

УРОК № 13.

Тема занятия: Анализ видов и кинематических параметров движения материальной точки.

Тип урока: Комбинированный.

Продолжительность: 2 часа.

Вопросы:

1. Частные виды движения материальной точки.

2. Примеры решения задач.

Задание для студентов: прослушать лекцию, выполнить конспект, решить задачи.

Ссылка: <https://www.youtube.com/watch?v=XIzOOST411c>

1. Частные случаи движения материальной точки.

1. Равномерное прямолинейное движение - это движение, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения, т. е. это движение с постоянной по модулю и направлению скоростью:

$\vec{v} = const$ — уравнение скорости, $\vec{a} = 0$ $a_t=0$ и $a_n=0$, — уравнение ускорения.

2. Неравномерное прямолинейное движение— это движение где скорость постоянна по направлению, но изменяется по модулю:

$a_t=0$; $a_n \neq 0 \Rightarrow a = a_n$

Равномерное криволинейное движение точки

Равномерное криволинейное движение- скорость постоянно по модулю и не постоянно по направлению:

$a_t = 0$ и $a_n \neq 0 \Rightarrow a = a_n$

4. Общий случай равномерного движения точки - определяется из формуле:

$$s = s_0 + v_t t;$$

Равномерное движение по окружности.

Если точка совершит полный пробег по окружности, то путь s равен длине окружности, т. е. $s = 2\pi r = \pi d$ ($d = 2r$ – диаметр), а время равно периоду, т.е. $t = T$.
Выражение скорости примет вид

(29) $v = 2\pi r/T = \pi d/T$., где r – радиус окружности, $2\pi r$ - длинна окружности, T – период – это время однократного оборота по окружности.

$$a_n = v^2/r = \text{const.}$$

Равнопеременное движение точки -

Если вектор $a_t = \text{const}$ (касательное ускорение постоянно как по модулю, так и по направлению), то $a_n = 0$. Такое движение называется **равнопеременным и прямолинейным**.

Уравнение равнопеременного движения независимо от его траектории имеет вид

$$(30) s = s_0 + v_0 t + a_t t^2 / 2.$$

Здесь s_0 – расстояние точки от исходного положения в момент начала отсчета; v_0 – начальная скорость и a_t – касательное ускорение – величины численно постоянные, а s и t – переменные.

Числовое значение скорости точки в любой момент времени определяется из уравнения

$$(31) v = v_0 + a_t t.$$

Уравнения (30) и (31) являются основными формулами равнопеременного движения и они содержат шесть различных величин: три постоянные: s_0 , v_0 , a_t и три переменные: s , v , t .

Следовательно, для решения задачи на равнопеременное движение точки в ее условии должно быть дано не менее четырех величин (систему двух уравнений можно решить лишь в том случае, если они содержат два неизвестных).

Если неизвестные входят в оба основных уравнения, например, неизвестны a_t и t , то для удобства решения таких задач выведены вспомогательные формулы: после исключения a_t из (30) и (31)

$$(32) s = s_0 + (v + v_0)t / 2;$$

после исключения t из (30) и (31)

$$(33) s = s_0 + (v^2 - v_0^2) / (2a_t).$$

Если же постоянным остается только числовое значение касательного уравнения

$a_t = dv/dt = f'(t) = \text{const}$, то $a_n \neq 0$ и такое движение точки называется **равнопеременным криволинейным**.

При $a_t > 0$ движение точки называется **равноускоренным**,

а при $a_t < 0$ – **равнозамедленным**.

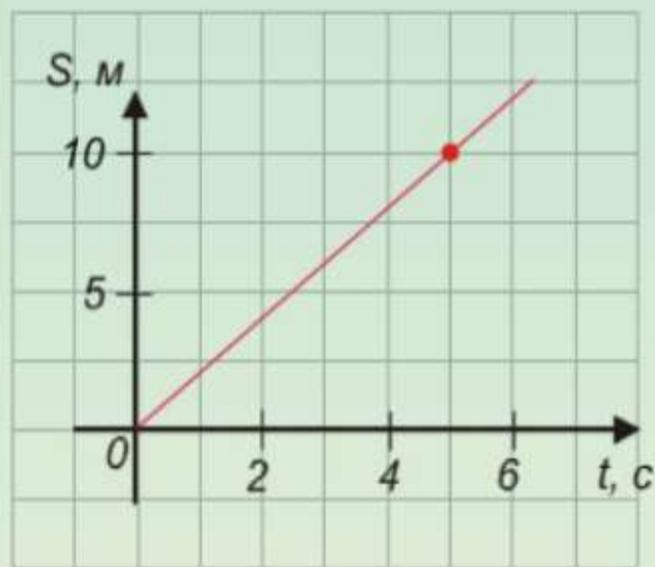
Равномерное движение.

Задача:

На рисунке представлен график зависимости пути, пройденного пешеходом, от времени.

Определите:

- скорость движения пешехода;
- путь, пройденный пешеходом за интервал времени от 1 до 3 с.



Скорость $V =$

Путь $S =$



Пример решения задачи 2.

Поезд движется равнозамедленно по закруглению радиусом $R = 1$ км. В начале участка поезд имел скорость 36 км/ч и полное ускорение $a_0 = 0,125$ м/с². Определить скорость и ускорение поезда в конце криволинейного участка, если длина участка 560 м.

Решение.

1. Будем рассматривать движение одной из точек поезда, например его центра тяжести. Совместим начало отсчета дуговой координаты 0 с начальным положением точки M_0 , направление движения принимаем за положительное (рис. 1.34). В этом случае величина S_0 будет равна нулю.

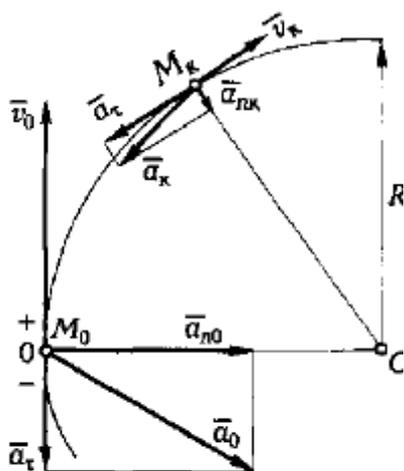


Рис. 1.34

2. Запишем закон равнозамедленного движения материальной точки

$$S = v_0 t - \frac{a_t t^2}{2}$$

и формулу для определения скорости этого движения

$$v = v_0 - a_t t.$$

3. Определим нормальное ускорение точки в начале участка

$$a_{n0} = \frac{v_0^2}{R} = \frac{100}{1000} = 0,1 \text{ м/с}^2$$

$$(v_0 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}; R = 1 \text{ км} = 1000 \text{ м}).$$

4. Зная модуль полного ускорения точки в начале пути, определим его касательную составляющую:

$$a_0^2 = a_{n0}^2 + a_t^2; a_t = \sqrt{a_0^2 - a_{n0}^2} = \sqrt{0,125^2 - 0,1^2} = 0,075 \text{ м/с}^2.$$

5. Подставляя в формулу движения выражение для касательной составляющей ускорения a_t , определим время t , в течение которого поезд прошел участок длиной 560 м:

$$560 = 10t - \frac{0,75t^2}{2}.$$

Откуда
$$t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 1120 \cdot 0,075}}{0,075} = \frac{10 \pm 4}{0,075} \text{ с.}$$

Следовательно,
$$t_1 = \frac{14}{0,075} \text{ с}; t_2 = \frac{6}{0,075} \text{ с.}$$

Значение t_1 отбрасываем как нереальное, так как это время превышает

время $t_2 = \frac{6}{0,075} \text{ с}$, через которое поезд окажется в конце пути. Поэтому

принимает во внимание только второй корень уравнения $t_2 = \frac{6}{0,075} \text{ с}$.

6. Определим скорость в конце пути:

$$v_k = 10 - 0,075t_k = 10 - 0,075 \cdot 80 = 4 \text{ м/с.}$$

7. Вычислим нормальное ускорение в конце пути:

$$a_{nk} = \frac{v_k^2}{R} = \frac{4^2}{1000} = 0,016 \text{ м/с}^2.$$

8. Определим полное ускорение в конце пути:

$$a_k = \sqrt{a_{nk}^2 + a_t^2} = \sqrt{0,016^2 + 0,075^2} = 0,0767 \text{ м/с}^2.$$

Из расчетов видно, что полное ускорение уменьшилось за счет уменьшения нормального ускорения, в то время как касательное ускорение

Решить задачи:

Автомобиль движется равноускоренно на повороте с радиусом закругления $R=500$ м. В начале участка автомобиль имел скорость 40 км/ч и полное ускорение $0,1$ м/с. Определить скорость, ускорение и пройденный путь через 4 сек.

№ 2.

Поезд на прямолинейном участке начал тормозить с ускорением $0,4$ м/с. Определить через какое время он остановится и какой путь пройдет до полной остановки, если в начале участка его скорость была 36 км/ч.