt{1+0,5}},$$

откуда

$$d_1 = \sqrt{\frac{4Q\sqrt{1+0,5}}{\pi\sqrt{196,2}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot 1,22}{3,14 \cdot 14}} = 0,47 \text{ м.}$$

При кинематической вязкости воды $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d_1 \nu} = \frac{4 \cdot 2}{3,14 \cdot 0,47 \cdot 1,01 \cdot 10^{-6}} = 5,37 \cdot 10^6.$$

Для бетона эквивалентная шероховатость $K_s = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; по рис. 4.7 определяем, что при $d/K_s = 0,47/(5 \cdot 10^{-4}) = 940$ водоспуск работает в квадратичной зоне. Коэффициент гидравлического трения вычисляем по формуле (4.19):

$$\lambda = 0,11(K_s/d)^{0,25} = 0,11(5 \cdot 10^{-4}/0,47)^{0,25} = 0,02.$$

Подставляя значение d_1 в формулу коэффициента расхода, получаем

$$\mu = 1/\sqrt{1 + \zeta_{\text{вк}} + \lambda l/d_1} = 1/\sqrt{1 + 0,5 + 0,02 \cdot 10/0,47};$$

отсюда

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \sqrt{1 + 0,5 + 0,02 \cdot 10/0,47}}{3,14 \sqrt{196,2}}} = 0,5 \text{ м.}$$

В третьем приближении получаем:

$$\lambda = 0,11(5 \cdot 10^{-4}/0,5)^{0,25} = 0,02;$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \sqrt{1 + 0,5 + 0,02 \cdot 10/0,5}}{3,14 \sqrt{196,2}}} = 0,5 \text{ м.}$$

Результаты расчетов во втором и третьем приближениях совпадают.

При истечении под уровень $p_{\text{вк}} = 0,75 \rho g H - \rho g h$. Из этого уравнения при плотности воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ находим

$$h = 0,75H - \frac{p_{\text{вк}}}{\rho g} = 0,75 \cdot 10 - \frac{4 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9,81} = 3,4 \text{ м.}$$

При глубине h , равной или большей 3,4 м, вакуумметрическое давление внутри водоспуска не превысит заданного значения.

Пример 5.4. Определить, какой напор необходимо создать в открытом резервуаре диаметром $d_p = 0,5 \text{ м}$, чтобы из отверстия диаметром $d_o = 0,05 \text{ м}$, расположенного в центре дна резервуара, вытекала струя с расходом $Q = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$.

Решение. Истечение жидкости будет происходить при полном совершенном сжатии струи, так как $(d_p - d_o)/2 > 3d_o$.

Коэффициент расхода отверстия $\mu = 0,62$ (см. рис. 5.4), тогда необходимый напор

$$H = \frac{Q^2}{\mu^2 \omega_o^2 2g} = \frac{0,005^2}{0,62^2 \frac{3,14^2 \cdot 0,05^4}{4} \cdot 2 \cdot 9,81} = 0,86 \text{ м.}$$

Пример 5.5. Определить объемный расход и скорость истечения воды из отверстия диаметром $d_o = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ в боковой стенке резервуара больших размеров. К отверстию присоединена короткая трубка одинакового с отверстием диаметра длиной $l = 0,1 \text{ м}$. Напор над центром отверстия $H = 1,5 \text{ м}$.

Решение. Длина трубки $l = 4d_o$, т.е. трубку можно рассматривать как внешний цилиндрический насадок, для которого при больших числах Рейнольдса $\mu = \varphi = 0,8$.

Скорость истечения воды находим по формуле (5.3):

$$v = 0,8\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = 4,34 \text{ м/с};$$

расход определяем по формуле (5.5):

$$Q = 0,8 \frac{3,14 \cdot 0,025^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = 2,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Контрольные вопросы

1. Какое отверстие называют малым?
2. Напишите формулу для определения скорости истечения жидкости через малое отверстие при постоянном напоре.
3. Как определить коэффициент скорости?
4. Чем обусловлено сжатие струи? Как оценить степень сжатия струи?
5. Напишите формулу для определения расхода жидкости, истекающей через малое отверстие.

6. Какое отверстие называют затопленным?
7. Напишите формулу для определения расхода жидкости, истекающей через затопленное отверстие.
8. Каковы особенности истечения жидкости через отверстие в толстой стенке?
9. Что такое насадок?
10. Напишите формулу для определения коэффициента скорости жидкости, истекающей через цилиндрический насадок.
11. Напишите формулу для определения гидравлического сопротивления потока.
12. Почему при истечении жидкости через насадок расходуется больше кинетической энергии, чем при истечении жидкости через отверстие?
13. Какой насадок называют коноидальным?
14. Какой напор жидкости называют переменным?
15. Напишите формулу для определения времени полного опорожнения резервуара через отверстие в его дне.

Раздел II

НАСОСЫ И ВЕНТИЛЯТОРЫ

Глава 6

НАСОСЫ

6.1. Общие сведения о нагнетателях. Классификация насосов и принципы их работы

Технические устройства (машины), в которых происходит преобразование механической работы в энергию потока жидкости или газа называются *нагнетателями*.

В зависимости от области применения нагнетатели подразделяются на гидравлические (насосы) и воздуходувные (компрессоры, вентиляторы — см. гл. 7).

Насосом называется гидравлическая машина, служащая для перемещения (всасывания, нагнетания) капельной жидкости за счет сообщаемой ей энергии.

Насос является основным элементом насосной установки, включающей в себя также привод (электродвигатель, двигатель внутреннего сгорания и др.) и основание, на котором монтируются указанные выше элементы. В отдельных случаях основание может отсутствовать. Например, в последние годы для циркуляции теплоносителя в системах отопления применяются электронасосы, монтируемые непосредственно на магистральном трубопроводе.

По принципу действия насосы, как и все нагнетатели в целом, классифицируют на объемные и динамические.

Объемные насосы работают по принципу вытеснения, когда давление перемещаемой среды повышается в результате сжатия. К ним относятся насосы возвратно-поступательного действия (диафрагменные, поршневые) и роторные.

Динамические насосы работают по принципу силового воздействия на перемещаемую среду. К ним относятся лопастные насосы (радиальные, центробежные, осевые) и насосы трения (вихревые, дисковые, струйные и т. п.).

Рассмотрим принцип действия некоторых типов насосов.

Поршневой насос (рис. 6.1) состоит из цилиндрического корпуса 3, внутри которого перемещается поршень 2 с уплотнительными кольцами, а также всасывающего 1 и нагнетательного 4

В центробежном насосе (рис. 6.5) перемещаемая жидкость входит через всасывающий патрубок 1 в осевом направлении, попадает на лопасти вращающегося рабочего колеса 2, изменяет направление движения, закручивается, поступает в спиральный корпус 3 и выходит через нагнетательный патрубок 4. Рабочее колесо закреплено на валу, который приводится во вращение двигателем.

Достоинствами таких насосов являются высокий КПД (более 80%), возможность использования для привода высокоскоростных электродвигателей, равномерность подачи и относительная простота ее регулирования. К недостаткам относится зависимость подачи от гидравлического сопротивления сети.

6.2. Виды поршневых насосов и их характеристики. Графики подачи

Поршневые насосы, относящиеся к классу объемных нагнетателей, бывают различных видов. Для перекачивания малых объемов жидкости и выполнения других вспомогательных функций применяют насосы с ручным приводом, схемы которых представлены на рис. 6.6. Принцип работы поршневого насоса был рассмотрен в подразд. 6.1. Отличие насоса, показанного на рис. 6.6, а, заключается в том, что он двустороннего действия. При движениях рукоятки 4 поршень 2 совершает возвратно-поступательные движения в цилиндре 7. В насосе имеются две рабочие камеры, расположенные по обе стороны от поршня. При движении поршня в любом направлении объем одной из камер увеличивается и в нее поступает жидкость, а другой — уменьшается и жидкость из нее вытесняется в нагнетательную линию. Для

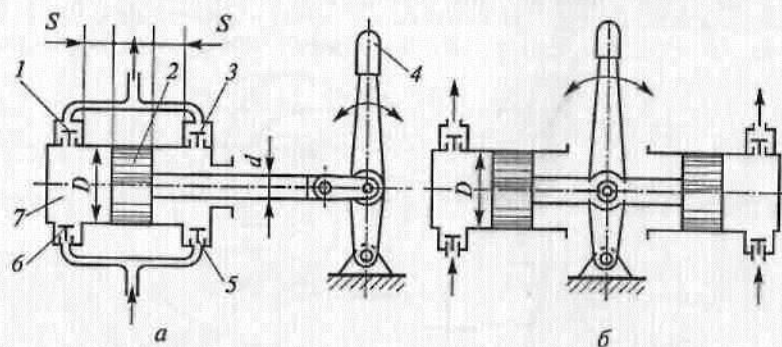


Рис. 6.6. Схемы поршневых насосов с ручным приводом:
а — одноцилиндровый двустороннего действия; б — двухцилиндровый простого действия; 1, 3 — нагнетательные клапаны; 2 — поршень; 4 — рукоятка; 5, 6 — всасывающие клапаны; 7 — цилиндр

регулирования направления движения жидкости в обеих камерах имеются нагнетательные 1, 3 и всасывающие 5, 6 клапаны. Так как часть правой рабочей камеры занимает шток, то объем жидкости, поступающий в левую камеру, несколько больше.

Расчетная подача за один ход поршня (при отсутствии переточка из одной камеры в другую) равна объему рабочей камеры, который в случае движения поршня влево можно определить, умножив площадь днища поршня на длину хода:

$$q_{\text{лев}} = \frac{\pi D^2}{4} S,$$

где D — диаметр поршня; S — ход поршня.

При определении подачи в случае движения поршня вправо необходимо учитывать объем штока, поэтому

$$q_{\text{пр}} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) S,$$

где d — диаметр штока.

Подача за одно двойное качание рукоятки

$$q = \frac{\pi}{4} S (2D^2 - d^2).$$

Двухцилиндровый ручной поршневой насос (см. рис. 6.6, б) обеспечивает равные подачи жидкости при движении рукоятки влево и вправо.

При продолжительной работе насосной установки используют насосы с механическим приводом. Для преобразования вращательного движения вала приводного двигателя в возвратно-поступательное движение поршня насоса широко применяется кривошипно-шатунный механизм (рис. 6.7). Кривошип 1 под действием приводного двигателя вращается вокруг оси O_2 . Шатун 2 сочленен с кривошипом в точке O_1 , отстоящей на величину радиуса r от оси вращения. За один оборот кривошипа поршень 4

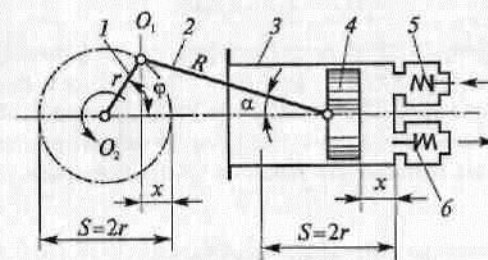


Рис. 6.7. Схема одноцилиндрового насоса с кривошипно-шатунным механизмом:

1 — кривошип; 2 — шатун; 3 — цилиндр; 4 — поршень; 5 — всасывающий клапан; 6 — нагнетательный клапан

совершает в цилиндре 3 два хода, из которых один служит для всасывания, а другой для нагнетания жидкости. Для обеспечения этих процессов имеются два самодействующих клапана — всасывающий 5 и нагнетательный 6.

Подача, м³/мин, такого поршневого насоса простого действия

$$Q = F_n S n, \quad (6.1)$$

где F_n — площадь днища поршня, м²; S — ход поршня, м; n — частота вращения вала приводного двигателя, мин⁻¹, т.е. число оборотов, совершаемых кривошипом в единицу времени (в данном случае в минуту).

Средняя подача насоса за один оборот кривошипа

$$Q_{\text{ср}} = v_{\text{п.ср}} F_n, \quad (6.2)$$

где $v_{\text{п.ср}}$ — средняя скорость поршня.

Для определения скорости перемещения поршня используем схему, представленную на рис. 6.7. При повороте кривошипа на угол φ поршень переместится в цилиндре на расстояние

$$x = (r + R) - (r \cos \varphi + R \cos \alpha), \quad (6.3)$$

где R — длина шатуна; α — угол между осями шатуна и цилиндра.

Скорость движения поршня определяется как производная пути x по времени τ :

$$v_{\text{п}} = \frac{dx}{d\tau}. \quad (6.4)$$

Преобразуя выражение (6.4) с учетом (6.3) и приняв во внимание, что изменение угла поворота кривошипа по времени $d\varphi/d\tau$ равно угловой скорости его вращения ω_0 , получаем

$$v_{\text{п}} = r \omega_0 \sin \varphi. \quad (6.5)$$

Отсюда следует, что

$$Q = F_n \omega_0 r \sin \varphi. \quad (6.6)$$

Таким образом, подача поршневого насоса изменяется по закону синусоиды, процесс нагнетания чередуется с процессом всасывания через каждые 180° поворота кривошипа.

По графику подачи одноцилиндрового поршневого насоса (рис. 6.8, а) видно, что максимум подачи соответствует углу поворота $\varphi = 90^\circ$:

$$Q_{\text{max}} = F_n r \omega_0. \quad (6.7)$$

Средняя скорость перемещения поршня

$$v_{\text{п.ср}} = \frac{r \omega_0}{\pi} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = \frac{\omega_0 r}{\pi}. \quad (6.8)$$

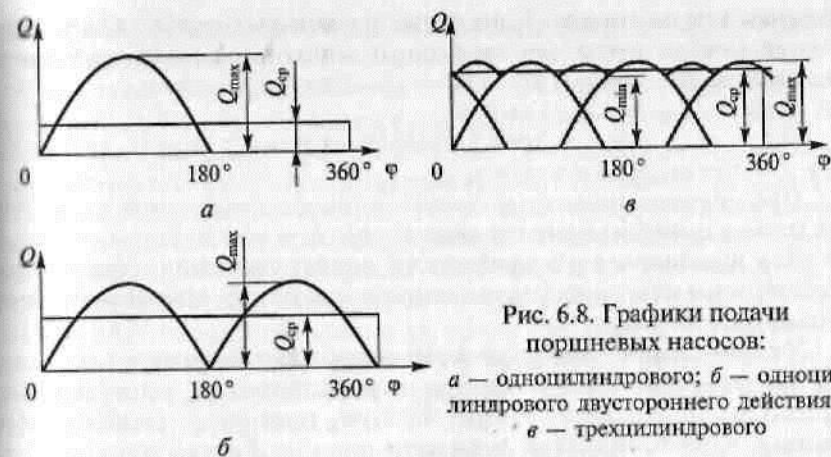


Рис. 6.8. Графики подачи поршневых насосов: а — одноцилиндрового; б — одноцилиндрового двустороннего действия; в — трехцилиндрового

За один оборот кривошипа ($\varphi = 360^\circ$) средняя подача однопоршневого насоса

$$Q_{\text{ср}} = F_n v_{\text{п.ср}} = \frac{F_n \omega_0 r}{\pi}. \quad (6.9)$$

Отношение $a = Q_{\text{max}}/Q_{\text{ср}}$ характеризует неравномерность подачи. Как следует из уравнений (6.7) и (6.9), неравномерность подачи однопоршневого насоса $a = \pi$. Это явление нежелательное, поэтому стараются неравномерность подачи уменьшать.

Если выполнить насос по схеме, представленной на рис. 6.9, а, то он будет двустороннего действия, т.е. за один оборот кривошипа осуществляются два хода всасывания и два хода нагнетания.

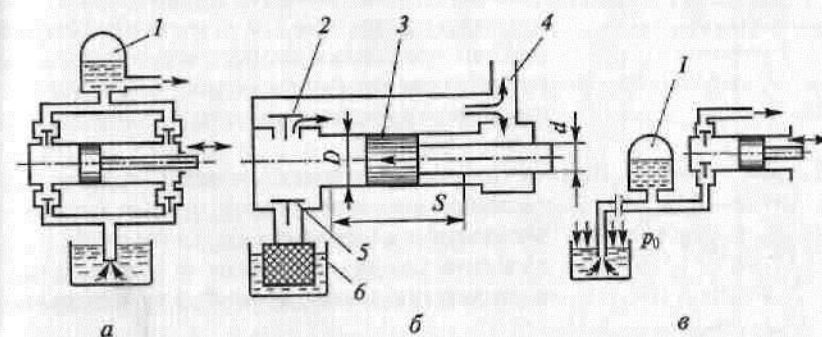


Рис. 6.9. Схемы одноцилиндровых насосов:

а — двустороннего действия с воздушным колпаком на напорной линии; б — дифференциального двустороннего действия; в — простого действия с воздушным колпаком на всасывающей линии; 1 — воздушный колпак; 2 — нагнетательный клапан; 3 — поршень; 4 — нагнетательный трубопровод; 5 — всасывающий клапан; 6 — резервуар с жидкостью

График подачи такого насоса изображен на рис. 6.8, б. Средняя теоретическая подача насоса двустороннего действия с кривошипно-шатунным приводом

$$Q_{\text{ср}} = 2rn(2F_{\text{п}} - f), \quad (6.10)$$

где f — площадь сечения штока.

Пренебрегая площадью штока и имея в виду, что $\omega_0 = 2\pi n$, получаем коэффициент неравномерности $a = \pi/2$.

Для повышения равномерности подачи одноцилиндровых насосов применяют дифференциальные насосы двустороннего действия (рис. 6.9, б).

У такого насоса две рабочие камеры, одна из которых оснащена всасывающим 5 и нагнетательным 2 клапанами, а другая (штоковая) их не имеет и, таким образом, постоянно сообщается с линией нагнетания. При движении поршня 3 влево жидкость через клапан 2 поступает в нагнетательный трубопровод 4 и одновременно заполняет штоковую камеру. При ходе поршня в обратном направлении клапан 2 закрыт и жидкость из штоковой камеры вытесняется в нагнетательный трубопровод 4. В это же время происходит всасывание жидкости через клапан 5 в левую камеру.

Если диаметры цилиндра D и штока d удовлетворяют равенству $D^2 = 2d^2$, то подача при любом направлении движения поршня будет одинакова, т.е. $Q_1 = Q_2 = \pi d^2 S/4$.

Еще больший эффект выравнивания подачи достигается применением трехцилиндрового насоса. Его поршни приводят в движение от коленчатого вала, шатунные шейки которого смещены друг относительно друга на 120° (рис. 6.10). График подачи трехцилиндрового насоса простого действия приведен на рис. 6.8, в. Коэффициент неравномерности подачи такого насоса $a = 1,047$.

Для выравнивания подачи используют также воздушные колпаки, устанавливаемые на нагнетательной (см. рис. 6.9, а) или всасывающей (рис. 6.9, в) линиях. Колпаки представляют собой герметичные

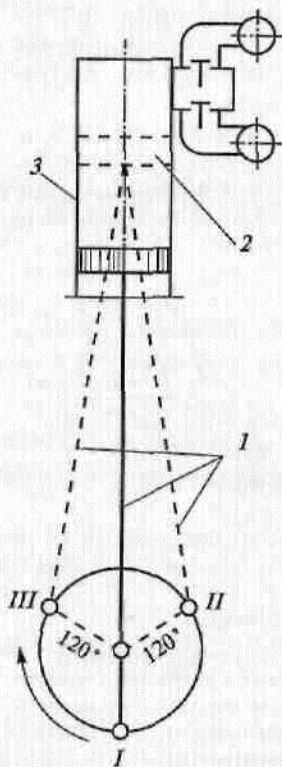


Рис. 6.10. Схема трехцилиндрового насоса простого действия:

1 — шатуны (показаны у I цилиндра сплошной линией, у II и III — штриховыми); 2 — поршни (сплошной линией показано положение в I цилиндре, штриховыми — во II и III цилиндрах); 3 — цилиндр

резервуары, их действие обусловлено сжимаемостью воздуха, которым заполнена верхняя зона колпака.

При схеме, показанной на рис. 6.9, а, подаваемая насосом жидкость сначала попадает в колпак, сжимая находящийся в нем воздух, а затем проходит в нагнетательную линию. Когда подача насоса уменьшается и в определенный момент прекращается, жидкость продолжает поступать в нагнетательную линию под давлением сжатого в колпаке воздуха, которое при этом понижается. Колпак, таким образом, выполняет роль аккумулятора жидкости, объем которой в нем изменяется от максимума до минимума и наоборот. При этом минимальному объему жидкости соответствует максимальный объем воздуха W_{max} . Изменение объема воздуха $\Delta W = W_{\text{max}} - W_{\text{min}}$ равно объему жидкости, поступающей в колпак. При изменении объема воздуха его давление также изменяется от p_{min} до p_{max} . Если объем воздуха в колпаке относительно большой, то его изменение не оказывает существенного влияния на изменение давления жидкости, которое во время работы насоса лишь незначительно колеблется, и жидкость, таким образом, поступает в напорную линию при практически постоянном давлении.

Степень неравномерности давления воздуха в колпаке оценивают коэффициентом

$$\delta = \frac{p_{\text{max}} - p_{\text{min}}}{p_{\text{ср}}}, \quad (6.11)$$

Экспериментально доказано, что при $\delta \leq 0,025$ изменением расхода жидкости можно пренебречь, т.е. движение жидкости можно считать установившимся.

Расчет колпака сводится к определению его объема, при котором степень неравномерности меньше допустимого значения.

Если считать, что процесс сжатия воздуха в колпаке изотермический, то

$$p_{\text{max}} W_{\text{max}} = p_{\text{min}} W_{\text{min}}, \quad (6.12)$$

отсюда $\delta = \Delta W/W_{\text{ср}}$ или $W_{\text{ср}} = \Delta W/\delta$.

При насосах простого действия для колпаков, устанавливаемых на нагнетательной стороне, обычно принимают $W_{\text{ср}} = 22F_{\text{п}}S$, при насосах двустороннего действия — $W_{\text{ср}} = 9F_{\text{п}}S$, при трехцилиндровых — $W_{\text{ср}} = 0,5F_{\text{п}}S$, где $F_{\text{п}}$ и S — соответственно площадь днища и ход поршня.

Для колпаков, устанавливаемых на всасывающей стороне, допускается ббльшая неравномерность давления. Так, при короткой всасывающей трубе и высоте всасывания до 5 м в случае работы на воде принимают $\delta = 0,05$. С увеличением длины трубы и высоты всасывания значение δ должно приниматься меньшим.

Работу поршневых нагнетателей исследуют путем снятия индикаторной диаграммы.

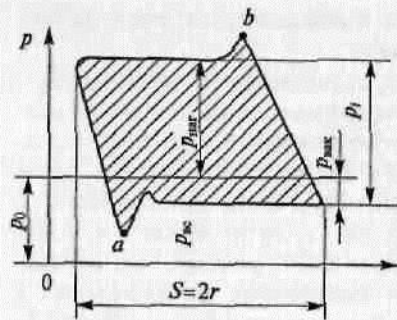


Рис. 6.11. Индикаторная диаграмма работы поршневого насоса

На рис. 6.11 приведена индикаторная диаграмма работы насоса простого действия. В начале всасывания (точка *a*) и нагнетания (точка *b*) наблюдается некоторое изменение давления, обусловленное инерционностью жидкости и работой клапанов. Полное давление, определяющее работу, совершаемую за один оборот вала (заштрихованная площадь), называется *индикаторным давлением* p_i , которое представляет собой сумму вакуумметрического давления и давления нагнетания:

$$p_i = p_{\text{вак}} + p_{\text{наг}} \quad (6.13)$$

В соответствии с этим индикаторная мощность насоса

$$N_i = \frac{p_i F_n S n}{60}, \quad (6.14)$$

где n — частота вращения вала, мин^{-1} .

Для насосов двойного (двустороннего) и многократного действия индикаторная мощность равна сумме мощностей, определенных для насосов простого действия.

Мощность N_v , подводимая к валу насоса, больше индикаторной на величину потерь на трение. Таким образом, *механический КПД* насоса

$$\eta_m = \frac{N_i}{N_v} \quad (6.15)$$

Для поршневых насосов обычно $\eta_m = 0,9 \dots 0,95$. Помимо механических потерь в таких насосах имеются гидравлические и объемные потери, которые учитываются *индикаторным КПД*

$$\eta_i = \frac{N_p}{N_i}, \quad (6.16)$$

где N_p — полезная мощность.

Мощность на валу при этом

$$N_v = \frac{N_p}{\eta_i \eta_m} = \frac{p_i Q}{\eta_i \eta_m}, \quad (6.17)$$

где Q — подача насоса, $\text{м}^3/\text{с}$.

Отношение полезной мощности к мощности на валу называется *полным КПД* насоса

$$\eta = \frac{N_p}{N_v} = \frac{N_p}{N_i} \frac{N_i}{N_v} = \eta_m \eta_i \quad (6.18)$$

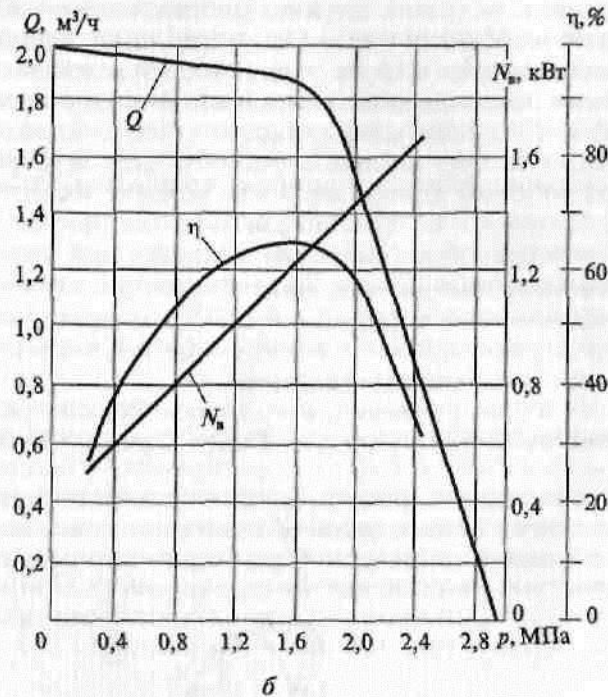
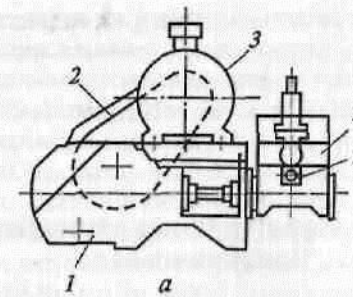


Рис. 6.12. Общий вид (*a*) и характеристика (*б*) питательного насосного агрегата ПН 1,6/16Б:

1 — корпус насоса; 2 — ремень; 3 — электродвигатель; 4 — клапанная коробка; 5 — всасывающий патрубок

Для приводных насосов полный КПД находится в пределах $0,65 \dots 0,85$.

В качестве примера на рис. 6.12, *a* показан общий вид насосного агрегата ПН 1,6/16Б (ПН — питательный насосный агрегат; 1,6 — подача, $\text{м}^3/\text{ч}$; 16 — давление на выходы из насоса, ат; Б — модернизация). В состав агрегата входят: двухпоршневой горизонтальный

насос двустороннего действия; электродвигатель; клиноременная передача от вала электродвигателя к валу насоса.

На рис. 6.12, б дана характеристика насоса, т. е. зависимость подачи Q , полного КПД η и потребляемой мощности N_n от давления p .

6.3. Устройство и характеристика центробежных насосов. Подобие насосов

Благодаря своим достоинствам, отмеченным в подразд. 6.1, центробежные насосы получили широкое распространение. Основными элементами, общими для всех конструкций центробежных насосов, являются (рис. 6.13, см. также рис. 6.5) всасывающий патрубок, рабочее колесо, корпус спиральной формы и нагнетательный патрубок. Перекачивание жидкости в центробежных насосах осуществляется за счет вращения рабочего колеса. В результате воздействия рабочего колеса жидкость выходит из него с более высоким давлением и большей скоростью, чем при входе.

Рассмотрим подробнее движение жидкости при прохождении ее по каналам рабочего колеса. Полное давление жидкости, проходящей через рабочее колесо,

$$p_n = p_{ст} + \rho \frac{c^2}{2}, \quad (6.19)$$

где $p_{ст}$ — статическое давление; c — скорость жидкости на выходе из колеса.

Рабочее колесо, как правило, состоит из переднего и заднего дисков, соединенных между собой лопатками (лопастями). Задний диск закреплен на валу, который приводится во вращение

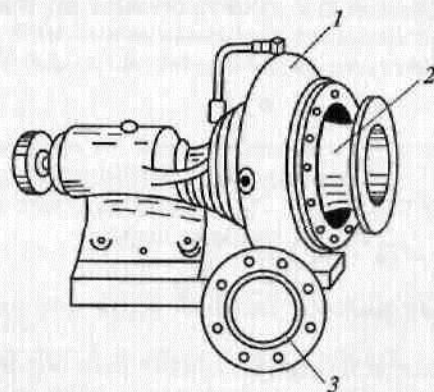


Рис. 6.13. Общий вид центробежного насоса консольного типа:
1 — корпус; 2 — всасывающий патрубок; 3 — нагнетательный патрубок

электродвигателем. В центробежных насосах общего применения рабочее колесо обычно имеет от шести до восьми лопаток; в насосах, предназначенных для перекачивания загрязненных жидкостей, число лопаток рабочего колеса меньше — от двух до четырех.

Движение жидкости в рабочем колесе представляет собой достаточно сложный процесс. Во-первых, жидкость движется вдоль лопаток рабочего колеса с переменной скоростью v , которая называется *относительной скоростью*. Во-вторых, жидкость вместе с рабочим колесом вращается вокруг оси вала насоса с некоторой окружной скоростью u , называемой *переносной скоростью*. Вектор этой скорости перпендикулярен радиусу r в рассматриваемой точке и направлен в сторону вращения рабочего колеса, имеющего угловую скорость ω_0 . Переносная скорость определяется по формуле

$$u = \omega_0 r. \quad (6.20)$$

Векторная сумма относительной и переносной (окружной) скоростей есть *абсолютная скорость* c :

$$\vec{c} = \vec{v} + \vec{u}. \quad (6.21)$$

Векторы окружной u и абсолютной c скоростей образуют угол α ; вектор относительной скорости v с обратным направлением окружной скорости — угол β . Связь между указанными скоростями выражается параллелограммом или треугольниками скоростей (рис. 6.14). Скорости на входе в лопаточные каналы рабочего колеса обозначены индексом 1, а на выходе — индексом 2.

Как видно из рис. 6.14, абсолютную скорость можно разложить на радиальную (расходную) $c_r = c \sin \alpha$ и окружную $c_u = c \cos \alpha$ составляющие. Последнюю также называют *скоростью закручивания*.

Для определения суммарного момента внешних сил, воздействующих на поток жидкости в лопаточном канале рабочего колеса нагнетателя, воспользуемся теоремой об изменении количества движения.

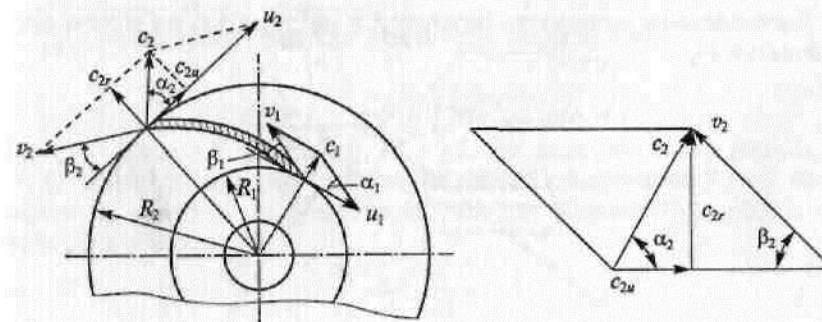


Рис. 6.14. Параллелограммы скоростей жидкости на входе и выходе у лопатки рабочего колеса

Применительно к рассматриваемому процессу ее можно сформулировать следующим образом: при установившемся движении изменение момента количества движения ΔM потока жидкости, проходящего через рабочее колесо нагнетателя в единицу времени, равно моменту сил реакции лопаток M_o , т. е.

$$\Delta M = M_o. \quad (6.22)$$

Пусть некоторая секундная масса жидкости m движется с абсолютной скоростью c относительно центра вращения O , находящегося в определенный момент времени на расстоянии R от этой массы (рис. 6.15). Момент количества движения данной массы m определяется выражением

$$M = mcR \cos \alpha.$$

Используя выражение для скорости закручивания, получаем

$$M = mRc_u. \quad (6.23)$$

Для упрощения считаем, что жидкость идеальная и траектории движения всех частиц жидкости на входе и выходе из лопаточных каналов одинаковы. Такое движение было бы возможно при бесконечно большом числе лопаток.

Изменение момента количества движения потока жидкости, прошедшего через рабочее колесо нагнетателя,

$$\Delta M = \rho Q (c_2 R_2 \cos \alpha_2 - c_1 R_1 \cos \alpha_1).$$

Тогда в соответствии с (6.22) можно записать

$$M_o = \rho Q (c_2 R_2 \cos \alpha_2 - c_1 R_1 \cos \alpha_1). \quad (6.24)$$

Умножив обе части выражения (6.24) на угловую скорость вращения рабочего колеса ω_0 , получим мощность, передаваемую потоку жидкости лопатками рабочего колеса:

$$\omega_0 M_o = \omega_0 \rho Q (c_2 R_2 \cos \alpha_2 - c_1 R_1 \cos \alpha_1). \quad (6.25)$$

Вычисленная мощность называется мощностью на валу и обозначается N_n .

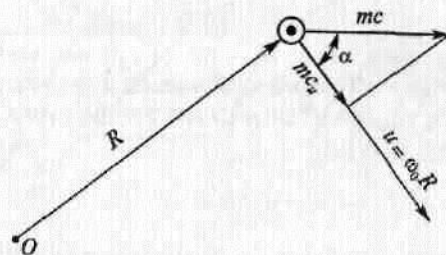


Рис. 6.15. Схема для вычисления момента количества движения

С другой стороны, эта мощность представляет собой полное количество энергии, сообщаемой в насосе в единицу времени потоку идеальной жидкости, имеющему расход Q и напор H_T , т. е.

$$N_n = \gamma Q H_T, \quad (6.26)$$

где γ — удельный вес жидкости, H/m^3 ; H_T — теоретический напор насоса, м.

Приравняв правые части выражений (6.25) и (6.26) и учитывая, что $\omega_0 R_2 = u_2$ и $\omega_0 R_1 = u_1$, получаем

$$H_T = \frac{\rho}{\gamma} (c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1)$$

или

$$H_T = \frac{1}{g} (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}). \quad (6.27)$$

Это выражение, полученное в 1755 г. Эйлером, называется уравнением Эйлера и лежит в основе расчета всех лопаточных нагнетателей.

Если жидкость к рабочему колесу насоса подводится без предварительного закручивания, то $c_{1u} = 0$ и формула упрощается:

$$H_T = \frac{1}{g} u_2 c_{2u}. \quad (6.28)$$

Если ввести понятие коэффициента закручивания $\varphi = c_u/u$, то уравнение (6.28) можно представить в виде

$$H_T = \frac{1}{g} \varphi_2 u_2^2. \quad (6.29)$$

В действительности напор насоса меньше теоретического в результате потерь энергии на преодоление гидравлического сопротивления внутри насоса, а также вследствие отличия действительного распределения скорости в рабочем колесе с конечным числом лопаток от теоретического.

Полезная теоретическая мощность насоса, кВт,

$$N_n = \frac{\gamma Q H}{1000}, \quad (6.30)$$

где Q — подача насоса, m^3/c ; H — напор, развиваемый насосом, м.

Отношение полезной мощности насоса к затраченной (т. е. мощности на валу) N_n называется *полным* коэффициентом полезного действия насоса:

$$\eta = \frac{N_n}{N_n}. \quad (6.31)$$

Полный КПД η учитывает гидравлические, объемные и механические потери при работе насоса, т. е.

$$\eta = \eta_r \eta_o \eta_m, \quad (6.32)$$

где η_r — гидравлический КПД, обусловленный потерями энергии внутри насоса ($\eta_r = 0,8 \dots 0,95$); η_o — объемный КПД, зависящий в основном от перетекания жидкости из нагнетательной части насоса во всасывающую ($\eta_o = 0,9 \dots 0,98$); η_m — механический КПД, учитывающий потери энергии от трения ($\eta_m = 0,95 \dots 0,98$).

Максимальный КПД крупных современных насосов достигает 0,9, а у малых насосов находится в пределах 0,6...0,7.

При определении необходимой мощности электродвигателя для привода насоса $N_{дв}$ следует учитывать коэффициент запаса двигателя K :

$$N_{дв} = \frac{KN_n}{\eta_{пр}}, \quad (6.33)$$

где $\eta_{пр}$ — КПД привода (при непосредственном соединении вала насоса с электродвигателем $\eta_{пр} = 1$).

При полезной мощности насоса $N_n \leq 2$ кВт коэффициент запаса K принимают равным 1,5; при $2 < N_n \leq 5$ кВт $K = 1,5 \dots 1,25$; при $5 < N_n \leq 50$ кВт $K = 1,25 \dots 1,15$; при $50 < N_n \leq 100$ кВт $K = 1,15 \dots 1,05$; при $N_n > 100$ кВт $K = 1,05$.

Графики зависимостей напора, мощности и КПД насоса называются его внешней, или рабочей, характеристикой. Также имеются графики зависимости указанных величин от избыточного напора всасывания, которые называются кавитационными характеристиками (см. подразд. 6.4).

Характеристики насосов основываются на экспериментальных данных конкретного насоса или его модели. С помощью характеристик, приведенных в каталогах насосов или специальной справочной литературе, можно выбрать наиболее экономичный насос для заданных условий работы.

На рис. 6.16 представлена типичная рабочая характеристика центробежного насоса при постоянной частоте вращения рабочего колеса. По оси абсцисс в определенном масштабе нанесены значения подачи Q , л/с, а по оси ординат в соответствующих масштабах напор H , м, допустимая вакуумметрическая высота $H_{вак}$, м, мощность N_n , кВт (л.с.), и КПД η , %.

Для определения параметров H , N_n и η , соответствующих требуемой подаче насоса, поступают следующим образом. Через точку с требуемым значением Q_0 на оси абсцисс проводят вертикальную линию, а затем через точки пересечения этой линии с кривыми H , N_n и η (соответственно C , A и B) — горизонтальные линии до пересечения с соответствующими шкалами по оси ординат, получая, таким образом, значения H_0 , $N_{н0}$ и η_0 .

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что при нулевой подаче насоса ($Q = 0$), соответствующей работе насоса при

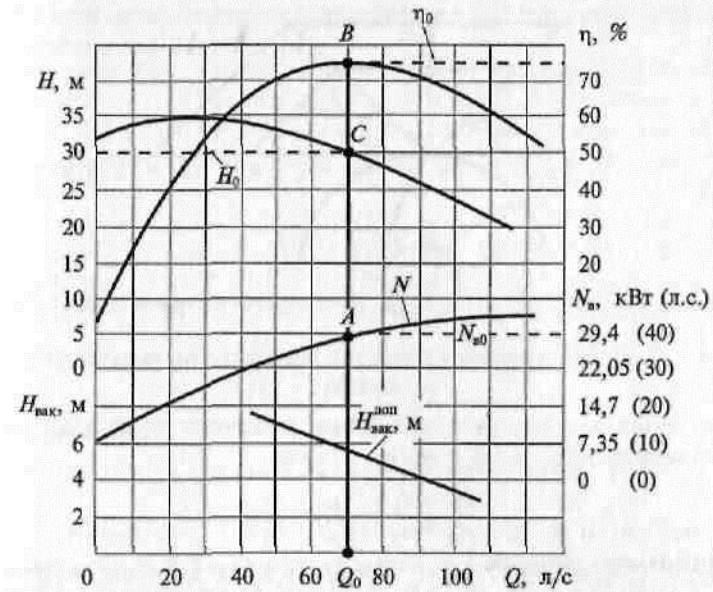


Рис. 6.16. Рабочая характеристика центробежного насоса

закрытой задвижке на нагнетательном трубопроводе, напор и потребляемая мощность не равны нулю. Потребляемая мощность в этом режиме расходуется на преодоление механических потерь и нагрев воды в насосе. Необходимо подбирать насос таким образом, чтобы его работа была обеспечена в области максимального значения КПД, т.е. чтобы реальный КПД η был не менее $0,9\eta_{max}$. С помощью рабочей характеристики насоса можно, проведя некоторые испытания, оценить степень эффективности его работы в конкретных условиях.

В ряде случаев необходимо знать зависимость подачи, напора, мощности, потребляемой насосом, от частоты вращения его рабочего колеса. Для установления этих связей рассмотрим параллелограмм скоростей жидкости на выходе из рабочего колеса (рис. 6.17).

Пусть при частоте вращения рабочего колеса n_1 насос имеет параметры Q_1 , H_1 , $N_{н1}$ и скорости u_2 , c_2 , v_2 . Определим соответствующие параметры при частоте вращения рабочего колеса n_2 . Так как углы α_2 и β_2 не зависят от частоты вращения, параллелограммы скоростей подобны, т.е.

$$\frac{u_2}{u_2'} = \frac{c_2}{c_2'} = \frac{v_2}{v_2'} = \frac{c_{2r}}{c_{2r}'}. \quad (6.34)$$

Окружная скорость

$$u = \frac{\pi D_2 n}{60} \quad (6.35)$$

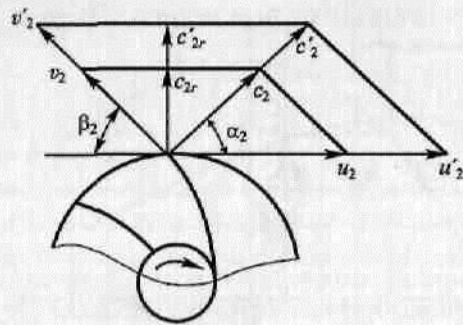


Рис. 6.17. Параллелограммы скоростей жидкости на выходе из рабочего колеса

пропорциональна частоте вращения рабочего колеса диаметром D_2 . Следовательно, $u_2/u_2' = n_1/n_2$, откуда

$$\frac{c_2}{c_2'} = \frac{v_2}{v_2'} = \frac{c_{2r}}{c_{2r}'} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Считая объемный КПД $\eta_o = \text{const}$, т. е. не зависящим от частоты вращения рабочего колеса, и учитывая, что подача насоса

$$Q = \varphi_2 \pi D_2 b c_2 n_o, \quad (6.36)$$

где b — ширина рабочего колеса, можно записать

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (6.37)$$

Таким образом, подача насоса пропорциональна частоте вращения его рабочего колеса.

Также считая, что гидравлический КПД $\eta_r = \eta_r'$, и учитывая, что напор пропорционален квадрату окружной скорости u_2 [см. формулу (6.29)], получаем

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2, \quad (6.38)$$

т. е. напор пропорционален квадрату частоты вращения рабочего колеса.

С учетом (6.30), (6.37) и (6.38) можно заключить, что при $\eta = \eta'$

$$\frac{N_{в1}}{N_{в2}} = \frac{Q_1 H_1}{Q_2 H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3, \quad (6.39)$$

т. е. мощность, потребляемая насосом, пропорциональна кубу частоты вращения рабочего колеса.

Если линейные размеры одного насоса пропорциональны сходственным линейным размерам другого, то насосы называются *геометрически подобными*. Для таких насосов также можно установить

зависимости для пересчета параметров. Используя выражение (6.35), можем записать

$$\frac{u_2}{u_2'} = \frac{c_2}{c_2'} = \frac{v_2}{v_2'} = \frac{c_{2r}}{c_{2r}'} = \frac{D_2 n_1}{D_2' n_2}.$$

Так как $b/b' = D_2/D_2'$, с учетом (6.36) имеем

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_2}{D_2'}\right)^3 \frac{n_1}{n_2}. \quad (6.40)$$

Аналогично выводу зависимости (6.38), можно получить, что

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_2}{D_2'}\right)^2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2. \quad (6.41)$$

Следовательно,

$$\frac{N_{в1}}{N_{в2}} = \left(\frac{D_2}{D_2'}\right)^5 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3. \quad (6.42)$$

Уравнения (6.37)—(6.42) называются формулами пересчета, которые позволяют производить испытания насосов на подобных образцах в лабораторных условиях.

В теории лопаточных нагнетателей, в том числе насосов, принято использовать понятие *коэффициент быстротходности* n_s . Для насосов он равен частоте вращения геометрически подобного насоса, который имеет подачу $Q = 0,075 \text{ м}^3/\text{с}$ при напоре $H = 1 \text{ м}$ и максимальном значении КПД, т. е. при η_{max} .

Пользуясь формулами пересчета (6.40) и (6.41), запишем

$$\frac{H}{H_s} = \left(\frac{D}{D_s}\right)^2 \left(\frac{n}{n_s}\right)^2; \quad \frac{Q}{Q_s} = \left(\frac{D}{D_s}\right)^3 \frac{n}{n_s}.$$

Возведя первое выражение в степень $3/2$, получим

$$\left(\frac{H}{H_s}\right)^{3/2} = \left(\frac{D}{D_s}\right)^3 \left(\frac{n}{n_s}\right)^3, \quad \text{откуда} \quad \left(\frac{D}{D_s}\right)^3 = \left(\frac{H}{H_s}\right)^{3/2} \left(\frac{n_s}{n}\right)^3.$$

С учетом этого второе выражение можно представить в виде

$$\frac{Q}{Q_s} = \left(\frac{H}{H_s}\right)^{3/2} \left(\frac{n_s}{n}\right)^2.$$

Подставив в него $H_s = 1$ и $Q_s = 0,075$ и решив относительно n_s , окончательно получим

$$n_s = 3,65 \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}, \quad (6.43)$$

где n — частота вращения, мин^{-1} ; Q — подача, $\text{м}^3/\text{с}$; H — напор, м .

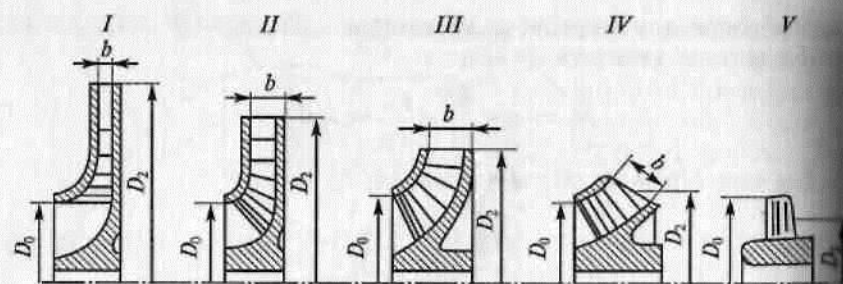


Рис. 6.18. Классификация рабочих колес по коэффициенту быстроходности: I — тихоходные ($D_2/D_0 = 2,5$; $n_s = 40 \dots 80$); II — нормальные ($D_2/D_0 = 2$; $n_s = 80 \dots 150$); III — быстроходные ($D_2/D_0 = 1,2$; $n_s = 150 \dots 300$); IV — диагональные ($D_2/D_0 = 1,2$; $n_s = 300 \dots 600$); V — осевые ($D_2/D_0 = 0,8$; $n_s > 600$)

Коэффициент быстроходности n_s является критерием подобия, который позволяет сделать вывод о том, что два насоса подобны, если их коэффициенты быстроходности равны, хотя подача Q , напор H и частота вращения рабочего колеса n имеют различные значения.

В зависимости от коэффициента быстроходности n_s различают пять основных типов лопастных насосов. Конструктивные особенности их рабочих колес показаны на (рис. 6.18), из которого видно, что с ростом коэффициента быстроходности наблюдается уменьшение относительного наружного диаметра D_2/D_0 рабочего колеса. При переходе от типа I к типу V рабочее колесо постепенно преобразуется из радиального в осевое.

6.4. Осевая сила, кавитационная характеристика и всасывающая способность центробежных насосов

Осевая сила и способы ее уменьшения. При работе центробежного насоса одностороннего всасывания возникает сила, действующая на его рабочее колесо в осевом направлении. Эта сила обусловлена тем, что площадь передней стороны заднего диска $F = \pi D_2^2/4$ находится под давлением всасывания $p_{вс}$, а такая же по величине площадь с противоположной стороны этого диска — под давлением нагнетания $p_{наг}$.

Осевая сила T может быть определена из выражения

$$T = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_в^2) (p_{наг} - p_{вс}), \quad (6.44)$$

где $D_в$ — диаметр вала рабочего колеса.

В действительности эта сила несколько меньше, так как, во-первых, реальная разность давлений меньше полного напора насоса и, во-вторых, из-за изменения направления движения жидко-

сти в рабочем колесе возникает противоположно направленная разгружающая осевая сила. Однако эта сила незначительна по сравнению с силой T , определяемой по уравнению (6.44.)

В ряде случаев необходимо применять специальные меры для того, чтобы уменьшить нагрузку на упорный подшипник. Но любые меры в этом направлении понижают КПД насоса.

Существуют различные способы уменьшения или полного устранения осевой силы. Один из них заключается в том, что за рабочим колесом устраивают специальную камеру, которая сообщается с входной полостью либо через специальные отверстия, просверленные в заднем диске, либо с помощью соединительной трубы. Другой способ предусматривает выполнение на задней стенке диска ребер, наличие которых понижает давление в полости между колесом и корпусом.

На рис. 6.19 нанесены кривые зависимости осевой силы от подачи насоса Q для неуравновешенного колеса (кривая 1), для колеса с разгрузочной камерой и отверстиями в диске (кривая 2) и для колеса с ребрами на заднем диске (кривая 3). Очевидно, что второй способ является более эффективным, тем более, что при этом затрачиваемая мощность увеличивается незначительно.

Самым эффективным методом разгрузки является применение насосов с колесами двустороннего всасывания, у которых вследствие симметрии не возникает осевой силы.

Всасывающая способность и кавитационный запас. Разность давлений в резервуаре, из которого производится откачивание жидкости, и в приемной камере насоса должна быть достаточной для преодоления давления столба жидкости и гидравлических сопротивлений во всасывающем трубопроводе. Всасывающая способность центробежных насосов определяется геометрической высотой всасывания $h_{вс}$, которая равна расстоянию от уровня жидкости в резервуаре до центра рабочего колеса насоса. Для определения ее допустимого значения запишем уравнение Бернулли для сечений 0—0 и 1—1 (рис. 6.20):

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \sum h_n, \quad (6.45)$$

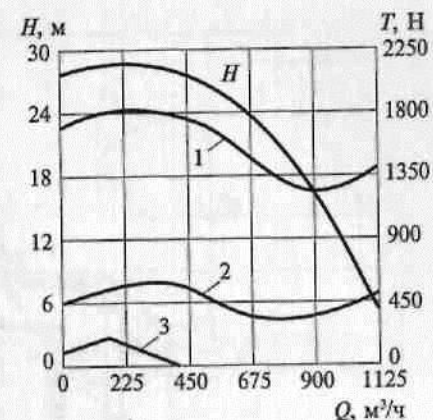


Рис. 6.19. Графики изменения осевой силы:

1 — для неуравновешенного колеса; 2 — для колеса с разгрузочной камерой и отверстиями в диске; 3 — для колеса с ребрами на заднем диске; H — кривая изменения напора

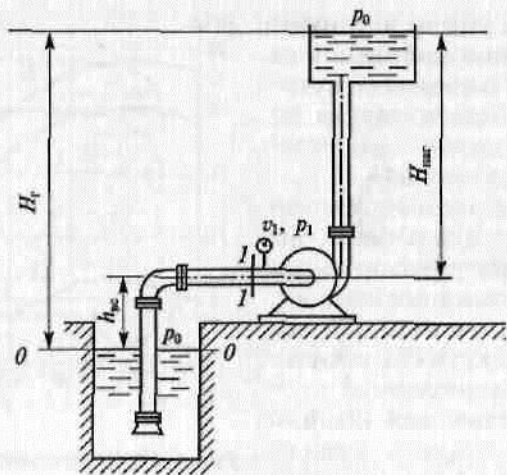


Рис. 6.20. Схема для определения геометрической высоты всасывания $h_{вс}$ насоса:

H_g — полная высота подъема жидкости; $H_{нар}$ — высота нагнетания жидкости; p_0 — давление на свободной поверхности жидкости; p_1, v_1 — соответственно давление и скорость жидкости на входе в насос (в сечении I—I)

где γ — удельный вес всасываемой жидкости; $\sum h_{п}$ — суммарные потери напора во всасывающем трубопроводе.

Так как $z_1 - z_0 = h_{вс}$, а $v_0 = 0$ (при резервуаре достаточного объема), то

$$h_{вс} = \frac{p_0 - p_1}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g} - \sum h_{п}. \quad (6.46)$$

Если давление p_1 понижается до давления насыщения паров подаваемой жидкости, то возникает явление, называемое кавитацией (см. подразд. 4.5). Оно сопровождается вскипанием жидкости, образованием пузырьков, которые затем лопаются в зоне с повышенным давлением. При этом возникает удар, который разрушает рабочие органы насоса. При кавитации также могут произойти разрыв потока и прекращение подачи насосом. Кавитация сопровождается шумом, треском и вибрацией, падением напора, мощности и КПД насоса, поэтому возникновение ее в насосе недопустимо.

Следовательно, допустимая высота всасывания должна быть такой, чтобы давление на входе в насос было несколько больше, чем давление насыщения паров $p_{н.п}$:

$$h_{вс} = \frac{p_0 - p_{н.п}}{\gamma} - \Delta h_{зап} - \frac{v_1^2}{2g} - \sum h_{п}, \quad (6.47)$$

где $\Delta h_{зап}$ — кавитационный запас напора ($\Delta h_{зап} = \Delta p_{зап} / \gamma$).

Очевидно, что для увеличения геометрической высоты всасывания необходимо минимизировать потери во всасывающем тру-

бопроводе, скорость на входе в насос и давление насыщения паров, что в большинстве случаев невозможно. Максимальная высота всасывания не может быть больше, чем p_a / γ (где $p_a = p_0$ — атмосферное давление); для воды это составляет 10 м. Обычно высота всасывания центробежных насосов не превышает 6...7 м.

Выражение $(p_a - p_1) / \gamma = H_{вак}$ называется вакуумметрической высотой всасывания.

Тогда согласно формуле (6.46)

$$H_{вак} = h_{вс} + \frac{v_1^2}{2g} + \sum h_{п}. \quad (6.48)$$

Допустимая вакуумметрическая высота всасывания $H_{вак}^{доп}$ должна быть меньше высоты, определяемой по формуле (6.48), на величину кавитационного запаса:

$$H_{вак}^{доп} = H_{вак} - \Delta h_{зап}. \quad (6.49)$$

Для определения критического запаса проводят кавитационные испытания насоса. В результате получают кавитационную характеристику, которая определяет зависимость напора и мощности насоса при постоянных частоте вращения и подаче от кавитационного запаса (рис. 6.21).

Режим, когда начинается падение напора и мощности, называют первым критическим режимом. Ему соответствует кавитационный запас $\Delta h_1^{кр}$. Это начальная стадия процесса кавитации, при которой уменьшение напора и КПД незначительно. При дальнейшем уменьшении кавитационного запаса наблюдается резкое увеличение концентрации пара в потоке жидкости, и при втором критическом кавитационном запасе $\Delta h_2^{кр}$ происходит полный отрыв потока от рабочего колеса насоса. Для предотвращения работы насоса в кавитационном режиме принимают допустимый кавитационный запас несколько больше критического, т. е. $\Delta h_{зап}^{доп} = (1,2 \dots 1,3) \Delta h_2^{кр}$.

6.5. Зависимость напора насоса от подачи. Рабочая точка насоса в сети

Основной характеристикой насоса является зависимость напора от подачи. Теоретический напор насоса определяется по фор-

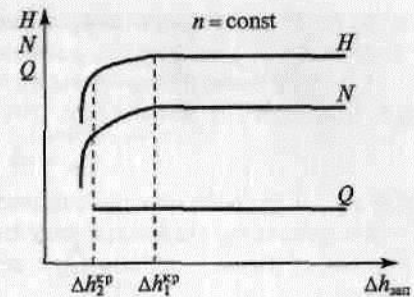


Рис. 6.21. Кавитационная характеристика центробежного насоса

муле (6.28). Проанализируем влияние угла установки лопаток рабочего колеса на напор, развиваемый насосом.

Согласно параллелограмму скоростей на выходе жидкости из рабочего колеса насоса (см. рис. 6.14) имеем

$$c_{2u} = u_2 - c_{2r} \operatorname{ctg} \beta_2, \quad (6.50)$$

где c_{2r} — радиальная составляющая абсолютной скорости.

Скорость c_{2r} можно определить как отношение расхода жидкости через колесо насоса Q_k к площади сечения потока на выходе из него:

$$c_{2r} = \frac{Q_k}{\psi_2 \pi D_2 b_2}, \quad (6.51)$$

где ψ_2 — коэффициент стеснения потока на выходе из рабочего колеса ($\psi_2 = 0,9 \dots 0,95$).

Подставив значение c_{2r} в формулу (6.50), получим

$$c_{2u} = u_2 - \frac{Q_k \operatorname{ctg} \beta_2}{\psi_2 \pi D_2 b_2}.$$

Определим теоретический напор по формуле (6.28) с учетом последнего выражения для c_{2u} :

$$H_\tau = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 Q_k \operatorname{ctg} \beta_2}{\psi_2 \pi D_2 b_2 g}. \quad (6.52)$$

Это уравнение представляет собой зависимость теоретического напора от подачи, которая на графике является прямой с углом наклона, зависящим от β_2 (рис. 6.22). Если $\beta_2 = 90^\circ$, то $\operatorname{ctg} \beta_2 = 0$, что означает независимость напора от подачи; при $\beta_2 > 90^\circ$ (лопатки загнуты вперед по ходу вращения рабочего колеса) $\operatorname{ctg} \beta_2 < 0$ и прямая $H_\tau = f(Q)$ направлена вверх; при $\beta_2 < 90^\circ$ (лопатки загнуты назад) $\operatorname{ctg} \beta_2 > 0$ и прямая $H_\tau = f(Q)$ направлена вниз.

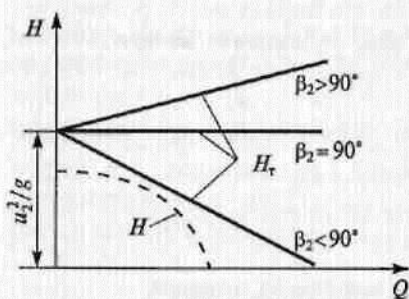


Рис. 6.22. Зависимость напора насоса от его подачи:

H_τ — теоретический напор; H — действительный напор насоса

казано выше (см. подразд. 4.3), между этими потерями и расходом существует квадратичная зависимость вида

$$\sum h_n = KQ^2,$$

где K — коэффициент, характеризующий гидравлическое сопротивление данной сети.

Напор, создаваемый насосом, расходуется не только на преодоление гидравлического сопротивления сети, но и на подъем жидкости на полную высоту H_r , равную сумме высот всасывания $h_{вс}$ и нагнетания $H_{нар}$ (см. рис. 6.20), т. е.

$$H_c = H_r + \sum h_n = H_r + KQ^2. \quad (6.53)$$

Это выражение представляет собой квадратичную параболу AB , выходящую из точки A на оси ординат (рис. 6.23). Если совместить характеристику сети с характеристикой $H = f(Q)$ насоса, то точка их пересечения C определит напор и подачу конкретного насоса при его работе на данную сеть. Эта точка называется *рабочей точкой насоса в сети*.

Очевидно, что с увеличением расхода жидкости потери напора в трубопроводе возрастают, а напор насоса уменьшается, т. е. насос не может обеспечить подачу жидкости в данную сеть больше, чем Q_c . Если же подача насоса будет меньше, чем Q_c , то потери напора в сети окажутся меньше напора, развиваемого насосом. Это обстоятельство вызовет увеличение расхода до величины Q_c , при которой напор насоса станет равным потерям напора в сети.

6.6. Регулирование подачи насоса и устойчивость его работы в сети

Регулирование подачи насоса наиболее часто осуществляют методом дросселирования, т. е. введением дополнительного сопротивления на нагнетательном участке сети. При этом изменяется характеристика сети, она становится более крутой. Рабочая точка C перемещается выше по характеристике насоса в положение C_1 (см. рис. 6.23). Наоборот, при открытии регулирующего устройства, находившегося первоначально в частично прикрытом состоянии, характеристика сети становится более полой и точка C занимает положение C_2 . Подача при этом возрастает. Как отмечалось выше, при выборе насоса для работы на определенную сеть

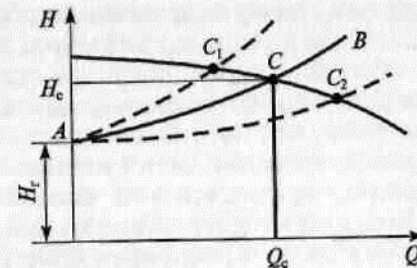


Рис. 6.23. Совмещенные характеристики насоса и трубопровода

следует стремиться, чтобы положение рабочей точки соответствовало максимальному значению КПД насоса.

Регулирование подачи насоса путем изменения характеристики сети называется *количественным способом регулирования*. Несмотря на то, что потребляемая мощность центробежного насоса при дросселировании сети уменьшается примерно пропорционально подаче, применять этот способ для регулирования в широком диапазоне нецелесообразно. Действительно, чтобы подача сократилась на 40 %, сопротивление сети должно возрасти в 2,8 раза, при этом бесполезные потери в регулирующем устройстве составят примерно 250 % от потерь в сети.

Одним из *качественных способов регулирования* (изменения характеристики насоса) является изменение частоты вращения рабочего колеса. Например, при том же уменьшении подачи на 40 %, т.е. в 1,66 раза, сопротивление сети снизится в 2,77 раза, а потребляемая мощность — более чем в 4,5 раза. Однако, для осуществления такого режима работы насоса необходимо уменьшить частоту вращения рабочего колеса пропорционально уменьшению подачи, что представляет определенные затруднения. Известно, что частота вращения вала асинхронного электродвигателя обратно пропорциональна числу пар полюсов обмотки статора. В настоящее время применяются тиристорные регуляторы частоты вращения электродвигателей, однако они удорожают агрегат и усложняют его эксплуатацию.

Изменить частоту вращения рабочего колеса насоса можно также с помощью гидромuft или индукторных муфт скольжения без изменения частоты вращения вала электродвигателя.

Применение указанных способов качественного регулирования позволяет существенно уменьшить потребляемую мощность по сравнению с обычным дросселированием, однако оба эти способа имеют высокую стоимость, низкий КПД и усложняют эксплуатацию.

Изменить характеристику насоса в сторону уменьшения его подачи можно проточкой рабочего колеса или применением специальных отводов с регулирующим устройством, пропускающим часть жидкости из зоны нагнетания в зону всасывания. При этом с уменьшением подачи снижается и КПД насоса, что во многих случаях экономически невыгодно.

Для нормальной эксплуатации лопаточных нагнетателей необходима устойчивость их работы. Работа считается устойчивой, если после нарушения режима работы вследствие каких-либо воздействий, вызванных разными причинами, нагнетатель возвращается в режим с первоначальными параметрами.

Неустойчивая работа чаще всего возникает при седлообразных характеристиках нагнетателей.

Рассмотрим работу насосов в сети, состоящей из водозабора, всасывающего и нагнетательного трубопроводов и резервуара зна-

чительного объема. Если насос имеет монотонно падающую характеристику (рис. 6.24, а), то при случайном увеличении подачи на dQ от подачи Q_c , соответствующей рабочей точке С, сопротивление (противодавление) сети (точка 1) станет больше напора насоса (точка 2), что заставит насос вернуться в первоначальный режим работы. Если подача уменьшится на dQ , то напор насоса (точка 3) превысит сопротивление сети (точка 4), подача возрастет и насос вернется в режим работы, соответствующий точке С.

Рассмотренный случай иллюстрирует устойчивую работу насоса в сети. Условие устойчивости заключается в том, что изменение напора насоса и сопротивления сети при изменении подачи в любую сторону от значения, соответствующего рабочей точке, имеют разные знаки. Действительно, если подача больше расчетной ($Q_c + dQ$), то напор насоса уменьшится до значения ($H - dH$), а сопротивление сети увеличится до ($H + dH_c$), и, наоборот, если подача станет равной ($Q_c - dQ$), то напор будет равен ($H + dH$), а потери составляют ($H - dH_c$).

Другая ситуация, если насос имеет седлообразную характеристику (рис. 6.24, б). Тогда при увеличении подачи до ($Q_c + dQ$) возрастают и сопротивление сети до ($H + dH_c$), и напор насоса до ($H + dH$). Наоборот, при уменьшении подачи до ($Q_c - dQ$) снижаются и сопротивление сети до ($H - dH_c$), и напор насоса до ($H - dH$). И в том и в другом случае напор насоса изменяется больше, чем сопротивление сети. Очевидно, что при этом отсутствуют силы, стремящиеся вернуть систему в точку С, т.е. режим работы, определяемый точкой С, является неустойчивым.

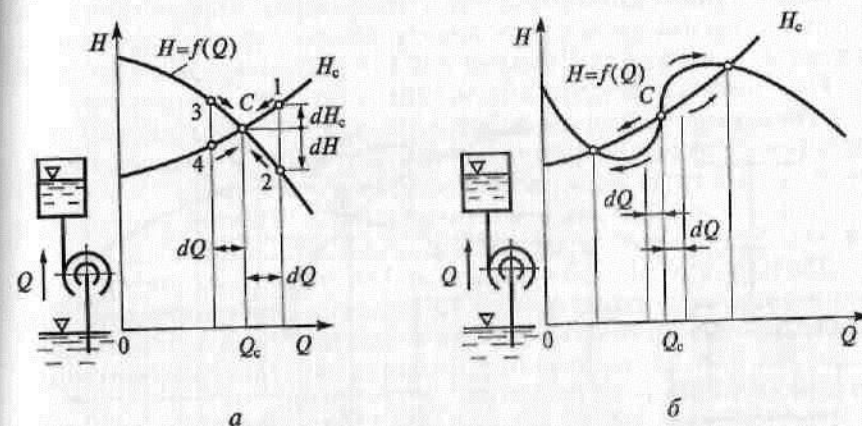


Рис. 6.24. К анализу устойчивости работы в сети центробежного насоса: а — с монотонно падающей характеристикой; б — с седлообразной характеристикой

6.7. Параллельная и последовательная работа насосов

Если один насос не может обеспечить требуемый расход жидкости, то применяют параллельную работу двух или более насосов на общую сеть. Если же требуется увеличить напор при неизменной подаче, применяют последовательное соединение насосов.

Параллельная работа насосов наиболее эффективна, когда их характеристики одинаковы или незначительно отличаются друг от друга. Рассмотрим такой случай параллельной работы насосов, схема соединения которых показана на рис. 6.25, а. В месте начала общей сети (точка O) имеется определенное давление, а расход жидкости равен суммарной подаче обоих насосов. Для построения общей характеристики насосов при их параллельной работе следует суммировать их подачи при одинаковых значениях напора. Через произвольно выбранные точки на оси ординат проводят горизонтальные линии, которые пересекают характеристики $H_I = f(Q)$ и $H_{II} = f(Q)$ соответственно I и II насосов. В данном случае эти характеристики совпадают (рис. 6.25, б). На горизонтальных линиях от точек их пересечения с характеристикой насосов (a_1, b_1 и т.д.) откладывают отрезки, равные значениям абсцисс этих точек ($aa_1 = a_1a_2; bb_1 = b_1b_2$ и т.д.). Соединяя точки a_2, b_2 и т.д., получают кривую H_{I+II} , представляющую собой характеристику установки, состоящей из двух параллельно работающих насосов.

Для нахождения рабочей точки необходимо нанести характеристику сети. Параметры H_c и Q_{I+II} , соответствующие точке пересечения этой характеристики с общей характеристикой насосов (точка C), определяют режим их совместной параллельной работы. Точка A , находящаяся на пересечении горизонтальной линии,

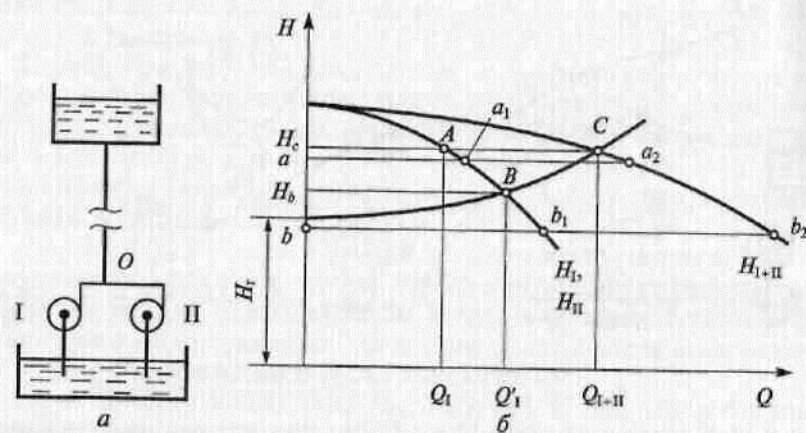


Рис. 6.25. Схема (а) и характеристика (б) насосной установки при параллельной работе двух одинаковых центробежных насосов

проведенной через точку C , с характеристикой H_I , соответствует режиму работы каждого из насосов. В данном случае подача каждого насоса Q_I равна половине суммарной подачи, а напор равен общему напору H_c при их параллельной работе.

Точка B пересечения характеристики сети с характеристикой одного насоса была бы рабочей точкой, если бы на ту же сеть работал один насос. Из рис. 6.25, б видно, что подача его была бы больше, чем в случае параллельной работы ($Q_I' > Q_I$). Следовательно, суммарная подача параллельно работающих насосов меньше, чем сумма их подач при раздельной работе. Напор же насосов при совместной работе больше, чем напор, создаваемый каждым насосом при работе на ту же сеть.

Для получения совместной характеристики насосов, работающих параллельно, но имеющих разные характеристики, используют те же приемы построения и в той же последовательности. Пример такого построения и определения рабочей точки C приведен на рис. 6.26.

Последовательное соединение насосов, как уже говорилось, применяется в том случае, когда необходимо увеличить напор. Схема установки, состоящей из двух последовательно соединенных насосов, показана на рис. 6.27, а. При последовательной работе насосов расход в сети не меняется, а общий напор равен сумме напоров, создаваемых каждым насосом. Таким образом, для построения суммарной характеристики насосов следует при определенных значениях подачи Q сложить напоры обоих насосов (рис. 6.27, б): $aa_1 + aa_2 = aa_3; bb_1 + bb_2 = bb_3$ и т.д. Соединяя точки a_3, b_3 и т.д., получают кривую H_{I+II} , представляющую собой сум-

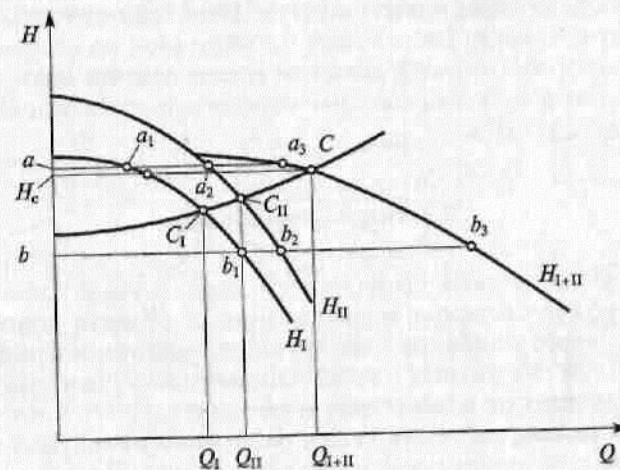


Рис. 6.26. Построение характеристики насосной установки при параллельной работе двух центробежных насосов с различными характеристиками

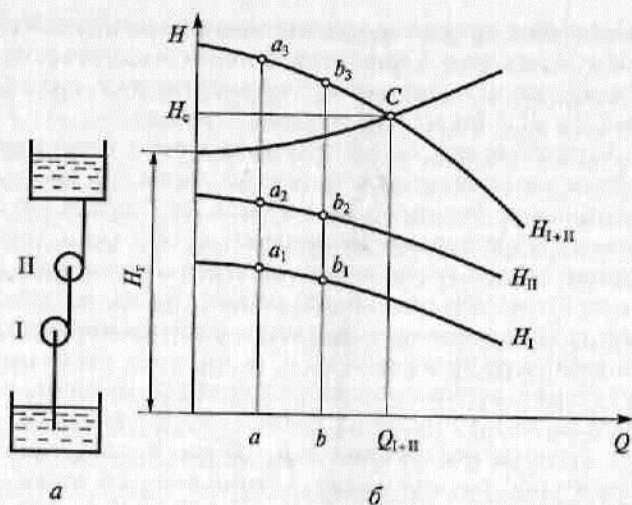


Рис. 6.27. Схема (а) и характеристика (б) насосной установки при последовательной работе двух центробежных насосов

марную характеристику последовательно работающих насосов. Рабочая точка *C* будет располагаться на пересечении суммарной характеристики насосов с характеристикой сети. Координаты точки *C* соответствуют подаче Q_{I+II} и напору H_c при последовательной работе насосов.

Следует отметить, что к совместной работе насосов с различными характеристиками следует относиться с определенной степенью осторожности, тщательно анализируя возможные режимы в зависимости от характеристики сети. Необходимо учитывать, что бывают случаи, когда работа двух нагнетателей на общую сеть не только не способствует достижению поставленной цели, но и является фактором, оказывающим отрицательное воздействие на работу одного из них.

6.8. Подбор насосов

Для подбора насосов выпускаются специальные каталоги, которые содержат сведения о назначении и области применения насосов, краткое описание конструкции, характеристики, чертежи с указанием габаритных и присоединительных размеров, а также общие виды насосов и насосных агрегатов.

Обычно каталогами пользуются работники проектных организаций на стадии технического проектирования. При выполнении рабочего проекта рекомендуется использовать уточненные данные заводов-изготовителей.

Типоразмер насоса выбирают по максимально необходимой подаче и сопротивлению конкретности сети, пользуясь сводным графиком полей $H-Q$. На рис. 6.28 в качестве примера приведен такой график для консольных насосов. Окончательно уточняют правильность выбора насоса по его графической характеристике.

По этой характеристике, а также по таблицам технических характеристик определяют диаметр рабочего колеса, подачу и напор, которые должны соответствовать расчетным условиям.

При выборе насоса необходимо обратить особое внимание на обеспечение его бескавитационной работы. Для этого следует убедиться, что насос по своим кавитационным качествам соответствует условиям его установки, т.е. вычислить кавитационный запас

$$\Delta h = \frac{p_a - p_{н.п}}{\gamma} - [\pm h_{ге}] - \sum h_{п}^{кв},$$

где p_a — атмосферное давление, Па, на свободную поверхность жидкости в резервуаре, из которого она откачивается; $p_{н.п}$ — давление насыщенных паров перекачиваемой жидкости, Па, при ее температуре; γ — удельный вес жидкости, Н/м³; $\sum h_{п}^{кв}$ — суммарные потери напора во всасывающем трубопроводе, м; $h_{ге}$ — геометрическая высота всасывания (со знаком «+» при расположении насоса выше уровня жидкости в резервуаре; со знаком «-» — при расположении ниже этого уровня).

Вычисленный кавитационный запас сравнивают с допустимым $\Delta h_{зап}^{доп}$ (см. подразд. 6.4).

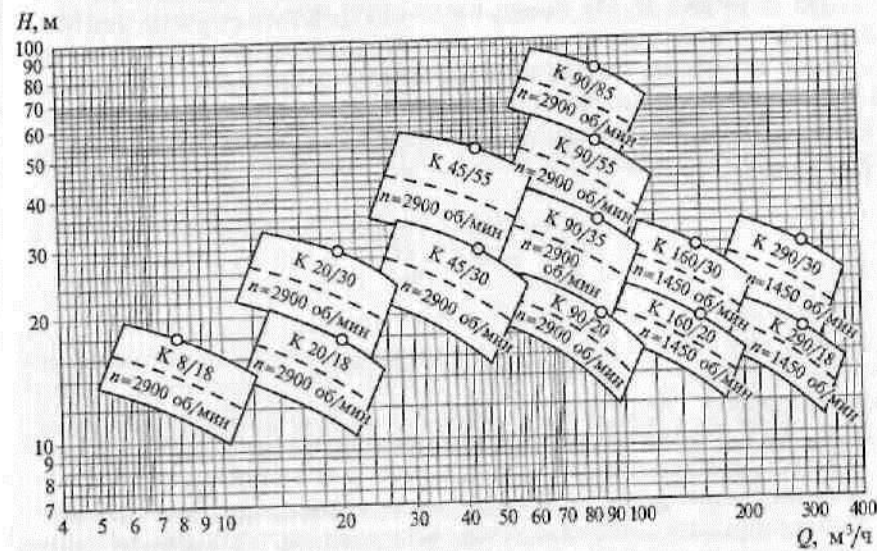


Рис. 6.28. Сводный график полей $H-Q$ для консольных насосов

Насосы типа К (консольные) комплектуют электродвигателями различной мощности, в зависимости от диаметра рабочего колеса.

Пример 6.1. Определить коэффициент быстроходности насоса, если объемная подача $Q = 0,075 \text{ м}^3/\text{с}$, напор $H = 1 \text{ м}$.

Решение. Коэффициент определяется по формуле (6.43):

$$n_s = \frac{3,65n\sqrt{0,075}}{1^{3/4}} = n.$$

Пример 6.2. Объемная подача центробежного насоса $Q_1 = 0,1 \text{ м}^3/\text{с}$ при напоре $H_1 = 66 \text{ м вод. ст.}$ и частоте вращения $n_1 = 960 \text{ мин}^{-1}$ КПД насосной установки с учетом всех потерь $\eta = 0,65$.

Определить, какой мощности и частоты вращения необходимо установить электрический двигатель для того, чтобы повысить объемную подачу насоса до $Q_2 = 0,1445 \text{ м}^3/\text{с}$. Определить также, как при этом изменится напор насоса.

Решение. Из формулы (6.37) частота вращения нового электродвигателя

$$n_2 = \frac{Q_2 n_1}{Q_1} = \frac{0,1445 \cdot 960}{0,1} = 1387 \text{ мин}^{-1}.$$

Из формул (6.30) и (6.31) мощность на валу насоса при прежнем электродвигателе

$$N_1 = \frac{\rho g H_1 Q_1}{1000 \eta} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 66 \cdot 0,1}{0,65 \cdot 1000} = 99,6 \text{ кВт}.$$

Из формулы (6.38) напор насоса при новом электродвигателе

$$H_2 = H_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = 66 \left(\frac{1387}{960} \right)^2 = 137,8 \text{ м}.$$

Из формулы (6.39) мощность на валу насоса при новом электродвигателе

$$N_2 = N_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^3 = 99,6 \left(\frac{1387}{960} \right)^3 = 300,4 \text{ кВт}.$$

Контрольные вопросы

1. Какой физический процесс осуществляется в гидравлических нагнетателях?
2. Как классифицируют нагнетатели?
3. Объясните принцип действия объемных нагнетателей.
4. По какому принципу работают динамические нагнетатели?
5. Какая гидравлическая машина называется насосом?

6. Перечислите достоинства и недостатки поршневого насоса.
7. Объясните принцип действия центробежного насоса. Перечислите его достоинства.
8. По какому закону изменяется подача поршневого насоса? Что собой представляет график подачи поршневых насосов?
9. Как определяется неравномерность подачи поршневого насоса?
10. Для какой цели применяют дифференциальные насосы двустороннего действия?
11. Для чего в одноцилиндровых насосах используют воздушные колпачки?
12. Что собой представляет индикаторная диаграмма работы насоса?
13. Как определить индикаторное давление и мощность?
14. Что учитывает механический КПД насоса?
15. Какие потери учитывает полный КПД насоса?
16. Дайте определения абсолютной, относительной и переносной скоростей жидкости.
17. Как определить мощность на валу центробежного насоса?
18. Напишите уравнение Эйлера для насосов.
19. Дайте определение КПД центробежного насоса.
20. Какие характеристики центробежного насоса связывает его рабочая характеристика?
21. Как влияет частота вращения рабочего колеса на подачу центробежного насоса?
22. Как зависит мощность насоса от частоты вращения рабочего колеса?
23. Что понимается под коэффициентом быстроходности и для чего он используется?
24. Как определить осевую силу?
25. Как определить всасывающую способность центробежных насосов?
26. Каковы последствия кавитации в насосах?
27. Как определить рабочую точку насосной установки?
28. Как осуществляется регулирование подачи насоса?
29. Для чего применяются параллельная и последовательная работа насосов?
30. Как осуществляется подбор насосов?

Глава 7 ВЕНТИЛЯТОРЫ

7.1. Типы вентиляторов и их назначение

Вентиляторами называются нагнетатели, служащие для перемещения воздуха или иных газов и развивающие давление не более 15 кПа. Они применяются во многих областях и особенно

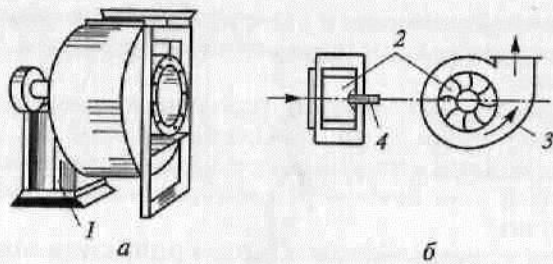


Рис. 7.1. Общий вид (а) и схема (б) радиального вентилятора:

1 — станина; 2 — рабочее колесо; 3 — кожух; 4 — вал

широко — в системах теплогазоснабжения, вентиляции и кондиционирования воздуха.

Вентиляторы бывают радиальные (центробежные), осевые и диаметрально-радиальные.

Общий вид и схема радиального вентилятора показаны на рис. 7.1. Его основными частями являются станина 1, рабочее колесо 2 и кожух 3. Рабочее колесо насажено на вал 4, который вращается в подшипниках, закрепленных в станине.

Рабочее колесо состоит из двух дисков, между которыми расположены лопатки. Число лопаток может быть от 6 до 36.

Кожухи радиальных вентиляторов изготавливают из листового металла в форме логарифмической спирали. Входное отверстие в кожухе — круглое, выходное — квадратное или прямоугольное.

Принцип работы радиального вентилятора аналогичен принципу действия центробежного насоса. При вращении рабочего колеса воздух сжимается и выходит через нагнетательный патрубок. В то же время во входном отверстии создается разрежение, за счет которого воздух поступает в кожух и захватывается лопатками рабочего колеса. Скорость воздуха в расширяющемся канале за рабочим колесом снижается, т.е. кинетическая энергия воздушного потока преобразуется в потенциальную.

Радиальные вентиляторы классифицируют:

по давлению — низкого (до 1 кПа), среднего (до 3 кПа) и высокого (свыше 3 кПа) давления;

назначению — общего и специального назначения;

конструкции — одно- и двустороннего всасывания;

числу ступеней — одно- и многоступенчатые.

Осевой вентилятор (рис. 7.2) состоит из осевого лопаточного колеса 1 и цилиндрического кожуха (обечайки) 2. Колесо осевого вентилятора имеет втулку с обтекателем, на которой закреплены (или в которую встроены) лопатки. Число лопаток может быть от 2 до 32. Втулку крепят непосредственно на валу электродвигателя или же вал, на котором закреплена втулка, приводят во вращение с помощью клиноременной передачи.

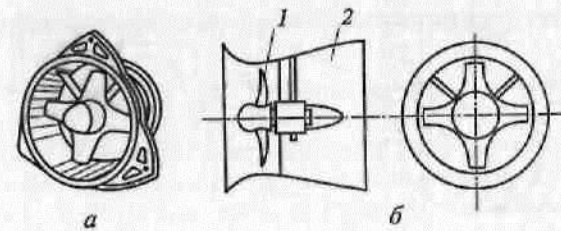


Рис. 7.2. Общий вид (а) и схема (б) осевого вентилятора:

1 — осевое лопаточное колесо; 2 — обечайка

Поток воздуха, проходящий через осевой вентилятор, движется преимущественно в направлении оси вращения, приобретая некоторое закручивание на выходе из колеса.

При отсутствии воздуховода на всасывающей стороне кожух имеет входной коллектор, обеспечивающий более равномерное поступление воздуха. Для уменьшения скорости потока на выходе, т.е. для преобразования динамического давления в статическое, кожух оборудуют диффузором. Диаметр кожуха должен превышать диаметр лопаточного колеса не более чем на 1,5%, иначе резко ухудшаются аэродинамические показатели вентилятора. Для улучшения аэродинамической характеристики осевого вентилятора и возможности ее регулирования на входе устанавливают направляющий лопаточный аппарат, а выход оборудуют спрямляющим лопаточным аппаратом (рис. 7.3). Для возможности осуществления функции регулирования лопатки направляющего аппарата должны быть поворотными.

Диаметральный вентилятор (рис. 7.4) состоит из рабочего колеса 1, несимметричного колесообразного корпуса 2 и одной профилированной лопатки 3, неподвижно установленной внутри колеса. Она способствует смещению вихря, образующегося при вращении рабочего колеса, в сторону от оси вращения и возникновению течения воздуха через колесо. Диаметрально-радиальные вентиляторы могут быть оснащены направляющим аппаратом, состоящим из группы лопаток, также размещенных неподвижно внутри рабочего колеса. При этом заметно повышается КПД вентилятора.

Радиальные вентиляторы по сравнению с осевыми развивают большее давление, поэтому их, как правило, применяют в вентиляционных системах с протяженной и разветвленной сетью воздухопроводов, в системах пневмотранспорта ма-

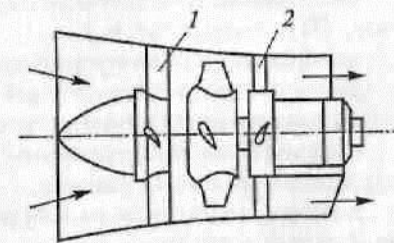


Рис. 7.3. Осевой вентилятор с направляющим 1 и спрямляющим 2 лопаточными аппаратами

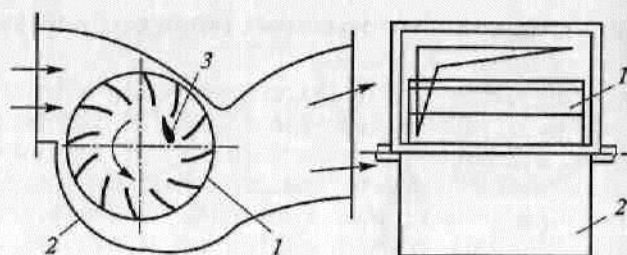


Рис. 7.4. Схема диаметального вентилятора:
1 — рабочее колесо; 2 — корпус; 3 — профилированная лопатка

териалов, в качестве тягодутьевых устройств котельных установок и в системах кондиционирования воздуха.

Осевые вентиляторы способны перемещать значительные объемы воздуха при небольшом давлении. Они более компактны, могут быть выполнены реверсивными и имеют более высокий КПД. В связи с этим их используют для проветривания помещений, вентиляции шахт, тоннелей, в качестве побудителей движения воздуха в градирнях и др.

Диаметральные вентиляторы даже при невысоких окружных скоростях рабочих колес могут создавать значительные давления за счет того, что поток воздуха дважды подвергается воздействию лопаток рабочего колеса, они компактны и могут быть вмонтированы в воздухопроводы и устройства, выполненные в виде вытянутого прямоугольника. Поэтому их с успехом используют в местных устройствах систем отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха, в том числе для кабин мостовых кранов, самоходных сельхозмашин, в технологических установках и бытовых приборах.

Вентиляторы различных типов и серий, выпускаемые отечественной промышленностью, имеют обозначения, в которых указаны: к какому типу по развиваемому давлению относится вентилятор; назначение вентилятора: Ц — центробежный общего назначения; ЦП — пылевой и т. п.;

коэффициент давления в оптимальном режиме — цифрой, соответствующей десятикратной величине этого коэффициента (с округлением до единиц);

удельная частота вращения (быстроходность) — цифрой, округленной до целых единиц;

номер вентилятора — цифрой, соответствующей диаметру колеса в дециметрах.

Например, центробежный (радиальный) вентилятор общего назначения с коэффициентом давления 0,403, быстроходностью 75, диаметром колеса 500 мм имеет обозначение ВЦ4-75 № 5.

7.2. Характеристики основных типов вентиляторов

Основными техническими характеристиками вентиляторов являются подача L , полное давление $p_{\text{полн}}$, КПД η и потребляемая мощность N . Исходными параметрами, определяющими режим и условие работы вентиляторов, являются угловая скорость вращения ω или частота вращения n рабочего колеса и плотность ρ перемещаемой среды, которые принимаются постоянными.

Подачей вентилятора L , $\text{м}^3/\text{ч}$ или $\text{м}^3/\text{с}$, называется объем воздуха, перемещаемого вентилятором в единицу времени.

Все рассуждения и выводы, приведенные в подразд. 6.3 и 6.4 применительно к центробежным насосам, полностью справедливы и для радиальных вентиляторов. Необходимо только иметь в виду, что работу, совершаемую насосом, принято относить к весу жидкости, перекачиваемой насосом за определенный промежуток времени. Напор H , являющийся характеристикой работы насоса, представляет собой энергию, сообщенную единице веса жидкости, прошедшей через насос, и измеряется в метрах. Работу, производимую вентилятором, относят к объему газа, прошедшего через вентилятор. Таким образом, энергия, сообщенная единице объема газа, является давлением Δp , развиваемым вентилятором, и измеряется в паскалях (Па).

Кроме того, слагаемое, учитывающее затраты энергии на подъем жидкости насосом [см. формулу (6.53)] при работе вентилятора во внимание не принимают из-за его незначительности.

Построение параллелограммов скоростей потока на входе в рабочее колесо радиального вентилятора и на выходе из него аналогично построению для рабочего колеса центробежного насоса (см. подразд. 6.3). С учетом изложенного выше уравнение для теоретического давления p_T , развиваемого вентилятором, можно получить из уравнения для теоретического напора H_T , выведенного для центробежного насоса:

$$p_T = H_T \rho g = \rho (c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1), \quad (7.1)$$

или, как следует из формулы (6.27),

$$p_T = \rho (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}). \quad (7.2)$$

При отсутствии предварительного закручивания в соответствии с формулой (6.28)

$$p_T = \rho u_2 c_{2u}. \quad (7.3)$$

Вводя коэффициент закручивания $\varphi = c_{1u}/u_1$, получаем аналогично формуле (6.29):

$$p_T = \rho \varphi u_2^2. \quad (7.4)$$

В действительности часть давления Δp теряется в вентиляторе, поэтому полное давление, развиваемое вентилятором,

$$P_{\text{полн}} = p_T - \Delta p = \rho \eta_r \varphi_2 u_2^2, \quad (7.5)$$

где η_r — гидравлический КПД вентилятора ($\eta_r = 1 - \Delta p/p_T$); φ_2 — коэффициент закручивания потока на выходе из рабочего колеса.

Вводя обозначение $\eta_r \varphi_2 = \psi$, имеем

$$P_{\text{полн}} = \rho \psi u_2^2, \quad (7.6)$$

где ψ — коэффициент давления вентилятора.

Полезная теоретическая мощность вентилятора N_T , кВт,

$$N_T = \frac{P_{\text{полн}} L}{1000}, \quad (7.7)$$

где L — подача вентилятора, м³/с.

Фактическая мощность N , потребляемая вентилятором, существенно отличается от полезной, так как в вентиляторе, как и в центробежном насосе, имеются гидравлические, объемные и механические потери. Таким образом,

$$N = \frac{N_T}{\eta}, \quad (7.8)$$

где η — полный КПД вентилятора.

Полный КПД можно вычислить по формуле

$$\eta = \eta_r \eta_o \eta_m, \quad (7.9)$$

где η_o — объемный КПД; η_m — механический КПД вентилятора.

КПД радиальных вентиляторов с быстроходностью $n_{\text{уд}} = 40 \dots 80$ [см. далее формулу (7.13)] составляет: 0,65...0,7 при лопатках рабочего колеса, загнутых вперед; 0,7...0,75 при радиальных лопатках; 0,75...0,85 и более при лопатках, загнутых назад.

Установочная мощность электродвигателя для привода вентилятора

$$N_{\text{уст}} = KN, \quad (7.10)$$

где K — обобщенный коэффициент запаса, равный 1,5...1,1 для радиальных вентиляторов, 1,2...1,05 — для осевых вентиляторов.

Формулы пересчета подачи L , развиваемого давления p и потребляемой мощности N в зависимости от частоты вращения n и диаметра D рабочего колеса для подобных вентиляторов полностью аналогичны формулам (6.39) — (6.42) для центробежных насосов. Для вентиляторов, в отличие от насосов, большее значение имеет зависимость характеристик от изменения плотности перемещаемой среды, так как плотность газов существенно меняется, например, в зависимости от температуры.

Очевидно, что подача вентилятора зависит только от скорости выходящего потока и площади сечения нагнетательного патрубка и, следовательно, от плотности среды не зависит.

Для развиваемого давления и потребляемой мощности формулы пересчета соответственно имеют вид:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (7.11)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (7.12)$$

где p_1 и N_1 — соответственно давление и мощность при плотности среды ρ_1 ; p_2 и N_2 — соответственно давление и мощность при плотности сферы ρ_2 .

Вентиляторы, как и насосы, классифицируют по критерию быстроходности, который для оптимального режима их работы при $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ определяют по формуле

$$n_{\text{уд}} = 5,5 \frac{n\sqrt{L}}{p^{3/4}}, \quad (7.13)$$

где n — частота вращения, мин⁻¹; L — подача, м³/с; p — давление, Па.

Значение быстроходности указывается в обозначении вентилятора, что позволяет оценить давление, создаваемое вентилятором, и облегчает его выбор. Для радиальных вентиляторов значения $n_{\text{уд}}$ находятся в пределах 40...80, а для осевых — 80...300.

Другим важным показателем, позволяющим оценить аэродинамические качества вентилятора, является коэффициент давления ψ . Из уравнения (7.6) видно, что он равен отношению полного давления $P_{\text{полн}}$ к удвоенному динамическому давлению ρu_2^2 . Этот коэффициент характеризует давление, развиваемое вентилятором, и зависит от скорости закручивания потока, гидравлического КПД, числа и формы лопаток рабочего колеса.

Число лопаток оказывает существенное влияние на ψ . При уменьшении их числа интенсивность воздействия колеса на поток снижается, так как уменьшается скорость закручивания e_{2u} , а вместе с ней φ_2 и, следовательно, ψ . Особенно сильно число лопаток влияет на коэффициент давления осевых вентиляторов. Также большое влияние на ψ оказывает угол β_2 (см. рис. 6.17).

Коэффициент давления ψ у осевых вентиляторов (равный 0,05...0,3) значительно меньше, чем у радиальных (0,5...1,5), что объясняется слабым влиянием центробежных сил на поток.

Графики зависимости основных показателей работы вентилятора от его подачи называются характеристикой вентилятора. *Полная аэродинамическая характеристика* отражает зависимость полного давления $P_{\text{полн}}$, мощности N и КПД η от подачи L при постоянных

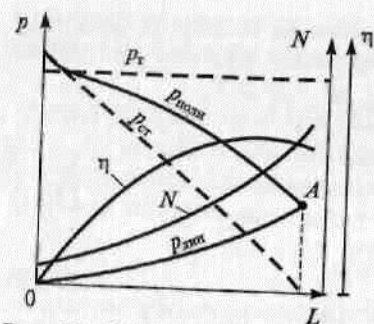


Рис. 7.5. Полная аэродинамическая характеристика радиального вентилятора

частоте вращения $n = \text{const}$ и плотности перемещаемой среды $\rho = \text{const}$. Иногда характеристику дополняют кривыми изменения динамического $p_{\text{дин}}$ и статического $p_{\text{ст}} = p_{\text{полн}} - p_{\text{дин}}$ давлений (рис. 7.5).

Линия теоретического полного давления p_t , как следует из формулы (7.4), должна быть прямой, параллельной оси абсцисс. Однако в реальных условиях при увеличении подачи давление $p_{\text{полн}}$ уменьшается, так как возрастают гидравлические потери в кожухе вентилятора.

Динамическое давление вентилятора $p_{\text{дин}}$ пропорционально квадрату подачи, поэтому его график представляет собой квадратичную параболу.

Линии полного и динамического давлений пересекаются в точке А, которая соответствует полному режиму работы вентилятора, когда отсутствует сеть воздухоотводов, т. е. полное давление вентилятора целиком расходуется на создание динамического давления в сечении выходного отверстия.

Действительная мощность, потребляемая вентилятором, возрастает при увеличении подачи не от нуля, а от некоторого значения, равного потерям внутри кожуха вентилятора при $L = 0$.

Кривая изменения η выходит из начала координат; по мере увеличения подачи КПД вентилятора сначала растет, достигая максимального значения η_{max} , а затем уменьшается до $(0,6 \dots 0,65) \eta_{\text{max}}$ при максимальной подаче L_{max} .

Характеристику вентилятора получают в результате его лабораторных испытаний для определенных условий работы ($n = \text{const}$, $\rho = \text{const}$). Эта характеристика является техническим паспортом вентилятора данного типа.

Характеристику работы вентилятора в других режимах работы, например для различных частот вращения, можно построить с помощью формул пересчета.

Обычно пользуются так называемой универсальной аэродинамической характеристикой вентилятора, на которой графически изображены все режимы его работы и можно выбрать достаточно эффективный, когда КПД будет близок к максимальному, т. е. $\eta > 0,9\eta_{\text{max}}$. На рис. 7.6 в качестве примера приведена универсальная аэродинамическая характеристика радиального вентилятора.

Иногда универсальная характеристика строится в логарифмической шкале координат, что более удобно для использования, так как кривые КПД изображаются в этом случае прямыми линиями (рис. 7.7)

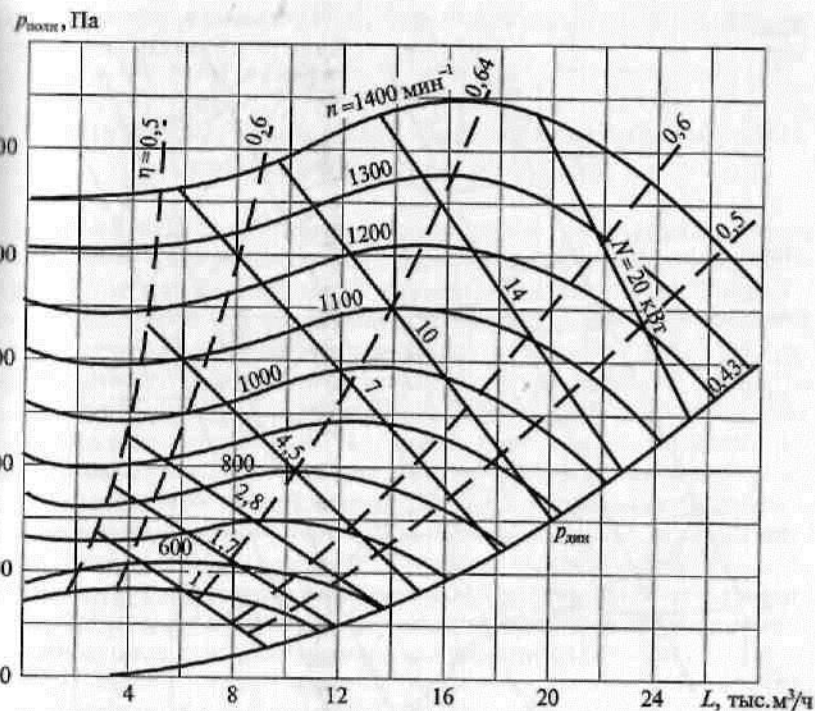


Рис. 7.6. Универсальная аэродинамическая характеристика радиального вентилятора

На рис. 7.8 приведена полная аэродинамическая характеристика осевого вентилятора, которая в отличие от характеристики радиального вентилятора имеет ярко выраженный седлообразный вид.

Характеристики осевых вентиляторов могут отличаться по форме кривой $p = f(L)$ в зависимости от схемы, угла установки лопаток и относительного диаметра втулки рабочего колеса. При малых углах установки лопаток характеристики давления бывают обычно монотонно убывающими (кривая 1 на рис. 7.9). Седлообразная характеристика (кривая 2 на рис. 7.9) свойственна осевым вентиляторам с большим углом установки лопаток рабочего колеса. Максимум давления, имеющийся на такой характеристике, делит ее на правую (рабочую) и левую (нерабочую) части, т. е. режим должен выбираться так, чтобы рабочая точка находилась на правой ветви характеристики.

При дальнейшем увеличении угла установки лопаток происходит разрыв характеристики давления (кривая 3 на рис. 7.9). В этом случае наименьшая подача вентилятора зависит от положения точки разрыва, а наибольшая выбирается из условия обеспечения

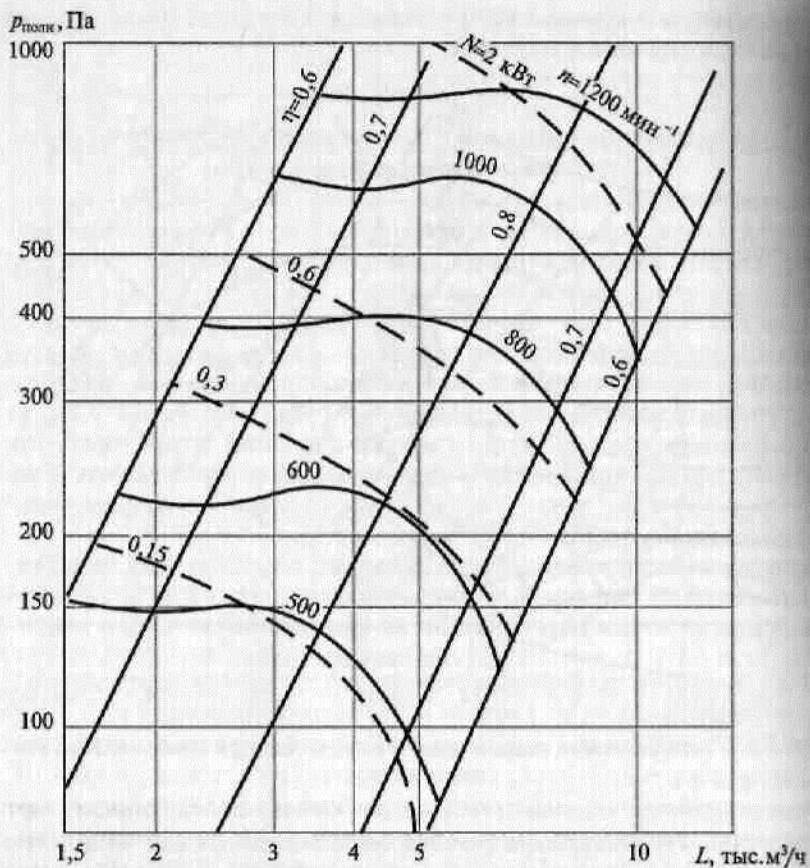


Рис. 7.7. Универсальная аэродинамическая характеристика радиального вентилятора в логарифмической шкале координат

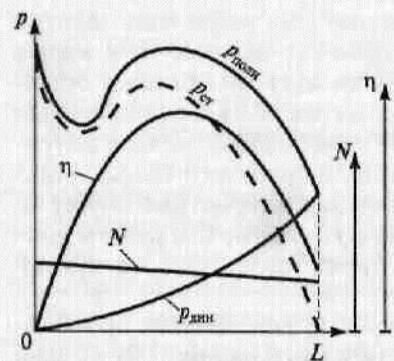


Рис. 7.8. Полная аэродинамическая характеристика осевого вентилятора

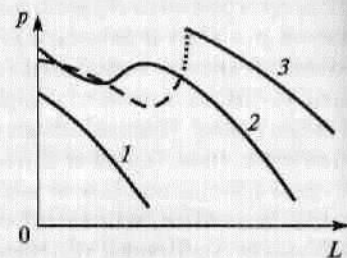


Рис. 7.9. Различные виды характеристик давления осевых вентиляторов:

1 — при малом угле установки лопаток рабочего колеса; 2 — при среднем угле; 3 — при большом угле

минимально допустимого КПД. Это обстоятельство сужает диапазон рабочих значений подачи.

7.3. Работа вентиляторов в сети. Определение рабочей точки. Способы регулирования подачи

Сетью называется система трубопроводов, а в отдельных случаях и специальных аппаратов, присоединенных к нагнетателю. Сети бывают простые, состоящие из одного или нескольких последовательно соединенных участков, и сложные, в которых имеются участки, присоединенные параллельно. В первом случае во всех участках сети будет один и тот же расход перемешиваемой среды, во втором случае расходы на отдельных участках различные. Каждая сеть характеризуется своими потерями давления, в том числе так называемыми внешними, т. е. потерями в выходных сечениях сети. Суммарные потери давления в сети определяют ее гидравлическое (аэродинамическое) сопротивление.

Как было показано ранее (см. подразд. 4.3, 4.4 и 6.5), характеристика сети представляет собой квадратичную параболу, начинающуюся из точки пересечения координатных осей. Для вентиляционной сети она описывается выражением

$$\Delta p = SL^2,$$

где S — коэффициент, характеризующий аэродинамическое сопротивление сети.

Режим работы вентилятора, так же как и насоса, определяют методом наложения его полной характеристики на характеристику $\Delta p = f(L)$ конкретной сети воздухопроводов (рис. 7.10). При этом находят точку их взаимного пересечения C , т. е. рабочую точку, которая определяет подачу L_c и давление p_c вентилятора при работе на данную сеть. Меняя характеристику сети, можно перемещать рабочую точку по характеристике вентилятора.

Существуют три способа регулирования подачи вентиляторов. *Первый способ* регулирования заключается в увеличении сопротивления сети с помощью какого-либо регулирующего устройства (шибера, дроссель-клапана и др.). При этом характеристика сети становится более крутой и рабочая точка смещается влево, т. е. подача вентилятора уменьшается.

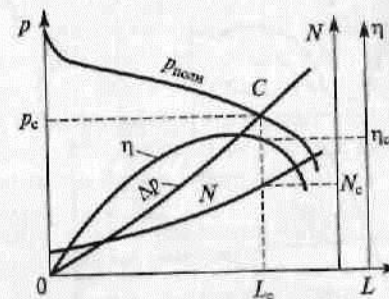


Рис. 7.10. Наложение полной характеристики вентилятора на характеристику сети

Изменяя характеристику сети, необходимо следить за тем, чтобы рабочая точка не переместилась в зону неустойчивого режима, когда возникает вероятность помпажных явлений, характеризующихся резкими колебаниями подачи и давления, что может привести к поломке вентилятора. Как уже отмечалось ранее, регулирование подачи путем изменения характеристики сети — самый неэкономичный, но весьма распространенный способ регулирования.

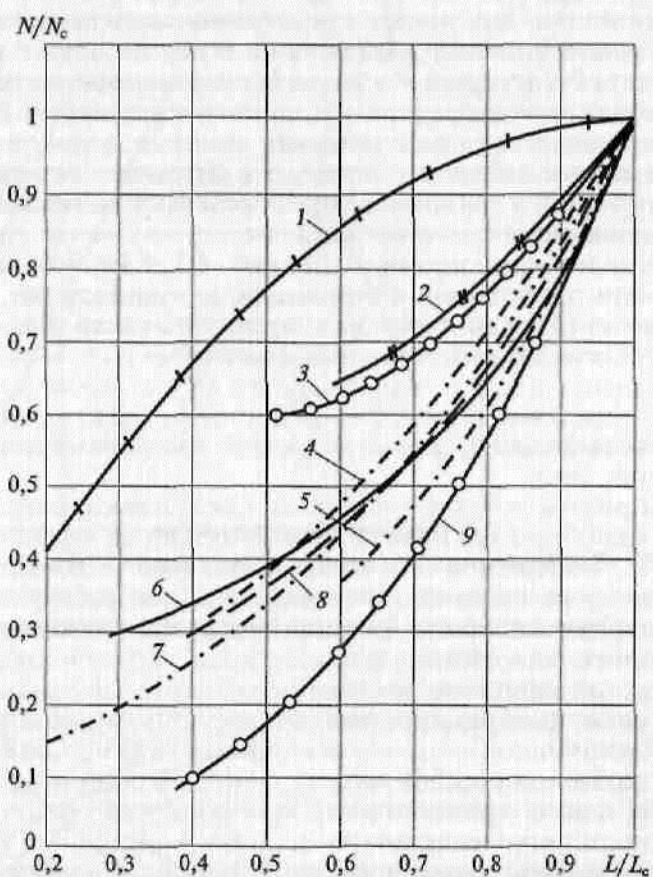


Рис. 7.11. Кривые изменения относительной мощности при различных способах регулирования подачи вентилятора:

1 — дроссель-клапаном; 2 — упрощенным осевым направляющим аппаратом; 3 — цилиндрическим патрубком; 4 — гидромуфтой; 5 — цилиндрическим направляющим аппаратом; 6 — осевым направляющим аппаратом; 7 — индукторной муфтой скольжения; 8 — упрощенным направляющим аппаратом; 9 — вариатором

Второй способ регулирования заключается в изменении характеристики вентилятора путем уменьшения частоты вращения рабочего колеса. При этом характеристика сети остается без изменения. Существуют различные устройства, которые могут быть использованы для указанной цели: многоскоростные электродвигатели; электродвигатели, плавно изменяющие частоту вращения; фрикционные передачи, в том числе вариаторы; гидромуфты и индукторные муфты скольжения и др.

Третий способ регулирования заключается в применении устройств, одновременно изменяющих характеристику как вентилятора, так и сети. Примерами таких устройств являются входные направляющие аппараты различного конструктивного исполнения.

Сопоставить эффективность различных способов регулирования можно с помощью рис. 7.11, на котором приведены кривые изменения относительной мощности в зависимости от относительной подачи. Рисунок наглядно демонстрирует, что дросселирование (кривая 1) — наиболее неэкономичный способ. Наиболее рациональным способом является использование вариатора (кривая 9) для клиноременного привода, однако его применение ограничено величиной передаваемой мощности (до 15 кВт). Неплохие показатели могут быть достигнуты, если подача регулируется осевыми направляющими аппаратами (кривая 6), гидромуфтами (кривая 4) и индукторными муфтами скольжения (кривая 7). Последним следует отдавать предпочтение при глубине регулирования $L/L_c > 0,75$.

7.4. Подбор вентиляторов. Определение мощности электродвигателя

Выбор вентилятора для конкретных условий заключается в определении его типоразмера и конструкции, обеспечивающих надежность, устойчивость, необходимую продолжительность эксплуатации, а также экономичность и допустимый уровень шума.

Для правильного выбора вентилятора необходимо знать его требуемую подачу, сопротивление сети, плотность перемещаемой среды, информацию о наличии в ней агрессивных или механических примесей, площадь, выделяемую для установки агрегата, тип привода и допустимую нагрузку на строительные конструкции.

Вентилятор с заданными параметрами выбирают по каталогам, в которых приведены универсальные совмещенные и индивидуальные характеристики серийных вентиляторов различных типоразмеров. Всегда желательно, чтобы частота вращения рабочего колеса вентилятора совпадала с частотой вращения электродвигателя. Для этого она должна соответствовать частотам стандартного ряда: 500, 600, 750, 1000, 1500 и 3000 мин⁻¹.

Порядок подбора вентилятора следующий. По заданным значениям подачи и давления определяют положение рабочей точки. Если она располагается между характеристиками, то ее переносят по вертикали на ближайшую стандартную характеристику. При значительных отклонениях давления производят корректировку и пересчет сопротивления сети. Также округляют КПД вентилятора и значение потребляемой мощности.

Если использовать клиноременную передачу в качестве привода, то положение рабочей точки можно не менять, так как требуемая частота вращения рабочего колеса достигается применением шкивов вентилятора и электродвигателя с расчетными диаметрами. Необходимое число клиновых ремней определяют специальным расчетом, исходя из того, что наибольшая мощность, передаваемая одним ремнем при максимальной скорости 25 м/с, составляет 33 кВт. При меньших скоростях передаваемая мощность уменьшается. Следует помнить, что рабочим участком характеристики является тот, на котором КПД вентилятора $\eta \geq 0,9\eta_{\max}$. Необходимо обеспечить расположение рабочей точки справа от точки перегиба характеристики вентилятора.

Хотя радиальные вентиляторы с рабочими колесами, лопажки которых загнуты назад, имеют более высокие значения КПД, встречаются случаи, когда использование вентиляторов с лопатками рабочего колеса, загнутыми вперед, может быть признано более целесообразным. Преимуществом таких вентиляторов является то, что они могут обеспечить требуемые подачу и давление при меньших размерах и более низкой частоте вращения. Таким образом, в определенных режимах они будут работать с меньшим шумом.

Экономичность работы вентиляторной установки зависит не только от правильного выбора вентилятора и режима его работы, но и от правильного выбора приводного электродвигателя. Мощность электродвигателя должна соответствовать требуемой, так как при уменьшении нагрузки его КПД снижается.

Потребляемая вентилятором мощность при подаче L , м³/ч, и полном давлении $p_{\text{полн}}$, Па, определяется по формуле

$$N = \frac{K_1 K_2 L p_{\text{полн}}}{3600 \cdot 1000 \eta}, \quad (7.14)$$

где K_1 — коэффициент запаса, учитывающий расхождение значений каталожного и фактического КПД вентилятора и принимаемый равным 1,05; K_2 — коэффициент, учитывающий неточность расчета сопротивления сети (по данным [6], для радиальных вентиляторов с лопатками, загнутыми вперед, $K_2 = 1,06$, а для вентиляторов с лопатками, загнутыми назад, и осевых $K_2 = 1$).

Установочная мощность электродвигателя рассчитывается с учетом типа передачи:

$$N_{\text{уст}} = \frac{N}{\eta_{\text{пер}}}, \quad (7.15)$$

где $\eta_{\text{пер}}$ — КПД передачи (если рабочее колесо вентилятора размещено непосредственно на валу электродвигателя, то $\eta_{\text{пер}} = 1,0$; при муфтовом соединении вала вентилятора с валом электродвигателя $\eta_{\text{пер}} = 0,98$; при клиноременной передаче $\eta_{\text{пер}} = 0,95$).

Следует иметь в виду, что при повышении температуры окружающей среды вводят коэффициент запаса на установочную мощность: при $t = 40^\circ\text{C}$ $K = 1,1$; при $t = 45^\circ\text{C}$ $K = 1,2$; при $t = 50^\circ\text{C}$ $K = 1,25$.

Пример 7.1. Определить давление, развиваемое центробежным вентилятором, если коэффициент давления $\psi = 0,9$, частота вращения рабочего колеса $n = 1450$ мин⁻¹, наружный диаметр колеса $D_2 = 0,4$ м, а плотность воздуха $\rho = 1,2$ кг/м³.

Решение. Окружная скорость на наружном диаметре рабочего колеса

$$u_2 = \pi D_2 n / 60 = 3,14 \cdot 0,4 \cdot 1450 / 60 = 30,4 \text{ м/с.}$$

По формуле (7.6) определяем давление, развиваемое вентилятором:

$$p_{\text{полн}} = 1,2 \cdot 0,9 \cdot 30,4^2 = 998 \text{ Па.}$$

Пример 7.2. Определить критерий быстроходности вентилятора, если его подача $L = 2$ м³/с, давление $p_{\text{полн}} = 736$ Па и частота вращения рабочего колеса $n = 1435$ мин⁻¹.

Решение. Критерий быстроходности находим по формуле (7.13):

$$n_{\text{уд}} = 5,5 \frac{\sqrt{2} \cdot 1435}{736^{3/4}} = 79,2.$$

Следовательно, можно выбрать центробежный вентилятор.

Контрольные вопросы

1. Что называется вентилятором?
2. Какие бывают типы вентиляторов?
3. Объясните принцип работы центробежного вентилятора.
4. По каким признакам классифицируют радиальные вентиляторы?
5. Объясните принцип работы осевого вентилятора.
6. Назовите преимущества диаметральных вентиляторов.
7. Что указывается в обозначении вентилятора?
8. Перечислите основные технические характеристики вентиляторов.
9. Напишите формулу для определения полного давления, развиваемого вентилятором. Объясните смысл всех входящих в нее элементов.
10. Как определить мощность вентилятора?
11. Как определить установочную мощность электродвигателя?
12. Что такое быстроходность вентилятора?

13. От каких параметров потока зависит коэффициент давления? В каких пределах изменяются его значения у осевых и радиальных вентиляторов?

14. Изменение каких параметров отражает полная характеристика вентилятора?

15. Что представляет собой универсальная аэродинамическая характеристика центробежного вентилятора?

16. Каким методом определяют режим работы вентилятора в сети воздухопроводов?

17. Как можно переместить рабочую точку по характеристике вентилятора?

18. Назовите основные способы регулирования подачи вентиляторов. Дайте их краткую характеристику.

19. Как выбирают вентилятор?

20. Как определить потребляемую вентилятором мощность?

Раздел III

ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

Глава 8

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

8.1. Общие понятия и определения

Теплотехника — научная дисциплина, изучающая методы получения, преобразования, передачи и использования теплоты. Теплотехника является также отраслью техники, охватывающей конструирование, производство и эксплуатацию теплового оборудования.

Существуют два направления использования теплоты: энергетическое и технологическое.

Энергетическое использование теплоты изучает научная дисциплина *техническая термодинамика*. В основе такого использования лежит физический процесс преобразования теплоты в механическую работу. Энергетические устройства, которые осуществляют это преобразование, называются тепловыми двигателями.

Технологическое использование теплоты изучает научная дисциплина, которая называется *теорией теплопередачи*. Такое использование направлено на изменение физико-химических свойств материала (тела) при осуществлении различных технологических процессов. К устройствам, в которых подвод теплоты применяется для технологических целей, относятся различные печи, сушилки, отопительные приборы, калориферы и т. д.

Техническая термодинамика и теория теплопередачи в совокупности составляют теоретическую часть теплотехники.

Энергией называют количественную меру форм движения материи. Поэтому применяемое в технической литературе разделение энергии на тепловую, механическую, электрическую, атомную и другие виды носит условный характер.

Превращение тепловой энергии в механическую в тепловых двигателях осуществляется при помощи так называемого *рабочего тела*, в качестве которого используются газы и пары, так как они обладают значительным коэффициентом объемного расширения. При изучении термодинамических процессов рабочими телами называют вещества, используемые для превращения теплоты в работу.

В качестве объекта исследования при таком изучении выбирают группу тел (или тело), обладающих способностью обмениваться энергией. Этот объект называют *термодинамической системой*. В зависимости от условий взаимодействия с другими системами различают открытые и изолированные термодинамические системы. *Открытой* называют систему, которая имеет возможность обмениваться энергией с другими системами, *изолированной* — систему, не имеющую возможность обмениваться энергией с другими системами.

Параметры, характеризующие состояние тел (давление, температура, удельный объем), называют *термодинамическими*.

В технической термодинамике изучают только *равновесные процессы*. Под равновесным понимают процесс, в котором при подведении энергии к рабочему телу (газу, пару) или ее отборе в каждый момент времени давление, плотность и температура рабочего тела (газа, пара) одинаковы по всей его массе или, что то же самое, находятся в каждый момент времени в равновесном состоянии. С точки зрения поведения молекул газа и пара равновесным состоянием считают такое, при котором эти молекулы равномерно распределены по всему объему. Именно в этом случае рабочее тело (газ, пар) будет иметь одинаковые давление, плотность и температуру по всему объему.

Равновесные процессы одновременно являются и *обратимыми*. Обратимым называется такой процесс, в котором при подаче энергии к рабочему телу и последующем ее отборе (или наоборот) рабочее тело в процессе расширения и последующего сжатия (или наоборот) проходит через одни и те же промежуточные равновесные состояния.

Все протекающие вокруг нас процессы являются *необратимыми* и их изучают путем замены на такие обратимые процессы, которые приводят термодинамическую систему к одинаковым конечным состояниям рабочего тела. Указанная замена необратимых процессов на обратимые выполняется на практике с целью упрощения математических расчетов.

Цикл — это процесс, при котором рабочее тело путем расширения и последующего сжатия приходит в первоначальное состояние.

8.2. Основные параметры состояния газа

В термодинамике принято подразделять газы на реальные и идеальный.

Реальные газы — это газы, молекулы которых обладают силами взаимодействия и имеют конечные, хотя и весьма малые, геометрические размеры.

Идеальный газ — это газ, молекулы которого не обладают силами взаимодействия, а сами молекулы представляют собой материальные точки с бесконечно малыми объемами.

Реальные газы, наиболее часто встречающиеся в практике, при выполнении теплотехнических расчетов вполне допустимо считать идеальными. Это значительно упрощает решение задач. Исключение составляет водяной пар. Когда он является составной частью газовых смесей, например в продуктах сгорания топлива или в атмосферном воздухе, его можно отождествлять с идеальным газом. Когда же водяной пар является рабочим телом в паровых двигателях или теплоносителем в теплообменных аппаратах, его состояние близко к состоянию жидкости и к нему уже не применимы законы идеального газа.

К основным параметрам состояния газов относятся давление p , температура T и удельный объем w .

Если изменить термодинамическое состояние системы (рабочего тела), т.е. подвести или отнять теплоту, сжать газ или дать ему возможность расшириться, то ее параметры изменят свои значения.

Давление. Этот параметр представляет собой силу, действующую на единицу площади поверхности, направленную по нормали к ней (см. подразд. 2.1). Давление газа — результат воздействия молекул газа на внутреннюю поверхность стенок сосуда, в котором он заключен. Свойство оказывать давление на стенки сосуда позволяет использовать газ в качестве рабочего тела в процессах преобразования энергии.

В термодинамике пользуются абсолютным давлением $p_{абс}$. В технике различают абсолютное давление $p_{абс}$ и избыточное $p_{изб}$, которое может быть больше или меньше атмосферного (см. подразд. 2.7).

Давление газа в сосуде можно измерить с помощью U-образной трубки с жидкостью, открытый конец которой сообщается с атмосферой. Если давление в сосуде выше атмосферного (рис. 8.1, а), то оно будет уравновешено столбом жидкости высотой h . Следовательно,

$$p_{абс} = p_б + g\rho h, \quad (8.1)$$

где $p_{абс}$ — абсолютное (полное) давление газа в сосуде; $p_б$ — атмосферное (барометрическое) давление; g — ускорение свободного падения в данной местности; ρ — плотность жидкости; h — высота столба жидкости.

Произведение $g\rho h$ представляет собой избыточное давление, т.е.

$$p_{абс} = p_б + p_{изб}$$

или

$$p_{изб} = p_{абс} - p_б. \quad (8.2)$$

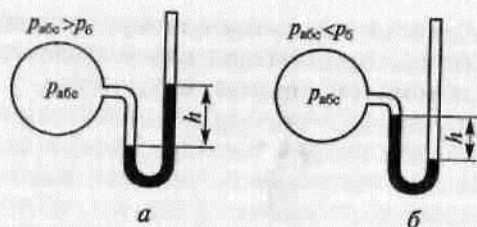


Рис. 8.1. Измерение давления в сосуде:

a — давление газа выше атмосферного; *б* — давление газа ниже атмосферного

Если давление газа в сосуде меньше атмосферного (рис. 8.1, *б*), то будет иметь место разрежение (вакуум), т. е. $p_{изб}$ примет отрицательное значение:

$$p_{абс} = p_б - g\rho h$$

или

$$p_{изб} = -g\rho h. \quad (8.3)$$

Температура. Этот параметр характеризует степень нагретости тела. Он определяется средней кинетической энергией движения молекул газа.

Для измерения температуры используют две температурные шкалы: термодинамическую и международную практическую. За нуль абсолютной температуры (0 К) принята температура вещества, в котором отсутствует хаотическое тепловое движение молекул и атомов. По этой шкале (Кельвина) температура всегда положительна ($T > 0$).

Нуль температуры по международной практической шкале (шкале Цельсия) соответствует температуре плавления льда при $p_б = 101,325 \text{ Па}$ (760 мм рт. ст.); температура кипения воды — 100°C .

Соотношение между значениями температуры, измеренной по этим шкалам, определяется выражением

$$T = t + 273,15, \quad (8.4)$$

где T — абсолютная температура, К; t — температура по шкале Цельсия, $^\circ\text{C}$.

Величина градуса в обеих шкалах одинакова, следовательно, $\Delta T = \Delta t$.

Удельный объем. Если в объеме W , м^3 , занимаемом газом, содержится масса m , кг, этого газа, то его удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$,

$$w = \frac{W}{m}. \quad (8.5)$$

Таким образом, удельный объем — это объем, занимаемый единицей массы вещества.

Величина, обратная удельному объему, является плотностью газа ρ , $\text{кг}/\text{м}^3$, которая представляет собой массу газа, заключенного в единице объема (см. подразд. 1.1):

$$\rho = \frac{m}{W}. \quad (8.6)$$

8.3. Уравнение состояния идеального газа

Из курса физики известны основные законы идеального газа.

Закон Бойля—Мариотта утверждает, что произведение абсолютного давления идеального газа на его удельный объем при постоянной температуре есть величина постоянная:

$$pw = \text{const}. \quad (8.7)$$

Закон Гей-Люссака гласит, что при постоянном давлении удельный объем идеального газа изменяется прямо пропорционально изменению абсолютной температуры:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (8.8)$$

Закон Шарля заключается в том, что при постоянном удельном объеме абсолютное давление идеального газа изменяется прямо пропорционально изменению абсолютной температуры:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (8.9)$$

Используя эти законы, можно получить уравнение состояния идеального газа.

Предположим, что 1 кг газа переходит из состояния, характеризующегося параметрами p_1 , w_1 , T_1 в состояние с параметрами p_2 , w_2 , T_2 . Допустим, что этот переход происходит сначала при постоянной температуре T_1 до достижения промежуточного удельного объема w' , а затем при постоянном давлении p_2 до конечного удельного объема w_2 .

Тогда по закону Бойля—Мариотта при $T_1 = \text{const}$

$$p_1 w_1 = p_2 w' \text{ или } w' = p_1 w_1 / p_2.$$

В соответствии с законом Гей-Люссака при $p_2 = \text{const}$

$$\frac{w}{w_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } w = \frac{w_2 T_1}{T_2}.$$

Приравняв полученные выражения, для w' будем иметь

$$p_1 w_1 / p_2 = w_2 T_1 / T_2. \quad (8.10)$$

Преобразовав уравнение (8.10), получим

$$p_1 w_1 / T_1 = p_2 w_2 / T_2, \quad (8.11)$$

откуда следует, что

$$\frac{pw}{T} = \text{const}, \quad (8.12)$$

т.е. отношение произведения абсолютного давления газа и его удельного объема к абсолютной температуре есть величина постоянная. Для 1 кг газа ее обозначают R и называют *удельной газовой постоянной*:

$$\frac{pw}{T} = R, \quad (8.13)$$

или

$$pw = RT. \quad (8.14)$$

Формулу (8.14) называют уравнением состояния идеального газа, или уравнением Клапейрона, — ученого, предложившего это уравнение.

Газовая постоянная R — величина постоянная для каждого газа. Значения ее для большинства газов приведены в справочной литературе.

По закону Авогадро в равных объемах различных газов при одинаковых давлениях и температурах содержится одинаковое число молекул. Из этого следует, что плотности газов при одинаковых давлениях и температурах пропорциональны их молекулярным массам M (массам молекул, выраженным в атомных единицах массы), т.е.

$$M_1/\rho_1 = M_2/\rho_2 \text{ или } M_1 w_1 = M_2 w_2 = \text{idem}.$$

Значения молекулярных масс и плотностей некоторых газов при нормальных физических условиях приведены в табл. 8.1.

Молярная масса представляет собой отношение массы к количеству вещества. Единицей количества вещества в СИ является моль, поэтому молярная масса, обозначаемая μ , измеряется в кг/моль или кг/кмоль. Числовое значение молярной массы, выраженной в кг/кмоль, равно молекулярной массе. Произведение μw есть объем моля (киломоля) газа.

Закон Авогадро можно сформулировать и так: объем киломоля различных газов при аналогичных физических условиях одинаков. Объем киломоля всех газов при нормальных физических условиях (НФУ: $p = 760$ мм рт. ст. = 1,013 бар = 101,325 кПа; $t = 0^\circ \text{C}$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$) равен 22,4146 м³.

Умножив обе части уравнения состояния идеального газа (8.14) на m и приняв во внимание, что $wm = W$, получим уравнение состояния для любой массы газа

Таблица 8.1

Молекулярная масса и плотность некоторых газов при нормальных физических условиях

Газ	Химическая формула	Относительная молекулярная масса, M		Плотность ρ , кг/м ³
		Точное значение	Округленное значение	
Водород	H ₂	2,01594	2	0,0899
Метан	CH ₄	16,04313	16	0,7168
Аммиак	NH ₃	17,03061	17	0,6614
Азот	N ₂	28,0134	28	1,2505
Воздух	—	28,96	29	1,2928
Кислород	O ₂	31,9988	32	1,4290
Углекислый	CO ₂	44,0079	44	1,9770
Оксид углерода	CO	28,01055	28	1,2500
Сернистый	SO ₂	64,0628	64	2,9263

$$pW = mRT. \quad (8.15)$$

Заменяв объем газа его молярным объемом W_μ , м³/кмоль, а массу — молярной массой μ , кг/кмоль, получим уравнение состояния для 1 кмоль газа:

$$pW_\mu = \mu RT. \quad (8.16)$$

Уравнение в таком виде было получено Д. И. Менделеевым. Из этого уравнения определяется универсальная газовая постоянная

$$R_0 = \mu R = \frac{pW_\mu}{T}. \quad (8.17)$$

При нормальных физических условиях универсальная газовая постоянная

$$R_0 = \frac{101325 \cdot 22,4146}{273,15} = 8315 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Отсюда удельная газовая постоянная, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$,

$$R = \frac{8315}{\mu}. \quad (8.18)$$

Из этой формулы хорошо видно, что для каждого газа удельная газовая постоянная имеет свое вполне определенное значение. Для некоторых газов и водяного пара эти значения даны в табл. 8.2.

Таблица 8.3

Удельные газовые постоянные некоторых газов и водяного пара

Газ	Химическая формула	Удельная газовая постоянная R , Дж/(кг·К)	Газ	Химическая формула	Удельная газовая постоянная R , Дж/(кг·К)
Водород	H ₂	4124,30	Углекислый	CO ₂	188,90
Метан	CH ₄	518,25	Оксись	CO	296,80
Аммиак	NH ₃	488,20	углерода		
Азот	N ₂	296,80	Сернистый	SO ₂	129,8
Воздух	—	287,10	Водяной	H ₂ O	461,50
Кислород	O ₂	259,80	пар		

8.4. Газовые смеси

Рабочее тело, как правило, представляет собой смесь нескольких газов. Например, в двигателях внутреннего сгорания в состав продуктов сгорания, являющихся рабочим телом, входят водород, кислород, азот, окись углерода, углекислый газ и пары воды. Если считать, что каждый компонент подчиняется уравнению состояния идеального газа и компоненты химически не реагируют между собой, то, согласно закону Дальтона, давление смеси газов $p_{см}$ равно сумме парциальных давлений отдельных компонентов смеси:

$$p_{см} = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^{i=n} p_i, \quad (8.19)$$

где p_1, p_2, \dots, p_n — парциальные давления компонентов смеси; n — число компонентов смеси.

Парциальным называется давление компонента, которое он создавал бы, находясь один в объеме, занимаемом смесью, при температуре смеси. Закон Дальтона справедлив только для идеального газа.

Состав газовой смеси может быть задан массовыми или объемными долями.

Отношение массы i -го компонента m_i к массе смеси $m_{см}$ определяет массовую долю этого компонента g_i , т. е. $g_i = m_i/m_{см}$. Тогда

$$\sum_{i=1}^{i=n} g_i = 1. \quad (8.20)$$

Объем смеси и объем каждого компонента одинаковы и по отдельности равны объему сосуда, в котором находится смесь газов. При этом температуры смеси и компонентов также одинако-

вы, а давления разные. Для того чтобы сопоставить компоненты смеси газов по объему, нужно, чтобы они находились при одинаковом давлении, в качестве которого обычно принимают давление смеси. Объемы компонентов при давлении смеси называют *парциальными объемами*. Если объем смеси $W_{см}$, а объем i -го компонента W_i , то его объемная доля $r_i = W_i/W_{см}$.

Чтобы определить $\sum_{i=1}^{i=n} r_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{W_i}{W_{см}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} W_i}{W_{см}}$, нужно найти сумму

парциальных объемов. Согласно закону Бойля — Мариотта, для двух состояний i -го компонента, т. е. когда i -й газ занимает объем смеси и находится под парциальным давлением и когда он занимает парциальный объем при давлении смеси, имеем

$$p_i W_{см} = p_{см} W_i. \quad (8.21)$$

Если последнее уравнение записать для каждого компонента смеси и эти уравнения просуммировать, то получим $\sum_{i=1}^{i=n} p_i W_{см} =$

$= \sum_{i=1}^{i=n} p_{см} W_i$. Так как, согласно уравнению (8.19), $\sum_{i=1}^{i=n} p_i = p_{см}$, то

$$\sum_{i=1}^{i=n} W_i = W_{см}. \text{ Следовательно, } \sum_{i=1}^{i=n} r_i = 1.$$

Для упрощения расчетов, связанных с газовыми смесями, представим смесь состоящей из однородных средних молекул, которые по количеству и суммарной массе эквивалентны действительной газовой смеси. Введем понятие молярной массы газовой смеси $\mu_{см}$ и выразим ее через массовые и объемные доли компонентов. Пусть $K_{см}$ — число киломолей газовой смеси, K_i — число киломолей i -го компонента. Таким образом, $K_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} K_i$. Тогда

$$\mu_{см} = \frac{m_{см}}{K_{см}} = \frac{m_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} K_i} = \frac{m_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i}{\mu_i}},$$

откуда

$$\mu_{см} = 1 / \sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{\mu_i}. \quad (8.22)$$

Чтобы выразить $\mu_{см}$ через объемные доли, примем, что $W_{см} = 1 \text{ м}^3$.

Тогда

$$r_i = W_i/W_{см} = W_i; \quad m_{см} = p_{см} W_{см} = p_{см}.$$

Поскольку $m_{см} = \sum m_i$, а $m_i = \rho_i W_i = \rho_i r_i$, то

$$\rho_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} \rho_i r_i. \quad (8.23)$$

Так как $\rho_{см} = \mu_{см}/(\mu w)_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} r_i \frac{\mu_i}{(\mu w)_i}$, а согласно закону Авогадро $(\mu w)_i = (\mu w)_{см} = idem$, то

$$\mu_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} r_i \mu_i. \quad (8.24)$$

Газовая постоянная смеси газов

$$R_{см} = \frac{8315}{\mu_{см}} = \frac{8315}{1 / \sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{\mu_i}} = 8315 \sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{\mu_i} = 8315 \sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{8315/R_i}.$$

Отсюда

$$R_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} g_i R_i. \quad (8.25)$$

Плотность через массовые доли можно выразить следующим образом:

$$\rho_{см} = \frac{m_{см}}{W_{см}} = \frac{m_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} W_i} = \frac{m_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i}{\rho_i}} = \frac{m_{см}}{m_{см} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{\rho_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{\rho_i}}. \quad (8.26)$$

Удельный объем смеси $w_{см}$ есть величина, обратная $\rho_{см}$.

Парциальное давление i -го компонента смеси определяется из уравнения (8.21):

$$p_i = p_{см} W_i / W_{см} = r_i p_{см}. \quad (8.27)$$

Чтобы выразить p_i через массовые доли, напишем уравнение состояния газа (8.15) для смеси и i -го компонента:

$$p_{см} W_{см} = m_{см} R_{см} T;$$

$$p_i W_{см} = m_i R_i T.$$

Разделив второе равенство на первое, получим

$$\frac{p_i}{p_{см}} = \frac{m_i R_i}{m_{см} R_{см}},$$

откуда

$$p_i = p_{см} g_i \frac{R_i}{R_{см}} = g_i p_{см} \frac{\mu_{см}}{\mu_i}. \quad (8.28)$$

Для определения массовых долей смеси по объемным долям и наоборот при известном массовом составе имеются соответствующие формулы перехода:

$$g_i = \frac{r_i \mu_i}{\sum_{i=1}^{i=n} r_i \mu_i}; \quad (8.29)$$

$$r_i = \frac{g_i / \mu_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{g_i}{\mu_i}}. \quad (8.30)$$

Полученные зависимости позволяют производить все необходимые расчеты газовых смесей.

8.5. Теплоемкость. Количество теплоты

Удельной теплоемкостью называется количество теплоты, которое необходимо подвести к единице количества вещества (1 кг, 1 м³, 1 кмоль) или отобрать у нее, чтобы изменить ее температуру на один градус. В зависимости от того, что выбрано за единицу количества вещества, различают массовую c , объемную c' и киломолярную mc теплоемкости, размерности которых соответственно кДж/(кг·К), кДж/(м³·К) и кДж/(кмоль·К).

Теплоемкость идеального газа не зависит от давления, а зависит только от температуры. Каждому значению температуры газа соответствует свое значение теплоемкости, которое называется *истинной теплоемкостью*. Математически это можно записать следующим образом:

$$c = \frac{dq}{dt}, \quad (8.31)$$

т. е. истинная массовая теплоемкость — это отношение бесконечно малого количества теплоты dq , подведенного к единице массы газа при температуре t и вызвавшего изменение его температуры на бесконечно малую величину dt , к самой этой величине dt . Зависимость теплоемкости от температуры имеет нелинейный характер, однако в теплотехнических расчетах эту зависимость считали линейной, представляя ее в виде

$$c = a + bt, \quad (8.32)$$

где a и b — коэффициенты, значения которых для различных газов приведены в теплотехнических справочниках.

Истинные удельные теплоемкости некоторых газов и водяного пара в диапазоне температур от -50 до 1500 °С даны в табл. 8.3—8.5.

Таблица 8.3

Истинные удельные теплоемкости воздуха и азота

Воздух ($M = 28,960$)				Азот (N_2) ($M = 28,013$)			
Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$	Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$
	изобарная (c_p)	изохорная (c_w)			изобарная (c_p)	изохорная (c_w)	
-50	1,0019	0,7147	1,402	-50	1,0387	0,7419	1,400
0	1,0032	0,7159	1,401	0	1,0387	0,7419	1,400
50	1,0057	0,7184	1,399	50	1,0400	0,7432	1,399
100	1,0098	0,7226	1,397	100	1,0421	0,7444	1,399
200	1,0241	0,7309	1,389	200	1,0517	0,7549	1,393
300	1,0446	0,7574	1,379	300	1,0693	0,7725	1,384
400	1,0680	0,7808	1,368	400	1,0911	0,7942	1,374
500	1,0919	0,8047	1,357	500	1,1158	0,8189	1,362
600	1,1149	0,8277	1,347	600	1,1396	0,8428	1,352
700	1,1355	0,8487	1,338	700	1,1618	0,8633	1,344
800	1,1547	0,8075	1,331	800	1,1824	0,8855	1,335
900	1,1706	0,8834	1,325	900	1,1999	0,9031	1,329
1000	1,1844	0,8972	1,320	1000	1,2154	0,9186	1,323
1100	1,1970	0,9098	1,315	1100	1,2292	0,9324	1,318
1200	1,2079	0,9207	1,312	1200	1,2414	0,9445	1,314
1300	1,2179	0,9307	1,308	1300	1,2518	0,9550	1,311
1400	1,2267	0,9295	1,305	1400	1,2615	0,9646	1,308
1500	1,2347	0,9475	1,303	1500	1,2034	0,9726	1,306

Таблица 8.4

Истинные удельные теплоемкости кислорода и двуокиси углерода

Кислород (O_2) ($M = 31,998$)				Двуокись углерода (CO_2) ($M = 44,0079$)			
Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$	Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$
	изобарная (c_p)	изохорная (c_w)			изобарная (c_p)	изохорная (c_w)	
-50	0,9102	0,6502	1,400	-50	0,7612	0,5723	1,330
0	0,9136	0,6536	1,398	0	0,8173	0,6284	1,301
50	0,9215	0,6615	1,393	50	0,8688	0,6799	1,278
100	0,9328	0,6728	1,386	100	0,9156	0,7268	1,260
200	0,9630	0,7030	1,370	200	0,9948	0,8060	1,235
300	0,9948	0,7348	1,354	300	1,0601	0,8713	1,217
400	1,0237	0,7637	1,340	400	1,1137	0,9249	1,204
500	1,0480	0,7880	1,330	500	1,1585	0,9697	1,194
600	1,0689	0,8089	1,321	600	1,1962	1,0073	1,188
700	1,0860	0,8260	1,314	700	1,2276	1,0387	1,182
800	1,0999	0,8399	1,309	800	1,2544	1,0655	1,177
900	1,1120	0,8520	1,304	900	1,2766	1,0877	1,174
1000	1,1225	0,8625	1,303	1000	1,2958	1,1070	1,171

Окончание табл. 8.4

Кислород (O_2) ($M = 31,998$)				Двуокись углерода (CO_2) ($M = 44,0079$)			
Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$	Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$
	изобарная (c_p)	изохорная (c_w)			изобарная (c_p)	изохорная (c_w)	
1100	1,1317	0,8717	1,298	1100	1,3126	1,1237	1,168
1200	1,1401	0,8801	1,295	1200	1,3264	1,1376	1,166
1300	1,1476	0,8876	1,293	1300	1,3389	1,1501	1,164
1400	1,1551	0,8951	1,290	1400	1,3494	1,1606	1,163
1500	1,1627	0,9027	1,288	1500	1,3590	1,1702	1,161

Таблица 8.5

Истинные удельные теплоемкости водорода и водяного пара

Водород (H_2) ($M = 2,0159$)				Водяной пар (H_2O) ($M = 18,014$)			
Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$	Температура, °С	Удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)		$k = c_p/c_w$
	изобарная (c_p)	изохорная (c_w)			изобарная (c_p)	изохорная (c_w)	
-50	13,808	9,684	1,425	0	1,8606	1,3992	1,330
0	14,189	10,065	1,410	50	1,8711	1,4097	1,327
50	14,365	10,241	1,403	100	1,8899	1,4285	1,323
100	14,436	10,312	1,400	200	1,9393	1,4779	1,312
200	14,499	10,375	1,398	300	2,0000	1,5380	1,300
300	14,532	10,408	1,396	400	2,0649	1,6035	1,287
400	14,578	10,454	1,394	500	2,1328	1,6714	1,276
500	14,658	10,534	1,392	600	2,2027	1,7413	1,265
600	14,779	10,655	1,387	700	2,2734	1,8120	1,255
700	14,938	10,814	1,381	800	2,3442	1,8828	1,245
800	15,118	10,994	1,375	900	2,4133	1,9519	1,236
900	15,320	11,196	1,369	1000	2,4794	2,0180	1,229
1000	15,525	11,401	1,362	1100	2,5418	2,0804	1,222
1100	15,734	11,610	1,355	1200	2,6000	2,1386	1,216
1200	15,952	11,828	1,349	1300	2,6540	2,1926	1,211
1300	16,165	12,041	1,342	1400	2,7038	2,2424	1,206
1400	16,374	12,250	1,337	1500	2,7495	2,2881	1,202
1500	16,580	12,456	1,331				

Количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг газа от температуры t_1 до температуры t_2 , можно определить с помощью средней теплоемкости газа c_m в данном интервале температур:

$$q = c_m (t_2 - t_1); \quad (8.33)$$

$$c_m = \frac{c_1 + c_2}{2} = a + b \frac{t_1 + t_2}{2}, \quad (8.34)$$

где c_1 и c_2 — значения истинных теплоемкостей при температурах t_1 и t_2 .

Между массовой c , объемной c' и киломолярной μc удельными теплоемкостями существуют следующие соотношения:

$$c = \mu c / \mu; \quad (8.35)$$

$$c' = \mu c / 22,4; \quad (8.36)$$

$$c' = c p. \quad (8.37)$$

Теплоемкость газообразных веществ в значительной степени зависит от внешних условий, при которых подводится и отводится теплота. Наиболее важное значение представляют собой процессы, протекающие при постоянном объеме (изохорный процесс) и при постоянном давлении (изобарный процесс) газа. Удельная массовая теплоемкость в первом случае называется *изохорной* и обозначается c_w , а во втором — *изобарной* и обозначается c_p . Также различают объемные (c'_w и c'_p) и киломолярные (μc_w и μc_p) изохорные и изобарные теплоемкости.

Для изменения температуры одного и того же количества газа на 1°C требуется различное количество теплоты в зависимости от того, как будет протекать процесс — при постоянном объеме или постоянном давлении газа. При изохорном нагревании объем газа остается постоянным, т. е. газ не совершает никакой работы против внешних сил. При изобарном нагревании газ, расширяясь, совершает определенную работу, например перемещает поршень в цилиндре. Очевидно, что во втором случае для нагревания газа до определенной температуры потребуется больше теплоты, чем при изохорном процессе.

Как указывалось ранее, часто в реальных условиях приходится производить теплотехнические расчеты для газовых смесей, поэтому необходимо уметь определять теплоемкость газовой смеси.

Так как теплота, расходуемая на нагревание 1 кг газовой смеси, идет на нагревание всех компонентов, находящихся в смеси, то удельная теплоемкость смеси равна сумме произведений удельных теплоемкостей отдельных компонентов и их массовых или объемных долей. Таким образом, массовая теплоемкость смеси

$$c_{\text{см}} = c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_n g_n = \sum_{i=1}^{i=n} c_i g_i, \quad (8.38)$$

где g_i — массовая доля i -го компонента смеси.

Объемную теплоемкость можно вычислить по аналогичной формуле:

$$c'_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{i=n} c'_i r_i, \quad (8.39)$$

где r_i — объемная доля i -го компонента смеси.

Пример 8.1. Определить объем газа, если его масса 2 кг, а плотность $0,95 \text{ кг/м}^3$.

Решение. Объем газа определяем из уравнения (8.6):

$$W = \frac{m}{\rho} = \frac{2}{0,95} = 2,1 \text{ м}^3.$$

Пример 8.2. Определить объем баллона, в котором содержится 2 кг кислорода под давлением 10 МПа при температуре 20°C .

Решение. Удельную газовую постоянную R кислорода находим по табл. 8.2. Из уравнения состояния (8.15) имеем

$$W = \frac{mRT}{p} = \frac{2 \cdot 259,8(20 + 273,15)}{10^7} = 0,0152 \text{ м}^3.$$

Пример 8.3. Сухие продукты сгорания имеют следующий массовый состав: $m_{\text{CO}_2} = 3,20 \text{ кг}$; $m_{\text{CO}} = 1,01 \text{ кг}$; $m_{\text{O}_2} = 1,33 \text{ кг}$; $m_{\text{N}_2} = 17,40 \text{ кг}$.

Определить массовые доли компонентов смеси газов, молярную массу и удельную газовую постоянную смеси.

Решение. Масса газовой смеси $m_{\text{см}} = m_{\text{CO}_2} + m_{\text{CO}} + m_{\text{O}_2} + m_{\text{N}_2} = 3,20 + 1,01 + 1,33 + 17,40 = 22,94 \text{ кг}$.

Массовые доли компонентов:

$$g_{\text{CO}_2} = \frac{m_{\text{CO}_2}}{m_{\text{см}}} = \frac{3,20}{22,94} = 0,140; \quad g_{\text{CO}} = \frac{1,01}{22,94} = 0,044; \quad g_{\text{O}_2} = \frac{1,33}{22,94} = 0,058; \quad g_{\text{N}_2} = \frac{17,40}{22,94} = 0,758.$$

Произведем проверку выполненных вычислений:

$\sum_{i=1}^{i=n} g_i = 0,140 + 0,044 + 0,058 + 0,758 = 1,000$, что согласуется с формулой (8.20).

Используя данные табл. 8.1, находим молярные массы компонентов:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{CO}_2} &= 44,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; & \mu_{\text{CO}} &= 28,01 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \\ \mu_{\text{O}_2} &= 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; & \mu_{\text{N}_2} &= 28,01 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}. \end{aligned}$$

Молярная масса смеси в соответствии с уравнением (8.22)

$$\begin{aligned} \mu_{\text{см}} &= \frac{1}{\frac{0,140}{44,01 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,044}{28,01 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,058}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,758}{28,01 \cdot 10^{-3}}} = \\ &= 29,74 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 29,74 \text{ кг/кмоль}. \end{aligned}$$

Удельная газовая постоянная смеси

$$R_{\text{см}} = \frac{8315}{\mu_{\text{см}}} = \frac{8315}{29,74} = 279,6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Контрольные вопросы

1. Что изучает теплотехника?
2. Какие научные дисциплины составляют теоретическую часть теплотехники?
3. Какой физический процесс лежит в основе энергетического использования теплоты? Как называются энергетические устройства, в которых осуществляется этот физический процесс?
4. В каких устройствах подвод теплоты осуществляется для технологических целей?
5. Дайте определение энергии.
6. Что такое термодинамическая система? Какие термодинамические системы по условиям взаимодействия с другими термодинамическими системами вы знаете?
7. Почему в качестве рабочего тела в тепловых двигателях используются газы и пары?
8. Что такое реальный и идеальный газы?
9. В каких случаях водяной пар можно считать идеальным газом, а в каких нет?
10. Какие температурные шкалы применяют для измерения температуры?
11. Сформулируйте закон Бойля—Мариота.
12. Что утверждает закон Гей-Люссака?
13. Сформулируйте закон Шарля.
14. Какие параметры связывает уравнение идеального газа Клапейрона?
15. Какое давление называется парциальным?
16. Как определить массовые доли компонентов смеси по их объемным долям и массовому составу?
17. Дайте определение удельной теплоемкости.
18. Объясните понятия изохорной и изобарной теплоемкостей.
19. Как определить массовую и объемную теплоемкости смеси?

Глава 9

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ И ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

9.1. Понятие о термодинамических процессах

Как было отмечено в подразд. 8.1, в процессе превращения тепловой энергии в механическую участвует рабочее тело, параметры состояния которого изменяются. При термодинамическом исследовании процессов в зависимости от решаемой задачи выделяется определенная группа тел или отдельное тело, которое

называется *термодинамической системой*. Рабочее тело, находящееся в цилиндре и отделенное поршнем от внешней среды, является примером термодинамической системы. Тела, взаимодействующие с системой и влияющие на ее состояние, называют *внешней средой*.

Систему от внешней среды отделяет контрольная поверхность. Например, для газа, находящегося в цилиндре, контрольной поверхностью являются внутренние поверхности цилиндра и днище поршня.

Для изучения состояния идеального газа условно допускается существование системы, идеально теплоизолированной от внешней среды. Практически такая система не существует, так как абсолютные теплоизоляторы в природе отсутствуют. Следовательно, любая система взаимодействует с внешней средой.

Термодинамическим процессом называется переход термодинамической системы (рабочего тела) из одного состояния в другое в результате его взаимодействия с внешней средой.

Если изменение состояния внешней среды происходит бесконечно медленно, то и процесс изменения состояния системы, протекающий под воздействием среды, также происходит бесконечно медленно. Можно предположить, что в этом случае в каждый момент времени система находится в состоянии равновесия, соответствующем условиям внешней среды.

Равновесным называется такое состояние системы, когда ее параметры во всех точках имеют одинаковые неизменные значения. Процесс, характеризующийся непрерывной последовательностью равновесных состояний системы, называется *равновесным процессом*. Состояние системы в таком процессе точно определяется параметрами p , w и T . Равновесные процессы являются идеальными.

Реально происходящие в природе процессы не являются равновесными, так как характеризуются конечными значениями скоростей протекания, а также разностями температур и давлений. Однако иногда степень неравновесности столь незначительна, что ею можно пренебречь и с достаточной точностью считать процесс равновесным. Одним из условий равновесности является то, что скорость протекания процесса должна быть мала по сравнению со скоростью звука.

Равновесный процесс, который может быть осуществлен в обратном направлении через тот же ряд равновесных состояний, что и в прямом, как в рабочем теле, так и во внешней среде, называется *обратимым процессом*.

Изучение обратимых процессов позволяет познать закономерности реальных процессов. Возникающие неточности можно устранить введением соответствующих поправочных коэффициентов.

9.2. Внутренняя энергия и работа расширения и сжатия рабочего тела

Внутреннюю энергию рабочего тела составляют кинетическая энергия тепловых движений молекул и колебательных внутримолекулярных движений атомов, а также потенциальная энергия взаимодействия молекул.

Система в любом состоянии взаимодействия с внешней средой или изолированная обладает определенным количеством внутренней энергии U .

Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения молекул, а также энергия колебательного движения атомов зависит только от температуры. Если потенциальную энергию молекул считать равной нулю, т.е. рассматривать идеальный газ, то внутренняя энергия 1 кг такого газа

$$u = f(T). \quad (9.1)$$

Изменение внутренней энергии в любом термодинамическом процессе не зависит от характера его протекания, а определяется начальным и конечным состояниями рабочего тела, т.е.

$$\Delta u = u_2 - u_1, \quad (9.2)$$

где u_1 и u_2 — внутренняя энергия соответственно в начале и в конце процесса.

Если удельный объем $w = \text{const}$, то работа расширения равна нулю и все количество подведенной теплоты $q = c_w(T_2 - T_1)$ расходуется на увеличение внутренней энергии:

$$u_2 - u_1 = c_w(T_2 - T_1). \quad (9.3)$$

Для бесконечно малого изменения состояния системы $du = c_w dT$. Внутренняя энергия является параметром состояния.

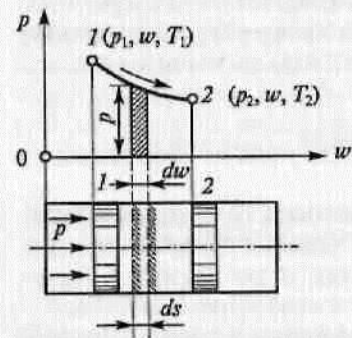


Рис. 9.1. К определению механической работы при расширении рабочего тела

В общем случае, если к системе подводится теплота, то изменяется не только внутренняя энергия. При расширении рабочего тела ($dw > 0$) им совершается механическая работа. Такая работа считается положительной. При сжатии рабочего тела ($dw < 0$) работа производится со стороны внешней среды. Эта работа считается отрицательной.

Для определения механической работы, совершаемой термодинамической системой, рассмотрим газ, находящийся в цилиндре и давящий на поршень (рис. 9.1). Пусть в какой-то

произвольный момент процесса расширения газа его удельный объем изменяется на бесконечно малую величину dw . Давление газа на бесконечно малом участке перемещения поршня ds можно считать постоянным и равным p . Площадь элементарного заштрихованного участка примем равной площади прямоугольника $p dw$. Площадь под кривой 1—2 можно вычислить путем сложения площадей аналогичных участков, т.е. она равна интегралу $p dw$ от точки 1 до точки 2:

$$f = \int_1^2 p dw. \quad (9.4)$$

Размерность $p dw$ $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}} = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right)$ соответствует размерности работы, производимой 1 кг рабочего тела.

Элементарная работа, совершаемая при перемещении поршня на бесконечно малую величину ds , м,

$$dA = p F ds, \quad (9.5)$$

где p — давление в каждый момент времени, Па; F — площадь поршня, м^2 .

Поскольку $F ds = dw$, то $dA = p dw$. Следовательно, вся работа расширения на участке 1—2

$$A = \int_1^2 p dw. \quad (9.6)$$

Сопоставив выражения (9.4) и (9.6), можно констатировать, что площадь под кривой 1—2 соответствует работе, произведенной 1 кг газа в рассматриваемом процессе. Как было сказано ранее, эта работа считается положительной. В процессе 2—1, т.е. при сжатии газа под действием внешней среды (при движении поршня справа налево) работа будет отрицательной. Таким образом, работа в отличие от внутренней энергии зависит от характера протекания процесса и не является параметром состояния.

9.3. Первый закон термодинамики. Энтальпия газа

Первый закон термодинамики, являясь частным случаем закона сохранения и превращения энергии, лежит в основе термодинамической теории. Он определяет соотношение между количеством подведенной к системе теплоты, ее внутренней энергией и совершаемой механической работой, устанавливая энергетический баланс термодинамических процессов.

Первый закон термодинамики можно сформулировать следующим образом: *вся теплота, подведенная к системе, расходуется*

на изменение ее внутренней энергии и на совершение работы. Это означает, что для 1 кг газа имеет место равенство

$$q = \Delta u + A. \quad (9.7)$$

В дифференциальной форме выражение (9.7) с учетом (9.5) принимает вид

$$dq = du + pdw. \quad (9.8)$$

В зависимости от характера процесса и его направления каждый член уравнения (9.8) может иметь либо положительное значение, либо отрицательное, либо равняться нулю. В термодинамике принято теплоту, сообщаемую системе, считать положительной ($dq > 0$), а теплоту, отводимую от системы — отрицательной ($dq < 0$). Вопрос о положительной и отрицательной работе рассмотрен в подразд. 9.2. Знак изменения внутренней энергии определяется значениями и знаками величин dq и dA .

Уравнение первого закона термодинамики (9.8) можно привести к следующему виду:

$$dq = du + pdw = du + pdw + wdp - wdp = d(u + pw) - wdp.$$

Выражение

$$u + pw = i \quad (9.9)$$

имеет размерность Дж/кг и называется *энтальпией*.

Энтальпия, как и внутренняя энергия, является параметром состояния термодинамической системы, поскольку слагаемые u и pw имеют для каждого состояния вполне определенные значения.

Первый закон термодинамики можно записать в виде уравнения

$$dq = di - wdp, \quad (9.10)$$

где вместо параметра состояния u использован параметр состояния i .

Чтобы лучше понять, что представляет собой энтальпия, рассмотрим цилиндр, под поршнем которого находится 1 кг газа (рис. 9.2). Действие на поршень газа, имеющего давление p , уравновешено весом поршня G . Так как $G = pf$, где f — площадь поршня, энергия системы будет равна

$$u + Gh = u + pfh,$$

где u — внутренняя энергия системы; Gh — потенциальная энергия груза (поршня), поднятого на высоту h .

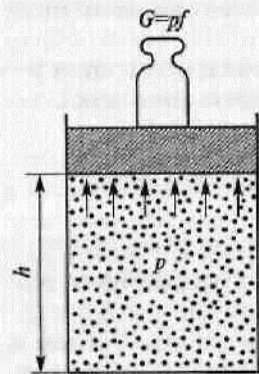


Рис. 9.2. К пояснению понятия энтальпии газа

Поскольку $fh = w$, то энергия системы равна $u + pw$, т.е. величине энтальпии.

Подставив в уравнение (9.9) значения u и pw , выраженные через температуру T ($u = c_w T$, $pw = RT$), получим

$$i = c_w T + RT = (c_w + R)T.$$

где c_w — удельная изохорная теплоемкость; R — газовая постоянная.

Связь между c_w и удельной изобарной теплоемкостью c_p устанавливает уравнение Майера:

$$c_p - c_w = R, \text{ или } c_p = c_w + R, \quad (9.11)$$

откуда

$$i = c_p T. \quad (9.12)$$

Следовательно, энтальпия газа при температуре T (или t) численно равна количеству теплоты, которое подведено к рабочему телу при его нагревании от 0 К (или 0°C) до температуры T (или t) при постоянном давлении. Значение энтальпии различных веществ в различных состояниях приведено в справочниках.

9.4. Процессы изменения состояния идеального газа

Исследование термодинамических процессов проводят с целью установления закономерности изменения состояния рабочего тела в процессе;

выявления особенности превращения энергии в процессе.

При этом выводят уравнение процесса и устанавливают соотношение между параметрами состояния, а также определяют количество теплоты, сообщаемой рабочему телу, изменение его внутренней энергии и совершаемую работу.

Среди всего многообразия различных процессов имеются некоторые частные случаи, когда на условия протекания накладываются какие-либо ограничения. Таких случаев четыре:

процесс протекает при постоянном объеме рабочего тела (изохорный процесс);

процесс протекает при постоянном давлении рабочего тела (изобарный процесс);

процесс протекает при постоянной температуре рабочего тела (изотермический процесс);

процесс протекает без теплообмена между рабочим телом и внешней средой (изоэнтальпийный, или адиабатный, процесс).

Перечисленные процессы являются частными случаями обобщающего (политропного) процесса. Рассмотрим каждый из этих процессов.

Изохорный процесс. Примером такого процесса может служить охлаждение или нагревание газа в герметичном сосуде. Уравнение процесса имеет вид $w = \text{const}$. Графическое изображение изохорного процесса в координатах $p-w$ представляет собой отрезок прямой, параллельный оси ординат (рис. 9.3, а), который называют *изохорой*.

При нагревании газа его давление и температура возрастают, при охлаждении — уменьшаются. Соотношение между параметрами можно найти из уравнений состояния в начале и в конце процесса: $p_1 w = RT_1$; $p_2 w = RT_2$.

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (9.13)$$

Это закон Шарля, который гласит, что в изохорном процессе давление газа изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре.

Так как объем газа не изменяется, то никакой работы в процессе не совершается, о чем свидетельствует также уравнение (9.6).

Уравнение первого закона термодинамики в этом случае принимает вид

$$dq_w = du \text{ или } q_w = \Delta u. \quad (9.14)$$

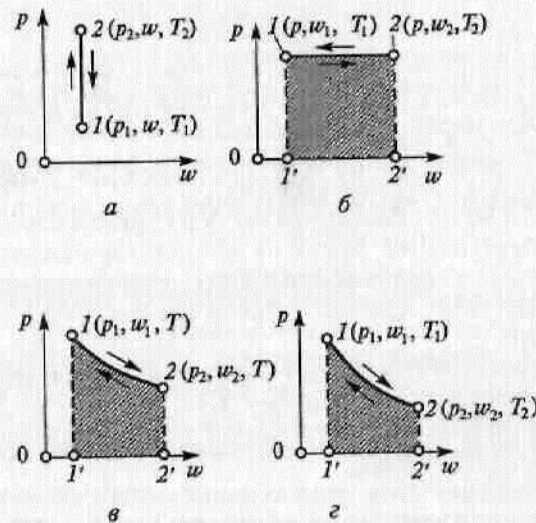


Рис. 9.3. Изображение основных термодинамических процессов на $p-w$ -диаграмме:

а — изохорный; б — изобарный; в — изотермический; г — адиабатный

Таким образом, в изохорном процессе вся подведенная (или отведенная) теплота идет на увеличение (или уменьшение) внутренней энергии. С учетом уравнений (8.33) и (9.3) имеем

$$\Delta u = c_{um}(T_2 - T_1). \quad (9.15)$$

Изобарный процесс. Так называется процесс изменения состояния газа, который осуществляется при постоянном давлении. Примером может служить процесс нагревания воздуха в помещении.

Уравнение процесса $p = \text{const}$, а графическое изображение на $p-w$ -диаграмме — отрезок прямой, параллельный оси абсцисс (рис. 9.3, б), который называют *изобарой*.

Из уравнения состояния идеального газа следует:

$$\frac{w_1}{T_1} = \frac{w_2}{T_2}. \quad (9.16)$$

Это закон Гей-Люссака, который указывает на то, что в изобарном процессе объем газа изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре.

В этом процессе одна часть теплоты, подведенной к рабочему телу, расходуется на изменение внутренней энергии тела, которое можно рассчитать по формуле (9.15), а другая часть — на совершение работы. В соответствии с уравнением (9.6)

$$A_p = \int_1^2 p dw = p(w_2 - w_1), \quad (9.17)$$

или

$$A_p = R(T_2 - T_1). \quad (9.18)$$

Таким образом, если принять, что $T_2 - T_1 = 1^\circ\text{C}$, то газовая постоянная R есть работа, производимая 1 кг газа при его нагревании на 1°C в изобарном процессе.

Согласно первому закону термодинамики [см. уравнение (9.7)], количество теплоты, необходимое для осуществления этого процесса,

$$q_p = \Delta u + A_p,$$

или с учетом формул (9.15), (9.18) и (9.11)

$$q_p = c_{um}(T_2 - T_1) + R(T_2 - T_1) = (c_{um} + R)(T_2 - T_1) = c_{pm}(T_2 - T_1). \quad (9.19)$$

Если уравнение первого закона термодинамики для изобарного процесса записать в виде

$$q_p = \Delta u + p(w_2 - w_1) = (u_2 + pw_2) - (u_1 + pw_1), \quad (9.20)$$

то с учетом выражения (9.9) получим

$$q_p = i_2 - i_1. \quad (9.21)$$

Это означает, что теплота, сообщаемая газу в рассматриваемом процессе, идет на увеличение его энтальпии.

Изотермический процесс. Так называется процесс изменения состояния газа, который происходит при постоянной температуре. Уравнение этого процесса для идеального газа является выражением закона Бойля — Мариотта и имеет вид $p w = \text{const}$. Графическое изображение этого процесса на $p-w$ -диаграмме представляет собой равнобокую гиперболу (рис. 9.3, в), которая называется *изотермой*. Процесс 1—2 — изотермическое расширение газа, которое возможно лишь при подводе теплоты, процесс 2—1 — изотермическое сжатие газа.

Из уравнения состояния идеального газа следует:

$$p_1 w_1 = p_2 w_2, \quad (9.22)$$

откуда

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{w_2}{w_1}, \quad (9.23)$$

т. е. отношение абсолютных давлений газа обратно пропорционально отношению объемов.

Так как температура газа в процессе не изменяется ($dt = 0$), то внутренняя энергия также постоянна ($u = \text{const}$), т. е. $\Delta u = 0$. Следовательно, на основании первого закона термодинамики

$$q_T = A_T, \quad (9.24)$$

т. е. вся теплота, подведенная к газу, в изотермическом процессе расходуется на совершение механической работы.

В соответствии с выражением (9.6) и с учетом, что $p = RT/w$, имеем

$$A_T = \int_1^2 p dw = RT \int_1^2 \frac{dw}{w} = RT \ln \frac{w_2}{w_1}. \quad (9.25)$$

Следует отметить, что математическое описание рассматриваемого процесса может иметь различный вид, а именно:

$$A_T = RT \ln \frac{p_2}{p_1}; \quad A_T = p_1 w_1 \ln \frac{w_2}{w_1}; \quad A_T = p_1 w_1 \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (9.26)$$

На основании выражения (9.24) можно констатировать, что количество подведенной теплоты в изотермическом процессе также определяется по формулам (9.26).

Адиабатный процесс. Адиабатными называются процессы изменения состояния рабочего тела, осуществляемые без подвода или отвода теплоты, т. е. при $dq = 0$. Это необходимое и достаточное условие протекания данного процесса. При этом очевидно, что $q = 0$. Но не всякий процесс, для которого $q = 0$, будет адиабатным, так как возможны процессы, в одной части которых тепло-

та подводится, а в другой такое же ее количество отводится. Поэтому $q = 0$ — условие необходимое, но не достаточное.

Примеры адиабатного процесса: расширение или сжатие газа в цилиндре, выполненном из нетеплопроводного материала; расширение или сжатие, которое протекает настолько быстро, что теплообмен с окружающей средой не успевает произойти.

Графическое изображение такого процесса в координатах $p-w$ представляет собой кривую, называемую *адиабатой* (рис. 9.3, г). В соответствии с первым законом термодинамики

$$dq_{\text{ад}} = du + dA_{\text{ад}} = 0, \quad (9.27)$$

откуда

$$A_{\text{ад}} = u_1 - u_2. \quad (9.28)$$

Следовательно, работа в процессе адиабатного расширения осуществляется за счет изменения внутренней энергии рабочего тела.

Из уравнения (9.27) имеем $c_w dT + pdw = 0$.

Принимая во внимание, что $dT = \frac{1}{R}(pdw + wdp)$, получаем

$$\frac{c_w}{R}(pdw + wdp) + pdw = 0,$$

откуда

$$pdw + wdp + \frac{R}{c_w} pdw = 0$$

или

$$\left(1 + \frac{R}{c_w}\right) pdw + wdp = \left(\frac{R + c_w}{c_w}\right) pdw + wdp = \frac{c_p}{c_w} pdw + wdp = 0.$$

Обозначив c_p/c_w через k , приходим к уравнению $kpdw + wdp = 0$. Разделив его на pw , получим

$$k \frac{dw}{w} + \frac{dp}{p} = 0.$$

Результатом интегрирования будет выражение

$$k \ln w + \ln p = 0,$$

откуда

$$pw^k = \text{const}, \quad (9.29)$$

где k — показатель адиабаты (если считать теплоемкости c_p и c_w постоянными, то для одноатомных газов $k = 1,67$; для двухатомных $k = 1,4$; для трех- и многоатомных $k = 1,3$).

Найдем соотношение между параметрами T и w , а также между p и T для адиабатного процесса. Из уравнения адиабаты (9.29) следует:

$$p_1 w_1^k = p_2 w_2^k, \text{ или } \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^k.$$

Поскольку $\frac{p_2}{p_1} = \frac{w_1 T_2}{w_2 T_1}$, то

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{k-1}, \text{ или } T w^{k-1} = \text{const.} \quad (9.30)$$

Аналогично можно получить зависимость

$$T^k p^{1-k} = \text{const.} \quad (9.31)$$

Работу, совершаемую газом в адиабатном процессе, можно определить из уравнения (9.28). Поскольку $u_1 - u_2 = c_w(T_1 - T_2)$, то

$$A_{\text{ад}} = c_w(T_1 - T_2). \quad (9.32)$$

Так как $T = pw/R$, то

$$A_{\text{ад}} = \frac{c_w(p_1 w_1 - p_2 w_2)}{R}. \quad (9.33)$$

Принимая во внимание, что $c_w/R = 1/(k-1)$, получаем

$$A_{\text{ад}} = \frac{p_1 w_1 - p_2 w_2}{k-1}. \quad (9.34)$$

Используя уравнение состояния идеального газа, уравнение (9.34) можно представить в виде

$$A_{\text{ад}} = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2) \quad (9.35)$$

или

$$A_{\text{ад}} = \frac{p_1 w_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{k-1} \right]. \quad (9.36)$$

Данная работа равна площади под адиабатой на $p-w$ -диаграмме (см. рис. 9.3, з). Адиабата на этой диаграмме представляет собой неравнобокую гиперболу, причем более крутую, чем изотерма (см. рис. 9.3, в), поскольку $k > 1$.

Политропный процесс. Как уже отмечалось, этот процесс является обобщающим для всего многообразия процессов изменения состояния рабочего тела. В политропном процессе происходит изменение всех параметров, тогда как в рассмотренных ранее один из параметров остается неизменным. Вид кривой, изображающей

какой-либо конкретный процесс, отличается от приведенных на рис. 9.3, а сама кривая называется *политропой*.

Общее уравнение политропных процессов имеет вид

$$pw^n = \text{const}, \quad (9.37)$$

где n — постоянная для данного процесса величина, которая может принимать значения от 0 до $\pm\infty$ и называется показателем политропы.

Рассмотренные выше термодинамические процессы являются частными случаями политропных процессов.

Это можно проследить, придавая показателю политропы различные значения в уравнении (9.37). Так, при $n = 0$ имеем $p = \text{const}$ — изобарный процесс; при $n = 1$ уравнение (9.37) принимает вид $pw = \text{const}$ — изотермический процесс; если $n = k$, то получаем $pw^k = \text{const}$ — уравнение адиабаты. При $n = \pm\infty$ процесс будет изохорным. Чтобы в этом убедиться, возведем уравнение (9.37) в степень $1/n$ и получим $(pw^n)^{1/n} = \text{const}$ или $p^{1/n}w = \text{const}$. Тогда при $n \rightarrow \pm\infty$ $1/n \rightarrow 0$ и уравнение принимает вид $w = \text{const}$.

Так как уравнение политропы идентично уравнению адиабаты, то формулы, устанавливающие связь между параметрами, аналогичны формулам, полученным для адиабатного процесса. В них следует только заменить показатель адиабаты k на показатель политропы n . В результате будем иметь:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^n; \quad (9.38)$$

$$T^n p^{1-n} = \text{const}; \quad (9.39)$$

$$T w^{n-1} = \text{const}. \quad (9.40)$$

Работа в политропном процессе определяется по формуле

$$A = \frac{1}{n-1}(p_1 w_1 - p_2 w_2). \quad (9.41)$$

Формула для определения теплоемкости в политропном процессе имеет вид (приводится без вывода)

$$c_n = c_w \frac{n-k}{n-1}. \quad (9.42)$$

Количество теплоты, подведенной к рабочему телу, определяется по формуле

$$q_n = c_w \frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1). \quad (9.43)$$

Пример 9.1. В баллоне объемом 15 л находится воздух под давлением 0,4 МПа и при температуре 30 °С. Определить конеч-

ную температуру воздуха, если к нему подвели 16 кДж теплоты.

Удельная средняя изохорная теплоемкость воздуха $c_w = 736 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Решение. Из уравнения (9.14) и (9.15) следует:

$$Q_w = \Delta U = mc_w(T_2 - T_1).$$

Из уравнения (8.15) масса воздуха

$$m = p_1 W / (RT_1).$$

По табл. 8.2. находим, что для воздуха удельная газовая постоянная $R = 287,1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Следовательно,

$$m = 0,4 \cdot 10^6 \cdot 0,015 : (287,1 \cdot 303) = 0,069 \text{ кг.}$$

Конечная температура воздуха $T_2 = T_1 + \frac{Q_w}{c_w m} = 303 + \frac{16 \cdot 10^3}{736 \cdot 0,069} = 303 + 315 = 618 \text{ К.}$

Таким образом, $t_2 = 345 \text{ }^\circ\text{C}$.

Пример 9.2. Азот массой 0,5 кг расширяется при постоянном давлении 0,3 МПа так, что температура его повышается от 100 до 300 °С. Определить конечный объем азота, совершенную им работу и подведенную теплоту.

Решение. По табл. 8.2 находим, что для азота удельная газовая постоянная $R = 296,8 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Из уравнения (8.15) определяем начальный объем азота

$$W_1 = mRT_1/p_1 = 0,5 \cdot 296,8 \cdot 373 : (0,3 \cdot 10^6) = 0,184 \text{ м}^3.$$

Конечный объем находим из выражения (9.16):

$$W_2 = \frac{W_1 T_2}{T_1} = \frac{0,184 \cdot 573}{373} = 0,283 \text{ м}^3.$$

Работу, совершенную при расширении газа, находим по уравнению (9.18):

$$A_p = mR(T_2 - T_1) = 0,5 \cdot 296,8(300 - 100) = 29680 \text{ Дж} \approx 30 \text{ кДж.}$$

Теплоту, подведенную к газу, определяем по уравнению (9.19):

$$Q_p = mc_p(T_2 - T_1).$$

По табл. 8.3 и формуле (8.34) находим, что удельная средняя изобарная теплоемкость азота $c_p = 1,056 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Тогда

$$Q_p = 0,5 \cdot 1,056 \cdot 200 = 105,6 \text{ кДж.}$$

Пример 9.3. В компрессоре сжимается воздух массой 2 кг при постоянной температуре 200 °С от начального давления $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ до конечного $p_2 = 2,5 \text{ МПа}$.

Определить массу воды, потребовавшуюся для охлаждения воздуха, если ее начальная температура была 15 °С, а конечная стала 50 °С. Удельная средняя теплоемкость воды $c_w = 4,19 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Решение. Работу сжатия при изотермическом процессе определяем по формуле (9.26):

$$A_T = mRT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

По табл. 8.2 находим, что удельная газовая постоянная для воздуха $R = 287,1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Тогда

$$A_T = 2 \cdot 287,1 \cdot 473 \ln \frac{0,1}{2,5} = -874 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

В изотермическом процессе $Q_T = A_T = -874 \cdot 10^3 \text{ Дж} = -874 \text{ кДж}$. Знак «-» указывает на то, что теплота отводится от рабочего тела (воздух охлаждается водой).

Искомое количество воды определяем из уравнения (8.33)

$$Q_T = m_w c_w (t_2 - t_1),$$

$$\text{откуда } m_w = \frac{Q_T}{c_w(t_2 - t_1)} = \frac{874}{4,19(50 - 15)} = 5,96 \text{ кг.}$$

Пример 9.4. Воздух массой 2 кг при давлении $p_1 = 1 \text{ МПа}$ и температуре $t_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ расширяется по адиабате так, что его объем увеличивается в 5 раз. Определить конечные объем, давление и температуру воздуха, работу расширения и изменение внутренней энергии.

Решение. Начальный объем воздуха находим из выражения (8.15):

$$W_1 = mRT_1/p_1 = 2 \cdot 287,1 \cdot 573 : (1 \cdot 10^6) = 0,33 \text{ м}^3.$$

Конечный объем $W_2 = 5W_1 = 5 \cdot 0,33 = 1,65 \text{ м}^3$.

Конечное давление p_2 определяем из уравнения (9.29)

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{W_2}{W_1} \right)^k.$$

Примем для воздуха значение показателя адиабаты $k = 1,4$ (как для смеси двухатомных газов), тогда

$$p_2 = \frac{p_1}{(W_2/W_1)^k} = \frac{1 \cdot 10^6}{5^{1,4}} = \frac{1 \cdot 10^6}{9,52} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па} \approx 0,1 \text{ МПа.}$$

Конечную температуру определяем также из уравнения (8.15)

$$T_2 = \frac{p_2 W_2}{mR} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 1,65}{2 \cdot 287,1} \approx 287 \text{ К, т.е. } t_2 = 14^\circ\text{С.}$$

По уравнению (9.35) определяем работу расширения:

$$A_{\text{ад}} = mR \frac{(T_2 - T_1)}{k - 1} = 2 \cdot 287,1 \frac{573 - 287}{1,4 - 1} = 410\,553 \text{ Дж} \approx 411 \text{ кДж.}$$

Изменение внутренней энергии

$$U_2 - U_1 = -A_{\text{ад}} = -411 \text{ кДж.}$$

Контрольные вопросы

1. Какой физический процесс называется термодинамическим?
2. Какое состояние системы называется равновесным?
3. Какой процесс называется обратимым?
4. Что представляет собой внутренняя энергия рабочего тела?
5. Напишите формулу для вычисления элементарной работы при перемещении поршня на участке 1—2.
6. Сформулируйте первый закон термодинамики.
7. Как определить энтальпию газа?
8. Напишите уравнение изохорного процесса.
9. Напишите уравнение Майера. Поясните его физический смысл.
10. Объясните физическую сущность изотермического процесса.
11. Напишите основное уравнение для адиабатного процесса.
12. Напишите общее уравнение политропных процессов.

Глава 10

ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ, ПОНЯТИЕ О ЦИКЛАХ И ЭНТРОПИИ ГАЗА

10.1. Понятие о круговом процессе

Изменение состояния рабочего тела на p — w -диаграмме изображается кривой термодинамического процесса. Последовательность определенных термодинамических процессов, в которой рабочее тело, претерпев ряд изменений, возвращается в первоначальное состояние, называется *круговым процессом*, или *циклом*.

Осуществление таких процессов необходимо для функционирования любых тепловых двигателей, в которых теплота с помощью рабочего тела превращается в работу.

В основу расчета тепловых двигателей положены идеальные круговые процессы, или идеальные циклы. Их изучение позволяет

оценить степень совершенства действительных тепловых процессов, происходящих при работе реальных двигателей. В идеальных циклах протекают обратимые процессы, так как в них пренебрегают потерями на трение и отсутствием идеальных теплоизоляторов.

Процесс подвода теплоты в идеальных циклах рассматривается без изменения химического состава рабочего тела. В реальных циклах подвод теплоты происходит в процессе сжигания топлива. Рабочим телом в двигателях внутреннего сгорания являются продукты, образующиеся при горении, в паровых машинах в качестве рабочего тела используется пар высокого давления.

Для отвода теплоты в идеальных циклах требуется наличие холодильника. В реальных циклах этот процесс осуществляется выпуском отработавшего рабочего тела в атмосферу. Процессы расширения и сжатия в реальных циклах сопровождаются теплообменом и не могут точно соответствовать адиабатным.

Рассмотрим цикл, изображенный на рис. 10.1, а. На участке 1—а—2 к рабочему телу подводится теплота q_1 , а на участке 2—б—1 отводится теплота q_2 . При этом на участке 1—а—2 рабочее тело расширяется и производит положительную работу, равную площади 1—а—2—3—4—1. На участке 2—б—1 рабочее тело сжимается, на что затрачивается отрицательная работа внешних сил, соответствующая площади 2—б—1—4—3—2. В точке 1 цикл завершается и рабочее тело приобретает первоначальные параметры. Следовательно, внутренняя энергия рабочего тела не изменяется ($\Delta u = 0$).

На основании первого закона термодинамики для цикла в целом имеем

$$q_1 - q_2 = q_u = A_u, \quad (10.1)$$

где q_u — теплота, израсходованная в цикле; A_u — произведенная полезная работа.

Таким образом, работа A_u , произведенная за цикл, равна разности подведенной к рабочему телу и отведенной от него теплоты.

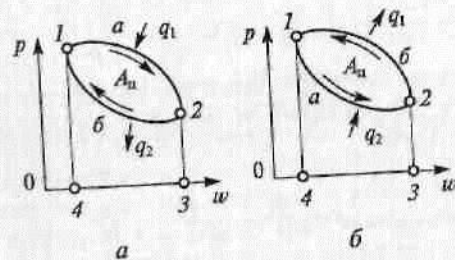


Рис. 10.1. Круговой процесс, или цикл, на p — w -диаграмме:
а — прямой; б — обратный

Рассмотренный круговой процесс (цикл), направленный по часовой стрелке, называется *прямым*. По прямым циклам работают все тепловые двигатели.

Для непрерывной работы двигателя, превращающего теплоту в механическую работу, необходимо иметь источник теплоты с высокой температурой T_1 и сток теплоты (холодильник) с низкой температурой T_2 . При этом всегда желательно, чтобы в работу превратилась как можно большая доля подведенной теплоты.

Важнейшей тепловой характеристикой цикла является термический коэффициент полезного действия, представляющий собой отношение количества теплоты, превращенной в полезную работу, к количеству подведенной теплоты:

$$\eta_t = \frac{A_{ц}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (10.2)$$

Из формулы (10.2) следует, что термический КПД всегда меньше единицы, так как $q_2 > 0$. Для увеличения КПД следует стремиться уменьшать q_2 и увеличивать q_1 .

Если цикл будет осуществляться в обратном направлении, т.е. против часовой стрелки, то линия сжатия будет расположена выше линии расширения (рис. 10.1, б). Такие циклы называются *обратными*. В этом случае положительная работа, эквивалентная площади $1-a-2-3-4-1$, меньше отрицательной работы, которой соответствует площадь $2-b-1-4-3-2$, т.е. в обратном цикле полезная работа не производится, а, наоборот, для его осуществления должна быть затрачена работа $-A_{ц}$ от внешнего источника энергии. Направление тепловых потоков в этих циклах меняется на противоположное, т.е. теплота q_2 передается рабочему телу от холодного источника, а теплоту q_1 рабочее тело отдает горячему источнику. Следовательно, в обратном цикле передача теплоты происходит от холодного тела к горячему; при этом затрачивается работа, которая также превращается в теплоту. Таким образом:

$$q_1 = q_2 + A_{ц}. \quad (10.3)$$

Обратные циклы осуществляются в холодильных установках и тепловых насосах. Эффективность их работы оценивается холодильным коэффициентом

$$\varepsilon = \frac{q_1}{A_{ц}} = \frac{q_2}{q_1 - q_2}, \quad (10.4)$$

т.е. отношением количества теплоты, переданного от холодного тела, к количеству теплоты, эквивалентному затраченной работе $A_{ц}$.

10.2. Цикл Карно и его термодинамическое значение

Из всех идеальных циклов самым совершенным является цикл Карно, предложенный французским ученым Сади Карно в 1824 г. Он поставил перед собой задачу определить максимальное значение термического КПД прямого цикла. В результате проведенных исследований Карно предложил цикл, КПД которого имеет максимальное значение в заданных температурных границах, т.е. при определенных температурах подвода и отвода теплоты.

Этот обратимый цикл (рис. 10.2) состоит из четырех процессов: двух изотермических и двух адиабатных.

В начале процесса рабочее тело имеет параметры p_1, w_1, T_1 — точка 1 на рис. 10.2. Эта точка соответствует моменту начала подвода теплоты к рабочему телу и его изотермического расширения при температуре T_1 , которое продолжается до точки 2. В процессе $1-2$ к рабочему телу подводится теплота q_1 . Работе изотермического расширения соответствует площадь $1-2-6-8-1$. В точке 2 подвод теплоты прекращается и дальнейшее расширение рабочего тела осуществляется по адиабате $2-3$ до тех пор, пока поршень в цилиндре, где происходят рассматриваемые процессы, не займет крайнее правое положение, которому на диаграмме соответствует точка 3. Работа адиабатного расширения определяется площадью $2-3-5-6-2$. В точке 3 начинается процесс сжатия рабочего тела, сопровождающийся отводом теплоты q_2 при температуре T_2 . Работа этого изотермического процесса определяется площадью $3-4-7-5-3$. В точке 4 отвод теплоты прекращается и дальнейший процесс сжатия $4-1$ происходит по адиабате. Работе адиабатного сжатия соответствует площадь $4-1-8-7-4$.

Таким образом, полезная работа цикла рассмотренных процессов определяется на $p-w$ -диаграмме площадью $1-2-3-4-1$, являющейся разностью площадей $1-2-3-5-8-1$ и $3-4-1-8-5-3$.

Термический КПД цикла Карно, согласно выражению (10.2) и с учетом зависимостей (9.24) и (9.25):

$$\begin{aligned} \eta_t &= \frac{RT_1 \ln(w_2/w_1) - RT_2 \ln(w_3/w_4)}{RT_1 \ln(w_2/w_1)} = \\ &= 1 - \frac{T_2 \ln \frac{w_3}{w_4}}{T_1 \ln \frac{w_2}{w_1}}. \end{aligned}$$

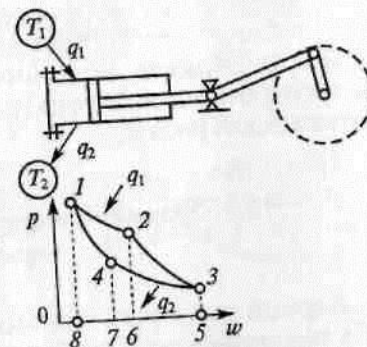


Рис. 10.2. Цикл Карно на $p-w$ -диаграмме

В цикле Карно принято равенство отношений удельных объемов $w_2/w_1 = w_3/w_4$, с учетом которого

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (10.5)$$

Из формулы (10.5) можно сделать следующие выводы: термический КПД цикла Карно не зависит от свойств рабочего тела и определяется только значениями абсолютных температур T_1 и T_2 ;

термический КПД цикла Карно возрастает с увеличением T_1 и уменьшением T_2 ;

термический КПД цикла Карно всегда меньше единицы, так как он был бы равен единице либо при $T_2 = 0$, либо при $T_1 = \infty$, что неосуществимо даже в идеальном цикле.

В реальных условиях создать двигатель, который работал бы в соответствии с циклом Карно, невозможно, так как процессы изотермического подвода и отвода теплоты, а также адиабатного расширения и сжатия практически неосуществимы.

Цикл Карно является эталоном, который дает представление о максимальном КПД процессов превращения теплоты в работу. В условиях реальных температур, верхний предел которых определяется прочностью материалов, а нижний соответствует температуре окружающей среды, термический КПД цикла Карно может достигать 0,7...0,8. Реальный тепловой двигатель тем совершеннее, чем ближе значение его КПД к КПД цикла Карно, протекающего в тех же температурных границах.

Как упоминалось ранее, цикл Карно может быть не только прямым, но и обратным. Обратный цикл Карно также является эталонным, но уже для работы холодильных установок. Холодильный коэффициент, определяющий эффективность их работы, тоже зависит от значений температур источника и стока теплоты:

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (10.6)$$

Таким образом, экономичность холодильной установки определяется отношением отнятой теплоты к теплоте, эквивалентной затраченной работе.

10.3. Сущность и формулировки второго закона термодинамики

Первый закон термодинамики позволяет судить о количественных соотношениях в процессах взаимопреобразований тепловой и механической энергий, но не устанавливает условия, при которых эти процессы происходят.

Формулировки условий, необходимых для преобразования одного вида энергии в другой, представляют собой второй закон термодинамики, который, таким образом, является весьма существенным дополнением первого закона. Оба закона термодинамики являются основой современной термодинамики.

Имеется несколько формулировок второго закона термодинамики. Приведем наиболее характерные:

для превращения теплоты в механическую работу необходимо иметь источник теплоты и холодильник с температурой ниже температуры источника, т.е. необходим температурный перепад; нельзя осуществить тепловой двигатель, единственным результатом действия которого было бы превращение теплоты какого-либо тела в работу без передачи части теплоты другим телам; теплота не может переходить от менее нагретого тела к более нагретому без совершения внешней работы.

Первые две формулировки относятся к двигателям, в которых теплота превращается в работу, третья формулировка определяет условия работы холодильных установок.

10.4. Понятие об энтропии газа и $T-s$ -диаграмма

Рассмотрим произвольный обратимый процесс на $p-w$ -диаграмме, в котором к рабочему телу подводится теплота и осуществляется переход из состояния 1 в состояние 2 (рис. 10.3). Если весь процесс разделить на элементарные отрезки, то для каждого из них количество подведенной теплоты dq можно считать бесконечно малой величиной, а температуру рабочего тела — постоянной, равной T . Отношение dq/T называется приведенной теплотой и обозначается ds , т.е.

$$\frac{dq}{T} = ds. \quad (10.7)$$

Изменение приведенной теплоты в процессе 1-2

$$\Delta s = s_1 - s_2 = \int_1^2 \frac{dq}{T}.$$

Согласно уравнению первого закона термодинамики, числитель подынтегрального выражения

$$dq = c_w dT + pdw.$$

Тогда

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{c_w dT}{T} + \int_{w_1}^{w_2} \frac{pdw}{T}. \quad (10.8)$$

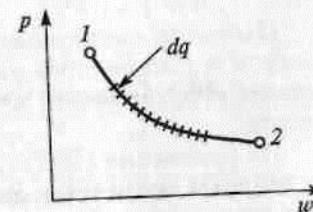


Рис. 10.3. К пояснению понятия энтропии газа

Из уравнения состояния идеального газа следует, что $p/T = R/w$, откуда

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{c_w dT}{T} + \int_{w_1}^{w_2} \frac{R dw}{w}.$$

После интегрирования получим

$$\Delta s = c_w \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{w_2}{w_1}. \quad (10.9)$$

Величина s называется *энтропией*. Из уравнения (10.9) видно, что изменение энтропии зависит только от начальных и конечных параметров состояния рабочего тела и, следовательно, энтропия сама является параметром состояния. Уравнение (10.9) определяет связь энтропии с параметрами T и w , т. е. $s = f_1(T, w)$.

Из уравнения состояния идеального газа, написанного для состояний 1 и 2, имеем

$$p_1 w_1 = RT_1; \quad p_2 w_2 = RT_2.$$

Тогда

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{T_2 p_1}{T_1 p_2} \quad \text{и} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 w_2}{p_1 w_1}.$$

Подставив выражения для этих отношений в уравнение (10.9) и используя уравнение Майера (9.11), получим еще два уравнения связи энтропии с параметрами состояния рабочего тела, т. е. уравнения вида $s = f_2(T, p)$ и $s = f_3(p, w)$:

$$\begin{aligned} \Delta s &= c_w \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{p_1}{p_2} = \\ &= (c_w + R) \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}; \end{aligned} \quad (10.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta s &= c_w \ln \frac{p_2}{p_1} + c_w \ln \frac{w_2}{w_1} + R \ln \frac{w_2}{w_1} = \\ &= c_w \ln \frac{p_2}{p_1} + (c_w + R) \ln \frac{w_2}{w_1} = c_w \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{w_2}{w_1}. \end{aligned} \quad (10.11)$$

Параметр «энтропия» используют при изучении тепловых процессов и выполнении различных теплотехнических расчетов. По изменению энтропии можно судить о направлении тепловых потоков.

Из уравнения (10.7) следует, что знаки приращения энтропии и теплоты совпадают. Действительно, если $ds > 0$, то $dq > 0$, так как температура T всегда положительна; если же $ds < 0$, то и $dq < 0$. Таким образом, если в процессе изменения состояния рабочего тела энтропия уменьшается, то это значит, что теплота отводится

от рабочего тела, и, наоборот, если энтропия возрастает, то теплота к рабочему телу подводится.

Для определения количества теплоты, затраченной в каком-либо термодинамическом процессе, производят построение этого процесса на $T-s$ -диаграмме, где по оси ординат отложена температура T , а по оси абсцисс — энтропия s (рис. 10.4). Если для процесса 1—2 известна зависимость $T = f(s)$, то площадь 1—2—3—4—1 будет равна $\int_1^2 f(s) ds = \int_1^2 T ds = q_{1-2}$.

Следовательно, на $T-s$ -диаграмме площадь под кривой процесса изменения состояния рабочего тела численно равна количеству теплоты процесса.

Определим Δs для рассмотренных ранее основных термодинамических процессов. Их графическое изображение на $T-s$ -диаграмме показано на рис. 10.5.

Для изохорного процесса ($w = \text{const}$) выражение (10.9) принимает вид

$$\Delta s_w = c_w \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (10.12)$$

В координатах $T-s$ это логарифмическая кривая, направленная выпуклостью к оси абсцисс. Отрезок кривой 1—2'' отображает нагревание газа, так как $dT > 0$, то $ds > 0$. Отрезок 1—3'' соответствует отводу теплоты и охлаждению газа.

Для изобарного процесса ($p = \text{const}$) из уравнения (10.10) имеем

$$\Delta s_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (10.13)$$

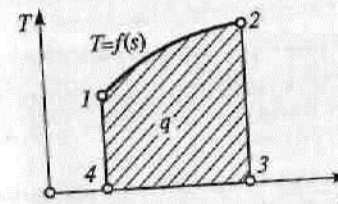


Рис. 10.4. $T-s$ -диаграмма

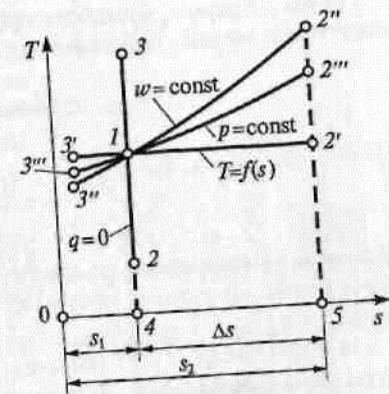


Рис. 10.5. Основные термодинамические процессы на $T-s$ -диаграмме

Сравнивая уравнения (10.12) и (10.13), можно установить, что при одном и том же значении $\ln(T_2/T_1)$ изменение энтропии Δs в изобарном процессе больше, чем в изохорном, так как $c_p > c_v$. Изобарному процессу на $T-s$ -диаграмме соответствует кривая $3'''-1-2'''$.

Изотермический процесс на $T-s$ -диаграмме изображается прямой, параллельной оси абсцисс. Отрезок $1-2'$ соответствует процессу расширения газа, так как при увеличении энтропии ($ds > 0$) увеличивается и удельный объем ($dw > 0$). Отрезок $1-3'$ является изображением процесса изотермического сжатия.

Изменение энтропии газа в изотермическом процессе может быть определено из уравнений (10.9) и (10.10):

$$\Delta s_T = R \ln \frac{w_2}{w_1}; \quad (10.14)$$

$$\Delta s_T = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (10.15)$$

Количество теплоты q_T на $T-s$ -диаграмме выражается площадью прямоугольника $1-2'-5-4-1$, т.е. $q_T = T\Delta s_T$.

Тогда

$$q_T = RT \ln \frac{w_2}{w_1} = A_T, \quad (10.16)$$

как следует из уравнения (9.25), или

$$\Delta s_T = \frac{q_T}{T}. \quad (10.17)$$

Для адиабатного процесса $q_{ад} = 0$ и $dq_{ад} = 0$. Следовательно, $ds_{ад} = dq/T = 0$, т.е. $s_{ад} = \text{const}$.

Таким образом, адиабатный процесс на $T-s$ -диаграмме изображается прямой, параллельной оси ординат. Отрезок $1-2$ соответствует процессу расширения рабочего тела ($dT < 0$), а $1-3$ — процессу сжатия.

Циклу Карно на $T-s$ -диаграмме соответствует прямоугольник (рис. 10.6). Выражение для термического КПД данного цикла по такой диаграмме получить проще, чем по $p-w$ -диаграмме:

$$\begin{aligned} \eta_t &= \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{A}{q_1} = \frac{F_{1-2-3-4-1}}{F_{1-2-5-6-1}} = \\ &= \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \end{aligned}$$

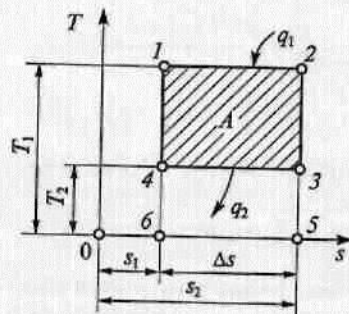


Рис. 10.6. Цикл Карно на $T-s$ -диаграмме

где $F_{1-2-3-4-1}$, $F_{1-2-5-6-1}$ — площади соответствующих прямоугольников.

Пример 10.1. При совершении обратимого цикла в тепловом двигателе к рабочему телу подводится 440 МДж теплоты. При этом двигатель совершает работу, равную 200 МДж. Определить термический КПД цикла.

Решение. Согласно формуле (10.2)

$$\eta_t = \frac{A_{ци}}{q_1} = \frac{200 \cdot 10^6}{440 \cdot 10^6} = 0,455.$$

Пример 10.2. Определить КПД обратимого цикла теплового двигателя, если подвод теплоты осуществляется при температуре $t_1 = 200^\circ\text{C}$, а отвод — при температуре $t_2 = 30^\circ\text{C}$.

Решение. В соответствии с формулой (10.5)

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{303}{473} = 0,36.$$

Пример 10.3. Определить КПД холодильной машины, работающей по обратному циклу для температурных условий примера 10.2.

Решение. Согласно формуле (10.6)

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{303}{473 - 303} = 1,78.$$

Контрольные вопросы

1. Объясните сущность идеального цикла теплового двигателя. Какой цикл называют прямым?
2. Каковы отличия реального и идеального циклов?
3. Как определить термический КПД?
4. Какие циклы называются обратными? В каких технических установках они осуществляются?
5. Что такое холодильный коэффициент?
6. Объясните сущность цикла Карно.
7. Почему в реальных условиях невозможно создать двигатель, работающий по циклу Карно?
8. Назовите известные вам формулировки второго закона термодинамики.
9. Объясните понятие энтропии газа. Напишите формулу для ее определения.
10. По какой диаграмме можно определить количество теплоты, затрачиваемой в термодинамическом процессе?
11. Напишите формулу для определения изменения энтропии в изохорном процессе.
12. В изохорном или изобарном процессе изменение энтропии больше и почему?

11.1. Уравнение состояния для реальных газов

Реальный газ в отличие от идеального состоит из молекул, которые имеют конечный объем и взаимодействуют между собой. Поэтому для реальных газов уравнение состояния имеет более сложный вид. При его выводе за основу все же принимают уравнение Клапейрона для идеального газа (8.14).

В 1873 г. голландский физик Ван-дер-Ваальс теоретическим путем получил уравнение состояния для реальных газов, имеющее достаточно простой вид:

$$\left(p + \frac{a}{w^2}\right)(w - b) = RT, \quad (11.1)$$

где a и b — поправочные коэффициенты к уравнению Клапейрона, учитывающие физическую природу газа.

Поправочный член a/w^2 характеризует силы взаимного притяжения молекул реального газа и имеет размерность давления. Поправочный коэффициент b представляет собой предельный объем, который имел бы газ при бесконечно большом сжатии, т.е. является, таким образом, собственным объемом молекул реального газа. Измеряется коэффициент b в единицах объема. Поправочные коэффициенты a и b различны для разных газов, что несколько осложняет практические расчеты.

М. П. Вукалович и И. И. Новиков в 1939 г. предложили уравнение состояния для водяного пара с поправкой на ассоциацию и диссоциацию молекул. Ассоциация — это механическое соединение двух или более молекул в одну сложную частицу, происходящее при низких температурах, а диссоциация — обратное явление, происходящее при высоких температурах газа. При учете эффекта ассоциации двойных молекул уравнение Вукаловича — Новикова выглядит следующим образом:

$$\left(p + \frac{a}{w^2}\right)(w - b) = RT \left(1 - \frac{c}{wT^{\frac{3+2m}{2}}}\right), \quad (11.2)$$

где c и m — опытные постоянные коэффициенты.

Из анализа уравнений (11.1) и (11.2) следует, что состояние реального газа будет тем ближе к состоянию идеального, чем больше w . Таким образом, при больших удельных объемах реального газа можно пользоваться уравнением Клапейрона. В частности, оно применимо для пара, находящегося во влажном воздухе.

11.2. Рассмотрение процесса парообразования по $p-w$ -диаграмме

Пусть в цилиндре под поршнем находится 1 кг воды при температуре 0°C . При некотором давлении $p = \text{const}$ этому состоянию воды соответствует точка a на $p-w$ -диаграмме (рис. 11.1). Удельный объем воды $w_0 = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Если нагревать воду при постоянном давлении до температуры кипения, то ее объем будет увеличиваться и достигнет значения w' , которому соответствует точка b на $p-w$ -диаграмме. Следует отметить, что соотношение объемов воды и пара на диаграмме искажено. Это обусловлено тем, что при невысоких давлениях объем воды пренебрежимо мал по сравнению с объемом насыщенного пара и отобразить это соотношение на диаграмме, построенной в обычных координатах, не представляется возможным. Это замечание относится также к увеличению объема воды при нагревании ее от 0°C до температуры кипения.

Отрезок прямой $b-c$ на $p-w$ -диаграмме соответствует процессу парообразования в случае подвода теплоты при неизменных давлении и температуре пароводяной смеси. На отрезке $b-c$ пар называется влажным насыщенным. Когда вся вода превратится в пар (точка c), объем цилиндра окажется заполненным сухим насыщенным паром. Температура пара в точке c , равная температуре кипения, называется температурой насыщения. Она обозначается t_n и зависит от давления. Например, при $p_{abc} = 0,1 \text{ МПа}$ $t_n = 99,09^\circ\text{C}$; при $p_{abc} = 0,2 \text{ МПа}$ $t_n = 119,62^\circ\text{C}$; при $p_{abc} = 10 \text{ МПа}$ $t_n = 309,53^\circ\text{C}$.

Процесс, обратный процессу парообразования, т.е. протекающий от точки c до точки b , является процессом отвода теплоты

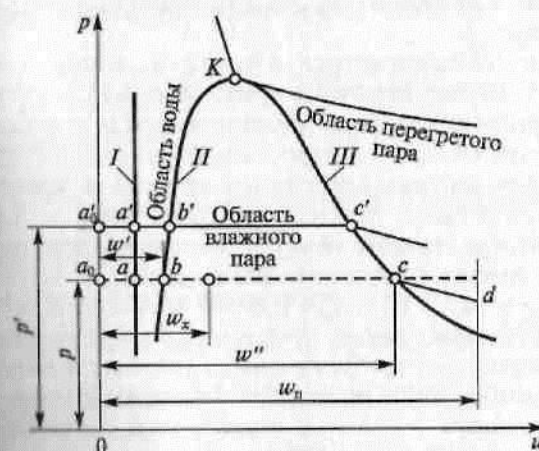


Рис. 11.1. Процесс парообразования на $p-w$ -диаграмме

при постоянных давлении и температуре, в результате которого 1 кг сухого пара, постепенно конденсируясь, превращается в 1 кг воды. Другими словами, это процесс конденсации.

Влажный пар характеризуется *степенью сухости* x , т.е. массовой долей сухого насыщенного пара, содержащегося в 1 кг влажного пара. Например, если в 1 кг влажного пара содержится 0,75 кг сухого насыщенного пара и 0,25 кг воды, то степень сухости такого пара $x = 0,75$. Величина $(1 - x)$, соответствующая доле воды во влажном паре, называется *степенью влажности*. Для сухого насыщенного пара $x = 1$.

Если процесс парообразования будет осуществляться при более высоком давлении p' (см. рис. 11.1), то удельный объем воды практически не изменится (точка a'), а удельный объем кипящей воды несколько возрастет (точка b'), так как с увеличением давления возрастет температура кипения. Состоянию сухого насыщенного пара соответствует точка c' , в которой его удельный объем меньше, чем при давлении p (точка c), так как процесс парообразования при более высоком давлении происходит более интенсивно.

Если соответствующие точки ($a, a', \dots; b, b', \dots; c, c', \dots$) соединить, то образуются линии, характеризующие различные состояния воды и водяного пара. Так, линия I соответствует состоянию воды при 0°C и является прямой, почти параллельной оси ординат. Линия II , объединяющая точки b, b', \dots , — кривая, которая соответствует состоянию кипящей воды и называется нижней пограничной кривой. Линия III , объединяющая точки c, c', \dots , — кривая, которая характеризует состояние сухого насыщенного пара при различных давлениях и называется верхней пограничной кривой. Линия II отделяет область воды от области влажного пара, а линия III — область влажного пара от области перегретого пара.

Линии II и III встречаются в точке K , которая называется *критической*. Она соответствует критическому состоянию вещества, при котором отсутствует различие между жидкостью и паром. В этой точке кипящая жидкость мгновенно переходит в сухой пар, так как горизонтальный отрезок прямой между линиями II и III , характеризующий процесс парообразования, отсутствует. Параметры, определяющие точку K , называются критическими; для воды они имеют следующие значения: $p_{кр} = 22,5$ МПа; $t_{кр} = 374,15^\circ\text{C}$ ($T_{кр} = 647,3$ К), $w_{кр} = 0,00307$ м³/кг.

Как было отмечено ранее, процесс парообразования, изображаемый отрезком $b-c$, требует подвода теплоты. Количество теплоты, необходимое для превращения 1 кг воды в сухой насыщенный пар, называется *теплотой парообразования* и обозначается буквой r . С увеличением давления значение r уменьшается; при $p_{абс} = 10$ МПа $r = 1330$ кДж/кг; в точке K $r = 0$.

Если к сухому насыщенному пару продолжать подводить теплоту при $p = \text{const}$, то пойдет процесс, которому на $p-w$ -диаграмме соответствует линия $c-d$. Она уже не совпадает с изотермой, так как подведенная теплота расходуется на повышение температуры пара. Пар в состоянии, характеризуемом линией процесса за точкой c , например в точке d , имеет температуру более высокую, чем температура насыщения, и называется *перегретым паром*.

Для параметров, характеризующих состояние воды или пара, приняты следующие обозначения: величины с индексом 0 относятся к начальному состоянию воды; с индексом $'$ — к воде при температуре кипения; с индексом $''$ — к сухому насыщенному пару; с индексом x — к влажному насыщенному пару; с индексом p — к перегретому пару.

Если известна степень сухости влажного насыщенного пара, то представляется возможным определить его остальные параметры состояния. Пусть доля сухого пара в пароводяной смеси составляет x . Тогда $(1 - x)$ — доля воды. Объем 1 кг смеси

$$w_x = w''x + w'(1 - x). \quad (11.3)$$

Значения удельных объемов воды w' и сухого насыщенного пара w'' приводятся в справочных таблицах (см. подразд. 11.3). При большом паросодержании ($x > 0,8$) и невысоком давлении ($p_{абс} < 3$ МПа) второй член выражения (11.3) пренебрежимо мал по сравнению с первым. Тогда

$$w_x = w''x. \quad (11.4)$$

Выражение (11.3) можно также представить в виде

$$w_x = w' + x(w'' - w'). \quad (11.5)$$

Плотность влажного насыщенного пара

$$\rho_x = \frac{1}{w_x} = \frac{1}{w''x} = \frac{\rho''}{x}, \quad (11.6)$$

т.е. она равна отношению плотности сухого насыщенного пара к степени сухости.

Теплота парообразования (фазового превращения)

$$r_x = rx. \quad (11.7)$$

Энтальпия влажного насыщенного пара

$$i_x = i' + x(i'' - i') = i' + rx. \quad (11.8)$$

Энтропия влажного насыщенного пара

$$s_x = s' + x(s'' - s') = s' + x \frac{r}{T_H}, \quad (11.9)$$

где s' — удельная энтропия воды при температуре кипения; xr/T_n — приращение удельной энтропии при испарении x кг воды; T_n — температура насыщенного пара.

Энтальпия перегретого пара

$$i_n = i'' + q_{пг} \quad (11.10)$$

т.е. она представляет собой сумму энтальпии сухого насыщенного пара и теплоты, израсходованной на перегрев пара при $p = \text{const}$.

11.3. Отражение процесса парообразования на $i-s$ -диаграмме. Таблицы водяного пара

Для исследования процессов и циклов, в которых рабочим телом является водяной пар, очень удобно пользоваться $i-s$ -диаграммой, где по оси абсцисс отложены значения энтропии, а по оси ординат — энтальпии (рис. 11.2). Основное ее преимущество по сравнению с $T-s$ -диаграммой заключается в том, что в $i-s$ -диаграмме значениям теплоты и энтальпий i' , i'' , i_n соответствуют отрезки линий, а не площади, как в $T-s$ -диаграмме.

Впервые $i-s$ -диаграмма водяного пара при давлении до 2 МПа была предложена Мольте в 1904 г. У нас в стране используются $i-s$ -диаграммы, разработанные Всесоюзным теплотехническим институтом и проф. М. П. Вукаловичем для диапазона давлений

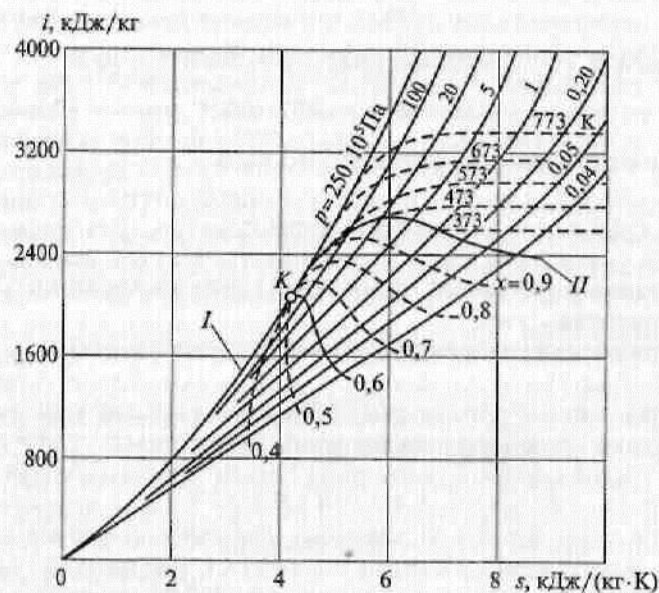


Рис. 11.2. $i-s$ -диаграмма водяного пара

1 кПа... 30 МПа и интервала температур 20... 700 °С. На $i-s$ -диаграмме по данным таблиц водяного пара нанесены нижняя I ($x = 0$) и верхняя II ($x = 1$) пограничные кривые. Координатами точек нижней пограничной кривой являются параметры i' и s' , верхней — i'' и s'' . Между пограничными кривыми находится область влажного насыщенного пара, выше верхней пограничной кривой — область перегретого пара.

На диаграмме нанесены линии постоянного давления — изобары. В области влажного пара они представляют собой пучок слабо расходящихся прямых, наклоненных вправо и совпадающих с изотермами. В области перегретого пара изобары искривляются вверх, продолжая подниматься слева направо. Изотермы в области перегретого пара изгибаются в противоположном, чем изобары, направлении, т.е. выпуклостью они обращены вверх.

В области влажного насыщенного пара имеются также линии постоянной степени сухости пара, которые начинаются от критической точки K . На некоторых $i-s$ -диаграммах бывают нанесены и линии постоянного удельного объема ($w = \text{const}$) — изохоры, представляющие собой кривые, подобные изобарам, но направленные под большим углом к оси абсцисс. Адиабата в координатах $i-s$ изображается прямой вертикальной линией, что весьма удобно при проведении расчетов.

С помощью $i-s$ -диаграммы можно определить по двум известным параметрам все необходимые термодинамические параметры для любого состояния пара. На $i-s$ -диаграмме могут быть изображены основные термодинамические процессы.

При изохорном процессе (рис. 11.3, а) начальное состояние пара (точка I) определяется давлением p_1 и степенью сухости пара x_1 , а конечное — температурой t_2 . Проведя изохору $w_1 = \text{const}$ через точку I до пересечения с изотермой $t_2 = \text{const}$, получают точку 2. В этом процессе при подводе теплоты к влажному пару повышаются его давление и температура. При этом влажность пара уменьшается и он превращается в сухой насыщенный пар, а затем в перегретый. При отводе теплоты процесс идет в обратном направлении.

При изобарном процессе (рис. 11.3, б) начальное состояние пара характеризуется точкой I (p_1 и x_1). Определение конечной точки 2 аналогично предыдущему. Надо только учитывать, что в отличие от изохорного процесса температура сухого насыщенного пара t_n равна t_1 ; при дальнейшем подводе теплоты пар перегревается.

В изотермическом процессе (рис. 11.3, в) пар из начального состояния, определяемого точкой I (p_1 и x_1), переходит в состояние, соответствующее точке 2, в которой его давление достигает значения p_2 . На первом участке, т.е. до пересечения с

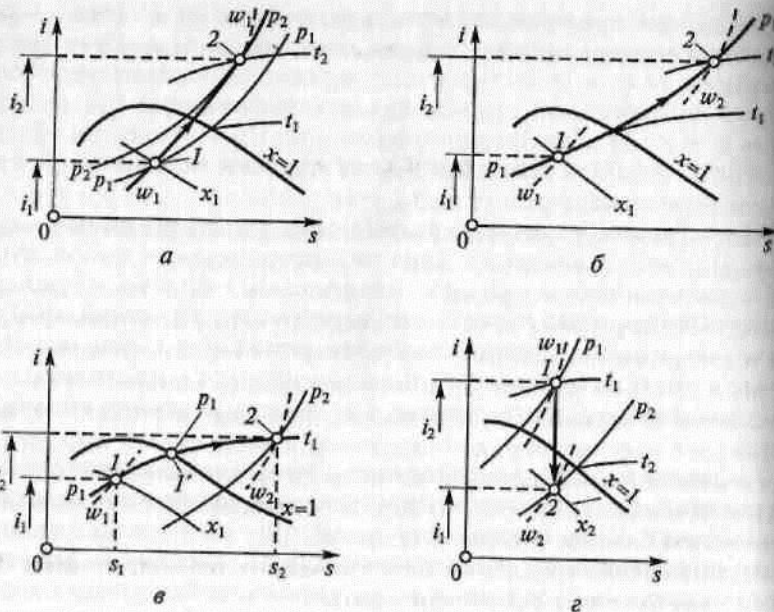


Рис. 11.3. Основные термодинамические процессы водяного пара на $i-s$ -диаграмме:

a — изохорный; $б$ — изобарный; $в$ — изотермический; $г$ — адиабатный

верхней пограничной кривой (точка I'), изотерма совпадает с изобарой $p_1 = \text{const}$, а затем отклоняется вправо до пересечения в точке 2 с изобарой $p_2 = \text{const}$.

В изотермическом процессе при подводе к пару теплоты его объем увеличивается, а в области перегретого пара — понижается. Внутренняя энергия пара в отличие от идеального газа изменяется, так как это связано с работой диссоциации молекул. Поэтому для пара $u_2 \neq u_1$ и $q_T \neq A_T$.

При адиабатном процессе (рис. 11.3, $г$) водяной пар из начального состояния, соответствующего точке I (p_1 и x_1), адиабатно расширяется до давления p_2 . Поскольку в данном процессе значение энтропии остается постоянным, то он изображается вертикальной прямой линией, выходящей из точки I и пересекающей изобару $p_2 = \text{const}$ в точке 2 . При этом давление и температура пара понижаются. Перегретый пар переходит в сухой насыщенный, а затем во влажный. При сжатии влажного пара процесс идет в обратном направлении.

На практике при проведении инженерных расчетов, связанных с водяным паром, пользуются специальными таблицами, приведенными в справочной литературе. В таблицах даются значения параметров состояния кипящей воды (w' , i' , s'), сухого

насыщенного пара (w'' , i'' , s'') и перегретого пара, а также теплоты парообразования r в зависимости от давления или температуры.

11.4. Дросселирование пара и газа

В гл. 9 были рассмотрены процессы, протекающие в цилиндрах поршневых тепловых двигателей. В этих процессах, согласно первому закону термодинамики [см. уравнение (9.8)], подведенная к рабочему телу теплота расходуется на изменение внутренней энергии и совершение механической работы. Изменение кинетической энергии газа при расширении не учитывалось ввиду его незначительности. В реактивных двигателях, турбинах и других установках, в которых газ перемещается с большой скоростью, пренебрегать изменением кинетической энергии движущихся масс газа нельзя, так как эта энергия является основным слагаемым в энергетическом балансе рабочего тела.

В этом случае уравнения первого закона термодинамики (9.7) и (9.8) необходимо скорректировать.

Пусть по каналу переменного сечения движется поток газа (рис. 11.4). Будем считать, что движение газа установившееся и неразрывное; скорости по сечению, перпендикулярному оси канала, равны; трением внутри потока и о стенки канала можно пренебречь.

Тогда теплота q , подведенная к 1 кг газа на участке между двумя произвольно выбранными сечениями $I-I$ и $II-II$ будет расходоваться на изменение внутренней энергии Δu , совершение работы против внешних сил A' (работа проталкивания) и приращение кинетической энергии газа $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$, т.е.

$$q = \Delta u + A' + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2), \quad (11.11)$$

где v_1 и v_2 — скорости газа в рассматриваемых сечениях.

В дифференциальной форме уравнение (11.11) имеет вид

$$dq = du + dA' + \frac{1}{2}dv^2. \quad (11.12)$$

Уравнения (11.11) и (11.12) являются математическим выражением первого закона термодинамики для газового потока. Легко установить, что

$$A' = p_2 w_2 - p_1 w_1, \quad (11.13)$$

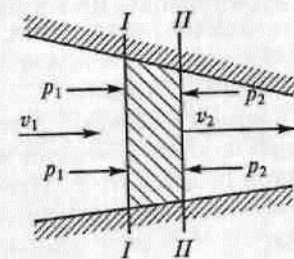


Рис. 11.4. К выводу уравнения первого закона термодинамики для газового потока

где w_1 и w_2 — удельные объемы газа, м³/кг, в рассматриваемых сечениях.

Подставив выражение для A' из уравнения (11.1) в уравнение (11.11), получим

$$q = u_2 - u_1 + (p_2 w_2 - p_1 w_1) + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2),$$

или

$$q = (u_2 + p_2 w_2) - (u_1 + p_1 w_1) + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2). \quad (11.14)$$

Но так как $u + pw = i$ [см. уравнение (9.9)], уравнение (11.14) можно записать в виде

$$q = i_2 - i_1 + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad (11.15)$$

или в дифференциальной форме

$$dq = di + \frac{1}{2}dv^2. \quad (11.16)$$

Последнее уравнение также является математическим выражением первого закона термодинамики, из которого следует, что теплота, подводимая к движущемуся потоку газа, расходуется на приращение энтальпии и удельной кинетической энергии.

Рассмотрим подробнее процесс дросселирования пара и газа, как наиболее часто встречающийся на практике. Любое резкое сужение трубопровода (дроссель-клапан, шибер, калиброванная диафрагма, вентиль, задвижка) снижает давление пара или газа; давление p_2 в сечении II—II после сужения всегда меньше давления p_1 в сечении I—I перед сужением (рис. 11.5). Потеря давления $p_1 - p_2$ тем больше, чем меньше относительная площадь сужения. **Дросселирование** — это изменение состояния пара или газа в процессе адиабатного расширения после внезапного сужения (местного гидравлического сопротивления) при движении потока по трубопроводу. Дросселирование также называют мятием, редуцированием или торможением.

При отсутствии теплообмена ($q = 0$) из уравнения (11.15) имеем:

$$i_1 + \frac{v_1^2}{2} = i_2 + \frac{v_2^2}{2}. \quad (11.17)$$

На некотором расстоянии от места внезапного сужения по направлению движения потока пара или газа скорость газа понижается до ее первоначального значения, т.е. v_2 становится равна v_1 . В этом случае, согласно (11.17),

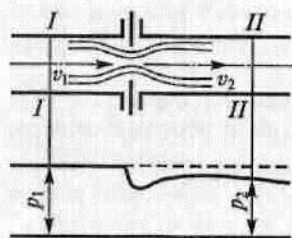


Рис. 11.5. К пояснению процесса дросселирования пара или газа

$$i_1 = i_2, \quad (11.18)$$

т.е. в результате дросселирования энтальпия не меняется.

Из равенства (11.18) следует, что для идеального газа в процессе дросселирования $du = 0$; $dT = 0$, $di = 0$, но так как $p_2 > p_1$, то, следовательно, $w_2 > w_1$.

В реальных газах внутренняя энергия зависит от объема, поэтому в процессе дросселирования внутренняя энергия и температура изменяются: $du \neq 0$; $dT \neq 0$, $di \neq 0$.

При этом, особенно при высоких давлениях, наблюдается понижение температуры. Данное явление называется эффектом Джоуля — Томсона (по фамилиям ученых, открывших его).

Процесс дросселирования водяного пара удобно исследовать, используя $i-s$ -диаграмму (см. рис. 11.2), на которой процесс условно изображают прямой линией, параллельной оси абсцисс. С помощью $i-s$ -диаграммы можно установить, что температура водяного пара при дросселировании уменьшается.

Влажный пар в зависимости от параметров начального состояния (p_1 и x_1) в результате дросселирования может остаться влажным либо стать сухим или даже перегретым. Перегретый пар также в зависимости от начального состояния после дросселирования может остаться перегретым или сделаться сухим, потом влажным, после чего снова сухим или перегретым. Это зависит от степени дросселирования.

В технике низких температур охлаждение, являющееся результатом дросселирования, лежит в основе большинства низкотемпературных процессов, а также играет решающую роль при сжижении газов. Поэтому в специальных редуциционно-охладительных установках, когда необходимо уменьшить давление рабочего тела, широко применяют процессы дросселирования. Дросселирование используют также при измерении и регулировании расходов газа.

Контрольные вопросы

1. Напишите уравнение Ван-дер-Ваальса и поясните его смысл.
2. В чем сущность поправки Вукаловича — Новикова к уравнению Ван-дер-Ваальса?
3. Объясните процесс парообразования по $p-w$ -диаграмме.
4. Как определить плотность влажного насыщенного пара?
5. Напишите формулу для определения энтальпии перегретого пара.
6. Что собой представляет $i-s$ -диаграмма водяного пара?
7. Напишите дифференциальное уравнение, выражающее первый закон термодинамики для газового потока.
8. Что называется дросселированием пара или газа?
9. Объясните эффект Джоуля — Томпсона.
10. Приведите примеры использования процесса дросселирования газа в технике.

12.1. Виды теплообмена

В теории теплообмена рассматриваются вопросы распространения теплоты. Теплообмен имеет весьма важное значение, так как с ним связаны многочисленные процессы в различных областях техники и природные явления.

Исследования теплообмена показали, что это сложный процесс, который можно представить как совокупность отдельных простых процессов. Различают три элементарных вида теплообмена — теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

В процессе *теплопроводности* обмен энергией происходит в результате непосредственного соприкосновения частиц вещества (молекул, атомов и свободных электронов) при их тепловом движении. Теплопроводность имеет место в любых телах, но механизм переноса энергии зависит от агрегатного состояния вещества. Теплопроводность в жидких и особенно в газообразных телах незначительна по сравнению с твердыми телами. В разных твердых телах теплопроводность также может существенно отличаться. Тела с малой теплопроводностью называются теплоизоляционными.

Процесс *конвекции* происходит исключительно в жидкостях и газах и представляет собой перенос теплоты за счет перемещения и перемешивания отдельных частиц жидкости или газа. При этом существенное значение имеют состояние и характер движения жидкости. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью. Различают естественную и вынужденную конвекцию. В процессе естественной конвекции перемещение частиц жидкости или газа происходит за счет разности плотностей отдельных объемов вещества. Если перемещение жидкости или газа происходит в результате воздействия какого-либо побудителя движения (насоса, вентилятора и т. п.), то перенос теплоты при этом называют вынужденной конвекцией. Процесс теплообмена в последнем случае происходит значительно интенсивнее, чем при естественной конвекции.

Тепловое излучение — это процесс переноса теплоты от одного тела к другому электромагнитными волнами, возникающими в результате сложных молекулярных и атомных возмущений. В отличие от теплопроводности и конвекции этот процесс сопровождается превращениями энергии — тепловой в лучистую, а затем лучистой снова в тепловую. Лучистая энергия возникает на поверхности тела и распространяется во все стороны. Встречая на своем пути другие тела, лучистая энергия ими частично поглощается,

превращаясь в теплоту. При этом происходит повышение температуры тела.

Элементарные виды теплообмена в чистом виде практически не встречаются. В большинстве случаев один вид теплообмена сопровождается другим. В теплообменных аппаратах наблюдаются самые различные сочетания видов теплообмена, разделить которые очень затруднительно.

В практических расчетах совокупность сложных процессов иногда целесообразнее рассматривать как один процесс, которому в этом случае присваивают специальное название. Так перенос теплоты от горячей жидкости (газа) к холодной через разделяющую их стенку называют процессом *теплопередачи*.

При изучении отдельных видов теплообмена используют следующие общие понятия и определения.

1. Перенос теплоты от одного тела к другому или в самом теле происходит только при наличии разности температур и направлен всегда в сторону более низкой температуры.

2. Количество переносимой в единицу времени теплоты называется *тепловым потоком* Q , Вт. Тепловой поток, проходящий через единицу площади поверхности F , m^2 , перпендикулярной направлению потока, называется *удельным тепловым потоком* q , Вт/ m^2 , т. е.

$$q = \frac{Q}{F}. \quad (12.1)$$

3. Температура представляет собой параметр состояния тела или системы тел и в общем случае является функцией координат x , y , z изучаемого пространства и времени τ , т. е.

$$t = f(x, y, z, \tau). \quad (12.2)$$

Совокупность значений температуры для всех точек пространства в данный момент времени называется *температурным полем*. Уравнение (12.2) является его математическим выражением. Если температурное поле изменяется во времени, то оно называется *неустановившимся*, или *нестационарным*. Если распределение температур (температурное поле) не зависит от времени, то поле называется *установившимся*, или *стационарным*. В этом случае тепловой режим и тепловой поток будут также стационарными.

Температурное поле может быть функцией трех, двух или одной координаты. Соответственно оно называется трех-, двух- или одномерным. Простейшим температурным полем является одномерное стационарное поле, которое описывается уравнением вида

$$t = f(x). \quad (12.3)$$

4. Геометрическое место точек, имеющих одинаковую температуру в рассматриваемом пространстве, образует изотермическую

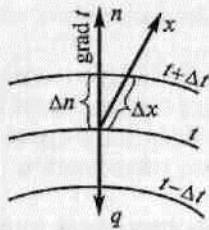


Рис. 12.1. К пояснению понятия температурного градиента

изотермическим поверхностям (рис. 12.1). Производная температуры по нормали к изотермической поверхности называется *температурным градиентом*, °С/м, т. е.

$$\text{grad } t = \frac{\partial t}{\partial n}. \quad (12.4)$$

Температурный градиент является вектором, направленным по нормали к изотермической поверхности. Его положительным направлением считается направление в сторону повышения температуры.

12.2. Теплопроводность

Основным законом теплопроводности является закон Фурье (1822 г.), устанавливающий прямую пропорциональную зависимость между удельным тепловым потоком и температурным градиентом:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \text{ grad } t, \quad (12.5)$$

где λ — коэффициент пропорциональности, который называется *коэффициентом теплопроводности*, Вт/(м · °С).

Удельный тепловой поток q является векторной величиной (см. рис. 12.1), направление которой противоположно направлению температурного градиента, на что указывает знак «-» в уравнении Фурье. Из уравнения можно определить, что коэффициент теплопроводности численно равен удельному тепловому потоку при температурном градиенте, равном единице, т. е. при уменьшении температуры на 1 °С на единицу длины.

Коэффициенты теплопроводности различных веществ сильно отличаются друг от друга и существенно зависят от структуры, плотности, наличия примесей, влажности, давления температуры и других факторов. В практических расчетах значение коэффи-

циента теплопроводности определяют по справочным данным. При этом следует убедиться, что физические характеристики вещества соответствуют табличным значениям.

В соответствии с экспериментальными данными зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для большинства материалов линейная, т. е.

$$\lambda = \lambda_0(1 + bt), \quad (12.6)$$

где λ_0 — значение коэффициента теплопроводности при 0 °С; b — постоянная, определяемая опытным путем.

Так как температура, обуславливающая процесс теплопроводности, в отдельных частях тела различна, то значение коэффициента теплопроводности определяется при среднеарифметическом из граничных значений температур и принимается постоянным.

Основываясь на законе Фурье, рассмотрим процесс теплопроводности через плоскую однослойную стенку толщиной δ при стационарном режиме (рис. 12.2). Коэффициент теплопроводности материала стенки постоянен и равен λ . Температуры на поверхностях стенки τ_1 и τ_2 , причем $\tau_1 > \tau_2$. Температура изменяется только в направлении оси x , перпендикулярной поверхности стенки. Следовательно, температурное поле является одномерным, а плоскости, параллельные поверхностям стенки, представляют собой изотермические поверхности.

Для слоя толщиной dx на основании закона Фурье

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}, \quad (12.7)$$

откуда

$$dt = -\frac{q}{\lambda} dx.$$

Проинтегрировав последнее уравнение, получим

$$t = -\frac{q}{\lambda} x + C. \quad (12.8)$$

Следовательно, температура по толщине стенки изменяется по линейному закону. Постоянную интегрирования C определим из граничного условия: при $x = 0$ $t = \tau_1$, отсюда $C = \tau_1$.

При $x = \delta$ $t = \tau_2$ и уравнение (12.8) принимает вид

$$\tau_2 = -\frac{q}{\lambda} \delta + \tau_1,$$

откуда удельный тепловой поток

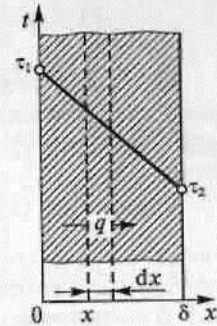


Рис. 12.2. Теплопроводность через однослойную плоскую стенку

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(\tau_1 - \tau_2). \quad (12.9)$$

Из уравнения (12.9) видно, что удельный тепловой поток прямо пропорционален коэффициенту теплопроводности λ и перепаду температур $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2$ и обратно пропорционален толщине стенки δ .

Уравнение (12.9) можно представить в виде

$$q = \frac{\Delta\tau}{R}, \quad (12.10)$$

где R — термическое сопротивление стенки ($R = \delta/\lambda$), $(\text{м}^2 \cdot \text{°C})/\text{Вт}$.

Определив удельный тепловой поток q , можно вычислить общее количество теплоты Q , Вт, передаваемое в единицу времени через стенку площадью F , м^2 , по формуле

$$Q = qF. \quad (12.11)$$

Температуру в произвольном сечении x стенки можно определить по формуле

$$t_x = \tau_1 - \frac{\tau_1 - \tau_2}{\delta} x, \quad (12.12)$$

которая является приближенной, так как коэффициент теплопроводности λ зависит от температуры и температура по толщине стенки в действительности изменяется по криволинейному закону.

Рассмотрим теперь теплопроводность через плоскую многослойную стенку, состоящую, например, из трех различных, но плотно прилегающих друг к другу слоев (рис. 12.3), каждый из которых имеет свои определенные толщину δ и коэффициент теплопроводности материала λ . Такие конструкции характерны для стен зданий, обмуровок котлов и других тепловых устройств.

При стационарном режиме удельный тепловой поток, проходящий через стенку, один и тот же для каждого из слоев. Поэтому, в соответствии с формулой (12.9), для каждого из слоев справедливы следующие уравнения:

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(\tau_1 - \tau_2);$$

$$q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(\tau_2 - \tau_3);$$

$$q = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(\tau_3 - \tau_4)$$

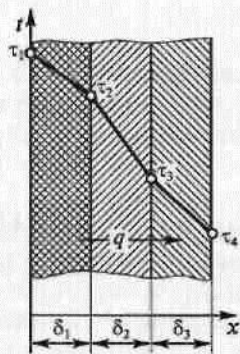


Рис. 12.3. Теплопроводность через многослойную плоскую стенку

или

$$\begin{aligned} \tau_1 - \tau_2 &= q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ \tau_2 - \tau_3 &= q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ \tau_3 - \tau_4 &= q \frac{\delta_3}{\lambda_3}. \end{aligned} \quad (12.13)$$

Просуммировав правые и левые части уравнений (12.13), получим

$$\tau_1 - \tau_4 = q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right), \quad (12.14)$$

откуда

$$q = \frac{\tau_1 - \tau_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{\Delta\tau}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\Delta\tau}{R}, \quad (12.15)$$

где $\Delta\tau$ — разность температур на наружных поверхностях стенки; R — общее термическое сопротивление стенки, равное сумме термических сопротивлений отдельных слоев.

Температуры на границах каждого из слоев можно рассчитать, подставив значение удельного теплового потока из формулы (12.15) в уравнения (12.13):

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \tau_1 - q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ \tau_3 &= \tau_2 - q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \tau_1 - q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right); \\ \tau_4 &= \tau_3 - q \frac{\delta_3}{\lambda_3}. \end{aligned} \quad (12.16)$$

Температурное поле многослойной стенки показано на рис. 12.3.

Исходя из формулы (12.15) можно написать выражение для определения удельного теплового потока через n -слойную стенку:

$$q = \frac{\tau_1 - \tau_{n+1}}{\sum_1^n R_i}, \quad (12.17)$$

где $\sum_1^n R_i$ — сумма термических сопротивлений всех слоев стенки.

При определении теплового потока через однослойную или многослойную цилиндрическую стенку, если ее толщина незначительна по сравнению с диаметром или отношение наружного и

внутреннего диаметров $d_{нар}/d_{вн}$ близко к единице, можно пользоваться формулами для плоской стенки. При этом площадь F поверхности, через которую проходит тепловой поток, следует определять по среднему диаметру $d_{ср} = (d_{вн} + d_{нар})/2$, т. е. $F = \pi d_{ср} l$, где l — высота цилиндра или длина трубы.

12.3. Конвективный теплообмен

Под конвективным теплообменом, или теплоотдачей (тепло-восприятием), поднимают процесс теплообмена между жидкостью (газом) и твердым телом при их непосредственном соприкосновении. Этот процесс происходит при совместном действии теплопроводности и конвекции.

Тепловой поток Q , Вт, при конвективном теплообмене определяется по формуле Ньютона

$$Q = \alpha F(t_{ж} - \tau), \quad (12.18)$$

где α — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом теплоотдачи* (тепловосприятия), Вт/(м²·°C); F — площадь поверхности теплообмена, м²; $t_{ж}$ — температура жидкости, °C; τ — температура поверхности тела, °C.

Если принять $F = 1$ м², то получим формулу для подсчета удельного теплового потока (плотности теплового потока) q , Вт/м²:

$$q = \alpha(t_{ж} - \tau). \quad (12.19)$$

Коэффициент теплоотдачи представляет собой количество теплоты, передаваемое в единицу времени от жидкости к поверхности тела (или наоборот) через 1 м² при разности температур жидкости и поверхности в 1 °C. На коэффициент теплоотдачи α влияет множество факторов: форма тела Φ , его размеры l_1 , l_2 и l_3 , температура поверхности τ , скорость жидкости v , ее температура $t_{ж}$, физические параметры жидкости — коэффициент теплопроводности λ , динамическая вязкость μ , кинематическая вязкость ν , плотность ρ , теплоемкость c_p , коэффициент объемного расширения β и др.

Таким образом,

$$\alpha = f(\Phi, l_1, l_2, l_3, \tau, v, t_{ж}, \lambda, \mu, \nu, \rho, c_p, \beta, \dots). \quad (12.20)$$

Изучение процессов теплоотдачи ведется как в теоретическом, так и в экспериментальном направлении. Математическое решение в большинстве случаев ограничивается лишь формулировкой задачи, т. е. составлением системы дифференциальных уравнений и описанием условий однозначности. Поэтому при определении α , что необходимо для решения практических инженерных задач, большое значение имеют данные, полученные экспериментальным путем. Но распространять результаты экспериментов можно

лишь на подобные явления. Ответы на вопросы, какие явления могут быть признаны подобными, какие параметры можно определить из опытов и как обработать результаты опытов, дает теория подобия. Из нее следует, что экспериментальные данные необходимо обрабатывать с использованием так называемых *критериев подобия* — безразмерных комплексов, составленных из параметров, характеризующих изучаемый процесс.

Приведем основные критерии подобия, используемые при определении коэффициента теплоотдачи α , и их краткие характеристики:

$Nu = \alpha l / \lambda$ — критерий Нуссельта, характеризующий интенсивность теплоотдачи на границе жидкость (газ) — твердое тело и всегда являющийся искомой величиной (здесь и далее l — определяющий размер);

$Re = \rho v l / \mu$ — критерий Рейнольдса, представляющий собой отношение сил инерции к силам внутреннего трения и характеризующий гидродинамический режим движения жидкости (см. гл. 4);

$Pr = \mu c_p / \lambda$ — критерий Прандтля, характеризующий физические свойства жидкости (газа). Для газов одинаковой атомности критерий Pr является постоянной величиной, не зависящей от давления и температуры. Для одноатомных газов $Pr = 0,67$; для двухатомных $Pr = 0,72$; для трехатомных $Pr = 0,8$; для четырехатомных и более $Pr = 1$;

$Gr = \frac{dl}{\nu^2} \beta \Delta t$ — критерий Грасгофа, характеризующий силы, возникающие в жидкости (газе) вследствие разности плотностей в рассматриваемом объеме, которая обуславливает естественную конвекцию.

Для общего случая конвективного теплообмена критериальная зависимость имеет вид

$$Nu = f(Re, Gr, Pr). \quad (12.21)$$

Критерии Re , Gr , Pr в этой зависимости являются определяющими критериями.

Теплообмен в условиях вынужденного турбулентного движения оценивается критериальным уравнением вида

$$Nu = c Re^n Pr^m, \quad (12.22)$$

где c , n , m — соответственно коэффициент и показатели степени, определяемые экспериментально.

В режиме естественной конвекции теплоотдача в критериальном виде может быть описана общей степенной зависимостью вида

$$Nu_m = c (Gr Pr)^n, \quad (12.23)$$

где c , n — экспериментально определяемые величины, различные для отдельных диапазонов аргумента (Gr , Pr). Индекс m указывает,

что значения критериев вычислены при определяющих геометрических размерах и температуре. В частности, он свидетельствует о том, что в качестве определяющей была использована средняя температура между температурами жидкости и поверхности.

Наряду с критериальными зависимостями в справочниках и пособиях приводят формулы явного вида типа $\alpha = A\Delta t^m$ и $\alpha = Bv^n$, которые более просты для использования. Однако в этих формулах из всего многообразия влияющих факторов учтены лишь основные, что позволяет применять их только при наличии условий, аналогичных тем, при которых была получена данная зависимость.

12.4. Теплообмен излучением

Лучистая энергия является результатом сложных внутриатомных возмущений и возникает в основном за счет тепловой энергии. Поэтому при нагревании тела часть теплоты превращается в лучистую энергию, количество которой зависит от температуры.

Перенос лучистой энергии осуществляется посредством электромагнитных колебаний с различной длиной волны. Электромагнитные колебания с длиной волны 0,4...40 мкм обладают свойством поглощаться телами, встречающимися на пути их распространения, при этом их энергия снова преобразуется в тепловую. Эти свойства характерны для световых и инфракрасных лучей, которые называются *тепловыми*; процесс их распространения называется *тепловым излучением*, или *лучеиспусканием*.

Лучеиспускание — непрерывный процесс, свойственный всем телам. При попадании на другие тела лучистая энергия в зависимости от физических свойств и состояния поверхности тела частично поглощается, частично отражается и частично проходит сквозь тело (рис. 12.4).

Отраженная энергия, а также энергия, прошедшая сквозь тело, попадают на другие тела, где происходят подобные процессы. Таким образом, после ряда поглощений энергия теплового излучения полностью распределяется между окружающими телами. Следовательно, каждое тело не только непрерывно излучает, но и непрерывно поглощает энергию.

В результате двойного превращения энергии (тепловая — лучистая — тепловая) осуществляется процесс лучистого теплообмена. Количество отдаваемой или воспринимаемой теплоты соответствует разности между количествами излучаемой и поглощаемой телом

лучистой энергии. Это происходит в том случае, когда различна температура тел, участвующих во взаимном процессе лучистого теплообмена. При одинаковой температуре тел система находится в подвижном тепловом равновесии.

Обозначим общее количество лучистой энергии, падающей на тело, Q_0 , а количество поглощенной, отраженной и прошедшей сквозь тело лучистой энергии соответственно Q_A , Q_R и Q_D . Тогда

$$Q_0 = Q_A + Q_R + Q_D \quad (12.24)$$

Разделив обе части равенства на Q_0 , получим

$$1 = \frac{Q_A}{Q_0} + \frac{Q_R}{Q_0} + \frac{Q_D}{Q_0},$$

или

$$A + R + D = 1, \quad (12.25)$$

где A — поглощательная способность тела ($A = Q_A/Q_0$); R — отражательная способность тела ($R = Q_R/Q_0$); D — пропускательная способность тела ($D = Q_D/Q_0$).

Безразмерные величины A , R и D , называемые коэффициентами соответственно поглощения, отражения и пропускания, могут изменяться от 0 до 1. Если $A = 1$, а $R = 0$ и $D = 0$, то это означает, что вся падающая на тело лучистая энергия полностью этим телом поглощается. Такое тело называется *абсолютно черным*; в природе таких тел не существует (всегда $A < 1$). Свойствами, близкими к абсолютно черному телу, обладают нефтяная сажа ($A = 0,9 \dots 0,96$), вода и лед ($A = 0,92 \dots 0,95$), черное сукно ($A = 0,98$), черный бархат ($A = 0,96$).

Если $R = 1$, а $A = D = 0$, то тело полностью отражает падающую на него лучистую энергию. При этом, если отражение правильное, т.е. подчиняющееся законам геометрической оптики, то тело называется *зеркальным*; если отражение рассеянное (диффузное), то тело — *абсолютно белое*. К числу тел, близких по отражательной способности к абсолютно белому телу, относится ряд металлов (золото, медь и др.). Для полированных металлов $R = 0,95 \dots 0,97$.

Если $D = 1$, а $A = R = 0$, то тело полностью пропускает всю падающую на него лучистую энергию и называется *абсолютно прозрачным* (прозрачным), или *диатермичным*.

Абсолютно белых и абсолютно прозрачных тел, так же как и абсолютно черных, в природе не существует. Значения A , R и D зависят от природы тела, его температуры и длины волны излучения. Воздух, например, для тепловых лучей практически прозрачен, твердые тела и жидкости непрозрачны (атермичны). В последнем случае $D = 0$, т.е.

$$A + R = 1. \quad (12.26)$$

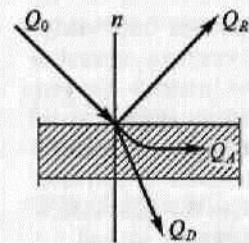


Рис. 12.4. Схема распределения лучистой энергии, падающей на тело:

Q_0 — энергия, падающая на тело; Q_A — поглощенная энергия; Q_R — отраженная энергия; Q_D — энергия, прошедшая сквозь тело

Отсюда следует, что если тело хорошо отражает лучистую энергию, то оно плохо поглощает, и наоборот. Примером того, как длина волны влияет на пропускную способность тела, является оконное стекло, которое прозрачно для световых лучей, но не пропускает ультрафиолетовое и длинноволновое инфракрасное излучение.

Рассмотрим основные законы теплового излучения.

В 1879 г. И. Стефан экспериментально, а в 1881 г. Л. Больцман теоретически установили зависимость излучательной способности (энергии излучения) абсолютно черного тела E_0 от температуры. В технических расчетах полученное ими уравнение, которое называется законом Стефана—Больцмана, используется в виде

$$E_0 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (12.27)$$

где C_0 — коэффициент излучения абсолютно черного тела, равный $5,68 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Реальные тела, называемые обычно *серыми*, по интенсивности излучения отличаются от абсолютно черного тела. Опытами Стефана и других исследователей было доказано, что рассмотренный выше закон может быть применен и к серым телам. В этом случае уравнение приобретает вид

$$E = C \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (12.28)$$

где C — коэффициент излучения серого тела, который всегда меньше C_0 и может изменяться от 0 до $5,68 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Отношение энергии излучения серого тела к энергии излучения абсолютно черного тела при одинаковой температуре является характеристикой серого тела и называется относительной излучательной способностью, или *степенью черноты тела*:

$$a = \frac{E}{E_0} = \frac{C \left(\frac{T}{100} \right)^4}{C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4} = \frac{C}{C_0}. \quad (12.29)$$

Степень черноты a зависит от природы тела, температуры и состояния поверхности (гладкая или шероховатая) и может изменяться для различных тел от 0 до 1. Зная a , можно вычислить энергию излучения E . Для этого уравнение (12.28) следует привести к виду

$$E = aE_0 = aC_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (12.30)$$

Зависимость излучаемой телом энергии от направления устанавливает закон Ламберта, согласно которому максимальное излучение энергии единицей поверхности происходит по направлению нормали к этой поверхности. Если Q_n — количество энергии, излучаемое по нормали к поверхности, а Q_φ — по направлению, образующему угол φ с нормалью, то справедлива зависимость

$$Q_\varphi = Q_n \cos \varphi. \quad (12.31)$$

Связь между излучательной и поглощательной способностями тела устанавливает закон Кирхгофа. Согласно этому закону отношение между указанными способностями для всех тел одинаково и равно излучательной способности абсолютно черного тела при той же температуре, т. е. зависит только от температуры:

$$\frac{E}{A} = E_0 = f(T). \quad (12.32)$$

Так как $E/E_0 = a$, то для всех серых тел $A = a$, т. е. поглощательная способность тела численно равна степени его черноты.

Проанализируем некоторые случаи теплообмена излучением. Для начала рассмотрим, как происходит такой теплообмен между двумя стенками, имеющими большую поверхность и расположенными параллельно на небольшом расстоянии друг от друга (рис. 12.5). В этом случае излучение каждой стенки полностью попадает на противоположную. Пусть температуры стенок T_1 и T_2 , причем $T_1 > T_2$, коэффициенты поглощения A_1 и A_2 . Тогда на основании закона Стефана—Больцмана тепловой поток Q_{1-2} , Вт, определяется по формуле

$$Q_{1-2} = C_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F, \quad (12.33)$$

где $C_{\text{пр}}$ — приведенный коэффициент излучения, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$; F — площадь поверхности стенки, м^2 .

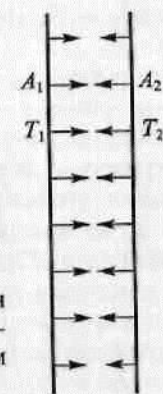


Рис. 12.5. Теплообмен излучения между двумя параллельными стенками

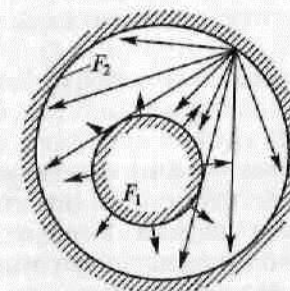


Рис. 12.6. Схема лучистого теплообмена между телами в замкнутом пространстве

В формуле (12.33) во всех случаях в качестве расчетной принимается меньшая из поверхностей.

Приведенный коэффициент излучения для рассматриваемого примера

$$C_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_0}}, \quad (12.34)$$

где C_1 и C_2 — коэффициенты излучения стенок.

Уравнение (12.33) справедливо и для лучистого теплообмена между телами, меньшее из которых является выпуклым и окружено поверхностью другого, т.е. находится в замкнутом пространстве (рис. 12.6). При этом

$$C_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0} \right)}, \quad (12.35)$$

где F_1 и F_2 — площади поверхности тел, между которыми происходит процесс лучистого теплообмена.

При произвольном расположении тел, имеющих различную форму, аналитическое решение задачи по расчету лучистого теплообмена между ними в большинстве случаев не может быть доведено до практического применения. Поэтому при решении инженерных задач используют дающую приближенные результаты формулу вида

$$Q_{1-2} = C_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1 \varphi_{1-2}, \quad (12.36)$$

где φ_{1-2} — угловой коэффициент, или коэффициент облученности, — безразмерная величина, зависящая от формы, размеров, взаимного расположения поверхностей и расстояния между ними.

Угловой коэффициент определяет, какая доля от всего лучистого потока, отдаваемого поверхностью F_1 , попадает на поверхность F_2 .

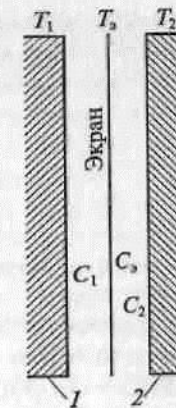
Приведенный коэффициент излучения $C_{\text{пр}} = C_1 C_2 / C_0$.

Для некоторых наиболее часто встречающихся в инженерной практике случаев лучистого теплообмена значения φ_{1-2} приведены в справочной и технической литературе. В ряде случаев, когда возникает необходимость уменьшить теплоотдачу излучением, применяют экраны, выполненные из материалов с малой поглощательной и большой отражательной способностями.

При наличии экрана (рис. 12.7) лучистый тепловой поток последовательно передается от одной поверхности экрану, а затем от экрана другой поверхности. Если степени черноты поверхностей и экрана одинаковы, то один экран уменьшает тепловой поток в

Рис. 12.7. Теплообмен излучением при наличии экрана:

1, 2 — теплообменивающиеся поверхности; T_1, T_2, T_3 — температуры поверхностей и экрана; C_1, C_2, C_3 — коэффициенты излучения



2 раза, два параллельно расположенных экрана — в 3 раза, а n экранов — в $(n + 1)$ раз.

В том случае, когда поверхность экрана имеет малую поглощательную способность и высокую отражательную, например никелированный лист с $A = 0,05$ или полированный алюминий с $A = 0,26$, то один экран может уменьшить тепловой поток в 10—30 раз. Применение экранов из алюминиевой фольги (альфоля) позволяет использовать в качестве тепловой изоляции воздушные прослойки в строительных конструкциях.

12.5. Сложный теплообмен. Понятие о теплопередаче

Элементарные виды теплообмена (теплопроводность, конвекция, тепловое излучение), как было сказано ранее, протекают одновременно и безусловно влияют друг на друга. Так, конвекция всегда сопровождается теплопроводностью, а часто — и лучистым теплообменом, теплопроводность в пористых телах — конвекцией и лучистым теплообменом в порах. Сочетания различных видов теплообмена могут быть весьма разнообразными, а их роль в общем процессе может быть различной.

Теплообмен между стенкой и омывающим ее газом также является результатом совместного действия конвекции, теплопроводности и излучения и представляет собой типичный пример сложного теплообмена.

В теплотехнических расчетах при сложном теплообмене используют общий коэффициент теплоотдачи α_0 , представляющий собой сумму коэффициентов конвективной α_k и лучистой α_l теплоотдачи, т.е.

$$\alpha_0 = \alpha_k + \alpha_l. \quad (12.37)$$

Тогда формула для определения удельного теплового потока q принимает вид

$$q = (\alpha_k + \alpha_l) (t_{\text{ж}} - \tau) = \alpha_0 (t_{\text{ж}} - \tau). \quad (12.38)$$

Если стенка омывается капельной жидкостью, например водой, тогда $\alpha_l = 0$ и $\alpha_0 = \alpha_k$.

В теплотехнике часто встречающимся случаем является теплообмен между двумя жидкостями (или жидкостью и газом) через

разделяющую стенку. Это еще более сложный процесс, в котором сочетаются рассмотренные ранее элементарные процессы. Как уже отмечалось, он называется теплопередачей. Количественной характеристикой этого процесса является коэффициент теплопередачи K , Вт/(м²·К⁴), который равен удельному тепловому потоку q , Вт/м², переданному от одной жидкости к другой при разности температур между ними в один градус.

Физическая сущность процесса теплопередачи определяется явлениями теплопроводности, конвекции и теплового излучения, а коэффициент теплопередачи является лишь количественной, чисто расчетной характеристикой процесса. Взаимная связь между коэффициентами теплопередачи, теплопроводности и теплоотдачи зависит от формы разделяющей стенки.

12.6. Теплопередача через плоскую и цилиндрическую стенки

Пусть имеется плоская однослойная стенка толщиной δ с коэффициентом теплопроводности λ (рис. 12.8). По одну сторону стенки находится горячая среда с температурой t_1 , по другую — холодная среда с температурой t_2 . Неизвестные температуры поверхностей стенок обозначим соответственно τ_1 и τ_2 . Тепловой поток q направлен от горячей среды к холодной.

Процесс теплопередачи состоит из трех этапов: теплоотдачи от горячей среды (жидкости или газа) к поверхности стенки, теплопроводности через стенку и теплоотдачи от противоположной поверхности стенки к холодной среде. При этом, если процесс стационарный и стенка плоская, то тепловые потоки на каждом из этапов равны между собой. Значения коэффициентов теплоотдачи определяются условиями состояния и движения горячей и холодной сред и соответственно равны α_1 и α_2 .

Для удельного теплового потока q , Вт/м² справедливы следующие выражения:

$$\begin{aligned} q &= \alpha_1(t_1 - \tau_1); \\ q &= \frac{\lambda}{\delta}(\tau_1 - \tau_2); \\ q &= \alpha_2(\tau_2 - t_2). \end{aligned} \quad (12.39)$$

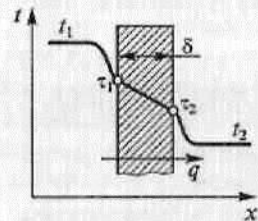


Рис. 12.8. Теплопередача через плоскую стенку

Из этих уравнений определим разности температур на границах:

$$\begin{aligned} t_1 - \tau_1 &= q \frac{1}{\alpha_1}; \\ \tau_1 - \tau_2 &= q \frac{\delta}{\lambda}; \\ \tau_2 - t_2 &= q \frac{1}{\alpha_2}. \end{aligned} \quad (12.40)$$

Сложив левые и правые части трех уравнений, найдем разность температур между средами:

$$t_1 - t_2 = q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right), \quad (12.41)$$

откуда

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_1 - t_2) = K(t_1 - t_2). \quad (12.42)$$

Таким образом, чтобы вычислить коэффициент теплопередачи K для плоской стенки, необходимо знать толщину δ и коэффициент теплопроводности λ стенки, а также коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 . Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется термическим сопротивлением теплопередачи R , (м²·°С)/Вт.

Из уравнения (12.42) следует, что

$$R = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (12.43)$$

т. е. общее термическое сопротивление равно сумме частных. Если стенка n -слойная, то термическое сопротивление

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_2},$$

или

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (12.44)$$

где $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ — толщины слоев, м; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ — коэффициенты их теплопроводности, Вт/(м·°С).

Температуры поверхностей стенки можно определить из системы уравнений (12.40):

$$\tau_1 = t_1 - \frac{q}{\alpha_1}; \quad (12.45)$$

$$\tau_2 = t_2 + \frac{q}{\alpha_2}. \quad (12.46)$$

Рассмотрим теперь теплопередачу через стенку цилиндрической трубы длиной l , внутренним диаметром d_1 и внешним диаметром d_2 . Стенка трубы однородна и имеет коэффициент теплопроводности λ . Внутри трубы протекает горячая среда с температурой t_1 , снаружи — холодная среда с температурой t_2 . Температуры внутренней и наружной поверхностей трубы τ_1 и τ_2 неизвестны. Коэффициент теплоотдачи со стороны горячей среды равен α_1 , а со стороны холодной — α_2 .

При стационарном тепловом режиме для процесса теплопередачи будут справедливы следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{Q}{l} = q_l &= \alpha_1 \pi d_1 (t_1 - \tau_1); \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (\tau_1 - \tau_2); \\ q_l &= \alpha_2 \pi d_2 (\tau_2 - t_2). \end{aligned} \quad (12.47)$$

Отсюда характерные разности температур

$$\begin{aligned} t_1 - \tau_1 &= \frac{q_l}{\pi \alpha_1 d_1}; \\ \tau_1 - \tau_2 &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ \tau_2 - t_2 &= \frac{q_l}{\pi \alpha_2 d_2}. \end{aligned} \quad (12.48)$$

Сложив левые и правые части уравнений системы (12.48), получим разность температур между средами:

$$t_1 - t_2 = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right), \quad (12.49)$$

откуда удельный тепловой поток (на 1 м длины трубы), Вт/м,

$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} = K_l \pi (t_1 - t_2). \quad (12.50)$$

Линейный коэффициент теплопередачи (на 1 м длины трубы) K_l , Вт/(м·°С), определяется по формуле

$$K_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}. \quad (12.51)$$

Величина, обратная линейному коэффициенту теплопередачи, называется линейным термическим сопротивлением теплопередачи R_l , (м·°С)/Вт, и определяется по формуле

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \quad (12.52)$$

Температуры τ_1 и τ_2 внутренней и наружной поверхностей трубы можно определить из системы уравнений (12.48), подставив в них значение q_l из уравнения (12.50):

$$\tau_1 = t_1 - \frac{q_l}{\pi \alpha_1 d_1}; \quad (12.53)$$

$$\tau_2 = t_1 - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} \right) = t_2 + \frac{q_l}{\pi \alpha_2 d_2}. \quad (12.54)$$

Если труба имеет стенку небольшой толщины ($d_1/d_2 > 0,5$), то для практических расчетов удельного теплового потока можно пользоваться формулой для плоской стенки, которая в этом случае (для трубы длины 1 м) принимает следующий вид:

$$q_l = K \pi d_x (t_1 - t_2) = \frac{\pi d_x (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (12.55)$$

где K — коэффициент теплопередачи для плоской стенки, Вт/(м²·°С), определяемый из формулы (12.42); d_x — средний диаметр трубы, м; δ — толщина стенки трубы ($\delta = (d_2 - d_1)/2$), м.

Если $d_1/d_2 > 0,5$, то погрешность расчета не превышает 4%. Ее можно еще уменьшить, если при выборе d_x соблюдать следующие условия: если $\alpha_1 \gg \alpha_2$, то $d_x = d_2$; если $\alpha_1 \approx \alpha_2$, то $d_x = 0,5 (d_1 + d_2)$; если $\alpha_1 \ll \alpha_2$, то $d_x = d_1$.

Пример 12.1. Определить удельный тепловой поток от газов к воздуху через кирпичную обмуровку котла толщиной $\delta = 250$ мм, если температура газов $t_1 = 600$ °С, температура воздуха $t_2 = 30$ °С, коэффициент теплоотдачи от газов к внутренней поверхности стенки $\alpha_1 = 23,6$ Вт/(м²·°С), от наружной поверхности стенки к воздуху $\alpha_2 = 9,3$ Вт/(м²·°С) и коэффициент теплопроводности обмуровки $\lambda = 0,81$ Вт/(м·°С). Определить также температуры на внутренней и наружной поверхностях обмуровки.

Решение. Из выражения (12.43) коэффициент теплопередачи

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{23,6} + \frac{0,25}{0,81} + \frac{1}{9,3}} = 2,18 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{°С)}.$$

Удельный тепловой поток в соответствии с формулой (12.42) составит

$$q = K(t_1 - t_2) = 2,18(600 - 30) = 1243 \text{ Вт/м}^2.$$

Температура на внутренней поверхности обмуровки согласно

$$(12.45) \quad \tau_1 = t_1 - \frac{q}{\alpha_1} = 600 - \frac{1243}{23,6} = 547 \text{ °С}.$$

Температура на наружной поверхности обмуровки в соответствии с (12.46):

$$\tau_2 = t_2 + \frac{q}{\alpha_2} = 30 + \frac{1243}{9,3} = 164 \text{ °С}.$$

Контрольные вопросы

1. Назовите три основных вида теплообмена.
2. Объясните механизм обмена энергией в процессе теплопроводности.
3. Назовите виды конвекции. Объясните их механизм действия.
4. Что такое тепловое излучение?
5. Какой тепловой процесс называется теплопередачей?
6. Дайте определение теплового потока.
7. Какое температурное поле называют стационарным?
8. Сформулируйте понятие температурного градиента.
9. Напишите математическое выражение закона теплопроводности Фурье.
10. От каких переменных зависит коэффициент теплопроводности?
11. Напишите формулу, выражающую зависимость удельного теплового потока от термического сопротивления стенки.
12. Как определить тепловой поток через многослойную стенку?
13. Дайте определение конвективного теплообмена.
14. Напишите формулу Ньютона для определения теплового потока при конвективном теплообмене.
15. Назовите основные критерии подобия, используемые при определении коэффициента теплоотдачи.
16. От каких критериев подобия зависит число Нуссельта в случае конвективного теплообмена?
17. Что такое лучистая энергия?
18. В результате каких превращений энергии осуществляется процесс лучистого теплообмена?
19. Как определяются поглощательная, отражательная и пропускательная способности тела?
20. Напишите уравнение Стефана—Больцмана для излучательной способности абсолютно черного тела.
21. Что такое степень черноты тела?
22. В чем сущность закона Кирхгофа?
23. Что такое термическое сопротивление теплопередачи? Напишите формулу для его определения.
24. Приведите пример сложного теплообмена.
25. Объясните механизм теплопередачи через плоскую стенку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Альтшуль А. Д., Киселев П. Г.* Гидравлика и аэродинамика. — М.: Стройиздат, 1975.
2. *Бромлей М. Ф.* Гидравлические машины и холодильные установки. — М.: Стройиздат, 1971.
3. *Вахвахов Г. Г.* Работа вентиляторов в сети. — М.: Стройиздат, 1975.
4. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов / Т. М. Башта, С. С. Руднов, Б. С. Некрасов и др. — 2-е изд., перераб. — М.: Машиностроение, 1982.
5. *Жабо В. В., Уваров В. В.* Гидравлика и насосы: Учебник для техникумов. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. — М.: Машиностроение, 1975.
7. *Маковозов М. И.* Гидравлика и гидравлические машины. — М.: Машгиз, 1962.
8. *Михеев М. А.* Основы теплопередачи. — Л.: Госэнергоиздат, 1956.
9. *Перегудов В. В.* Теплотехника и теплотехническое оборудование: Учебник для техникумов. — М.: Стройиздат, 1990.
10. *Поляков В. В., Скворцов Л. С.* Насосы и вентиляторы. — М.: Стройиздат, 1990.
11. Примеры расчетов по гидравлике: Учеб. пособие для вузов / Под ред. А. Д. Альтшуля. — М.: Стройиздат, 1977.
12. Сборник задач по гидравлике: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В. А. Большакова. — Киев: Выща шк., 1979.
13. *Тихомиров К. В., Сергеев Э. С.* Теплотехника, теплогазоснабжение и вентиляция: Учебник для вузов. — М.: Стройиздат, 1991.
14. *Черняк О. В., Рыбчинская Г. Б.* Основы теплотехники и гидравлики. — М.: Высш. шк., 1979.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
----------------	---

РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ

Глава 1. Общие сведения о жидкостях	8
1.1. Основные физические свойства и механические характеристики жидкости	8
1.2. Сжимаемость и температурное расширение жидкостей	10
1.3. Вязкость жидкостей. Закон Ньютона о силе внутреннего трения	11
1.4. Поверхностное натяжение жидкостей	14
1.5. Идеальная и аномальные жидкости	15
1.6. Понятие о многофазных системах	17
Глава 2. Основы гидростатики	20
2.1. Гидростатическое давление и его свойства	20
2.2. Уравнения Эйлера	21
2.3. Основное дифференциальное уравнение гидростатики	22
2.4. Равновесие жидкости в поле силы тяжести. Поверхность уровня	23
2.5. Основное уравнение гидростатики	24
2.6. Измерение давления. Закон Паскаля	25
2.7. Абсолютное и избыточное давления. Вакуум	25
2.8. Приборы для измерения давления жидкостей и газов	27
2.9. Давление жидкости на плоскую стенку. Центр давления	32
2.10. Давление жидкости на цилиндрические поверхности	36
2.11. Закон Архимеда. Плавание тел	37
2.12. Гидростатические машины	38
Глава 3. Основные законы движения жидкости	46
3.1. Основные понятия гидродинамики жидкости. Виды движения жидкости. Уравнение неразрывности	46
3.2. Ламинарный и турбулентный режимы движения. Опыт Рейнольдса	51
3.3. Уравнение Бернулли для идеальной жидкости	54
3.4. Геометрический и энергетический смысл уравнения Бернулли	55
3.5. Уравнение Бернулли для реальной жидкости и газов	57
3.6. Применение в технике уравнения Бернулли	58
Глава 4. Движение жидкостей и газов по трубам	69
4.1. Влияние вязкости на движение жидкости и газа в трубе. Гидравлические сопротивления	69

4.2. Местные сопротивления. Эквивалентная длина	77
4.3. Классификация трубопроводов и их гидравлический расчет	83
4.4. Основы расчета газопроводов	91
4.5. Кавитация	93
4.6. Гидравлический удар	95
Глава 5. Истечение жидкостей и газов через отверстия и насадки	105
5.1. Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре	105
5.2. Истечение жидкости через затопленное отверстие при постоянном напоре	108
5.3. Истечение жидкости через отверстие в толстой стенке	109
5.4. Истечение жидкости через насадки	110
5.5. Истечение жидкости при переменном напоре	115

РАЗДЕЛ II. НАСОСЫ И ВЕНТИЛЯТОРЫ

Глава 6. Насосы	121
6.1. Общие сведения о нагнетателях. Классификация насосов и принципы их работы	121
6.2. Виды поршневых насосов и их характеристики. Графики подачи	124
6.3. Устройство и характеристика центробежных насосов. Подобие насосов	132
6.4. Осевая сила, кавитационная характеристика и всасывающая способность центробежных насосов	140
6.5. Зависимость напора насоса от подачи. Рабочая точка насоса в сети	143
6.6. Регулирование подачи насоса и устойчивость его работы в сети	145
6.7. Параллельная и последовательная работа насосов	148
6.8. Подбор насосов	150
Глава 7. Вентиляторы	153
7.1. Типы вентиляторов и их назначение	153
7.2. Характеристики основных типов вентиляторов	157
7.3. Работа вентиляторов в сети. Определение рабочей точки. Способы регулирования подачи	163
7.4. Подбор вентиляторов. Определение мощности электродвигателя	165

РАЗДЕЛ III. ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

Глава 8. Общие сведения из технической термодинамики	169
8.1. Общие понятия и определения	169
8.2. Основные параметры состояния газа	170
8.3. Уравнение состояния идеального газа	173
8.4. Газовые смеси	176
8.5. Теплоемкость. Количество теплоты	179
Глава 9. Первый закон термодинамики и основные законы идеального газа	184

9.1. Понятие о термодинамических процессах	184
9.2. Внутренняя энергия и работа расширения и сжатия рабочего тела	186
9.3. Первый закон термодинамики. Энтальпия газа	187
9.4. Процессы изменения состояния идеального газа	189
Глава 10. Второй закон термодинамики, понятие о циклах и энтропии газа	198
10.1. Понятие о круговом процессе	198
10.2. Цикл Карно и его термодинамическое значение	201
10.3. Сущность и формулировки второго закона термодинамики	202
10.4. Понятие об энтропии газа и $T-s$ -диаграмма	203
Глава 11. Водяной пар	208
11.1. Уравнение состояния для реальных газов	208
11.2. Рассмотрение процесса парообразования по $p-i$ -диаграмме	209
11.3. Отражение процесса парообразования на $i-s$ -диаграмме. Таблицы водяного пара	212
11.4. Дросселирование пара и газа	215
Глава 12. Основы теории теплообмена	218
12.1. Виды теплообмена	218
12.2. Теплопроводность	220
12.3. Конвективный теплообмен	224
12.4. Теплообмен излучением	226
12.5. Сложный теплообмен. Понятие о теплопередаче	231
12.6. Теплопередача через плоскую и цилиндрическую стенки ...	232
Список литературы	237