

Эти темы вы писали на последней паре! Если не дописали- допишите! ВСЕ ЭТО ДОЛЖНО БЫТЬ У КАЖДОЙ В ТЕТРАДИ!!!!

Тригонометрические функции. Их свойства и графики.

Свойства	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \operatorname{tg} x$
$D(f)$ - область определения функции	$D(\sin) = \mathbf{R}$ - множество всех действительных чисел	$D(\cos) = \mathbf{R}$ - множество всех действительных чисел	$D(\operatorname{tg}) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right), k \in \mathbf{Z}$
$E(f)$ - множество значений функции	$E(\sin) = [-1; 1]$	$E(\cos) = [-1; 1]$	$E(\operatorname{tg}) = \mathbf{R}$
Четность функции	нечетная $\sin(-x) = -\sin x$	четная $\cos(-x) = \cos x$	нечетная $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
Наименьший положительный период	$T = 2\pi$ $\sin(x + 2\pi n) = \sin x, n \in \mathbf{Z}$	$T = 2\pi$ $\cos(x + 2\pi n) = \cos x, n \in \mathbf{Z}$	$T = \pi$ $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x, n \in \mathbf{Z}$
Нули функции	$\sin x = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}$	$\cos x = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{tg} x = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}$
Промежутки знакопостоянства $f(x) > 0$	$\sin x > 0$ для всех $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbf{Z}$	$\cos x > 0$ для всех $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{tg} x > 0$ для всех $x \in (\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbf{Z}$
Промежутки знакопостоянства $f(x) < 0$	$\sin x < 0$ для всех $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in \mathbf{Z}$	$\cos x < 0$ для всех $x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{tg} x < 0$ для всех $x \in (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n), n \in \mathbf{Z}$
Промежутки возрастания функции	$[-2\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$	$[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$	$(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$
Промежутки убывания функции	$[2\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$	$[2\pi n; \pi + 2\pi n]$	нет

График функции синус называют "синусоида»

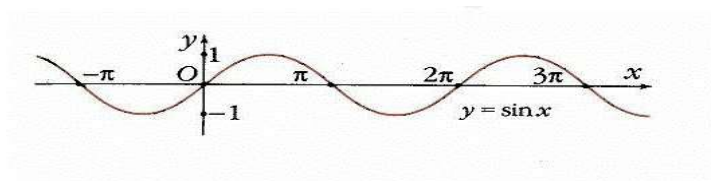


График функции косинус называют "косинусоида"

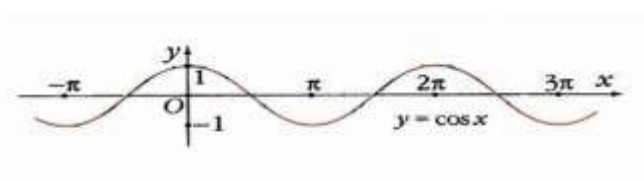
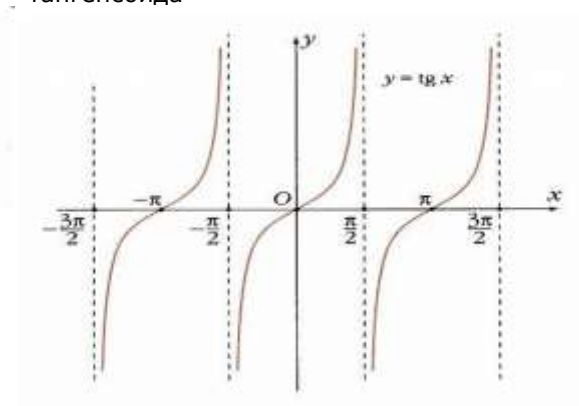


График функции тангенс называют "тангенсоида»

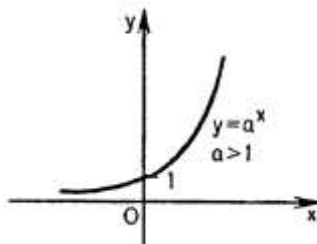


Показательная функция, ее свойства и график.

Функция, заданная формулой вида $y = a^x$, где a — некоторое положительное число, не равное единице, называется **показательной**.

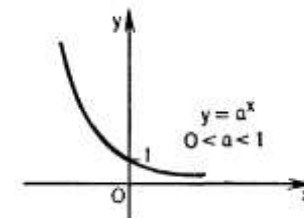
I. Функция $y = a^x$ при $a > 1$ обладает следующими свойствами :

- 1) область определения $D(y) : (-\infty; +\infty)$;
- 2) множество значений $E(y) : (0; +\infty)$;
- 3) нулей функции не существует (нет точек пересечения с Ox);
- 4) функция является ни чётной, ни нечётной;
- 5) функция возрастает в $D(y)$;
- 6) если $x > 0$, то $a^x > 1$; если $x < 0$, то $0 < a^x < 1$.
- 7) при $x = 0$ значение функции равно 1.



II. Функция $y = a^x$ при $0 < a < 1$ обладает следующими свойствами:

- 1) область определения $D(y) : (-\infty; +\infty)$;
- 2) множество значений $E(y) : (0; +\infty)$;
- 3) нулей функции не существует (нет точек пересечения с Ox);
- 4) функция является ни чётной, ни нечётной;
- 5) функция убывает;
- 6) если $x > 0$, то $0 < a^x < 1$; если $x < 0$, то $a^x > 1$.
- 7) при $x = 0$ значение функции равно 1;



Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики.

Свойства	$y = \arcsin x$	$y = \arccos x$	$y = \arctg x$
$D(f)$ - область определения функции	$D(\arcsin) = [-1; 1]$	$D(\arccos) = [-1; 1]$	$D(\arctg) = \mathbf{R}$ - множество всех действительных чисел
$E(f)$ - множество значений функции	$E(\arcsin) = [-\pi/2; \pi/2]$	$E(\arccos) = [0; \pi]$	$E(\arctg) = \mathbf{R}$
Четность функции	нечетная $\arcsin(-x) = -\arcsin x$	Ни четная, ни нечётная	нечетная $\arctg(-x) = -\arctg x$
Периодичность функции	непериодическая	непериодическая	непериодическая
Нули функции	$\sin x = 0$ при $x=0$	$\arccos x = 0$ при $x=1$	$\arctg x = 0$ при $x=0$
Промежутки знакопостоянства	$\arcsin x > 0$ при $x > 0$ $\arcsin x < 0$ при $x < 0$	$\arccos x > 0$ в $D(f)$	$\arctg x > 0$ при $x > 0$ $\arctg x < 0$ при $x < 0$
Промежутки монотонности функции	Возрастает в $D(f)$	Убывает в $D(f)$	Возрастает в $D(f)$
График			

ЭТО ТЕМА СЕГОДНЯШНЕГО УРОКА!!!
ЗАПИШИТЕ ЭТОТ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ В ТЕТРАДЬ!!!

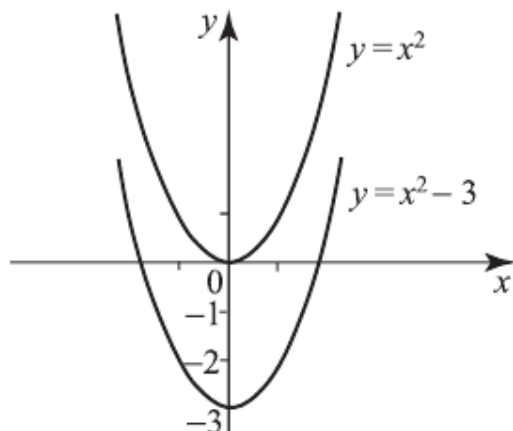
Тема «Основные преобразования графиков функций»

Пусть задан график функции $y = f(x)$. Чтобы построить график функции

1. $y = f(x) + n$

График функции $y = f(x) + n$ получается из графика функции $f(x)$ параллельным переносом последнего вдоль оси ординат на n единиц вверх, если $n > 0$ и, соответственно на $|n|$ единиц вниз, если $n < 0$.

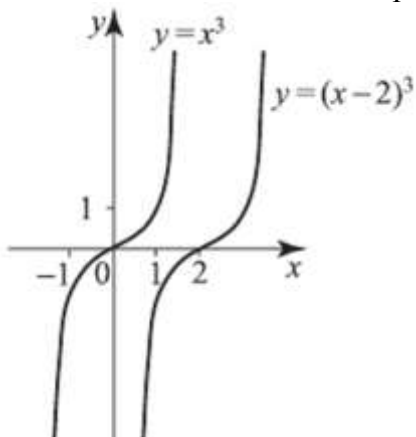
Например, построим график функции $y = x^2 - 3$. Сначала построим график функции $y = x^2$, а затем сдвинем его на 3 единицы вниз.



2. $y = f(x + m)$

График функции $y = f(x + m)$ получается из графика функции $f(x)$ параллельным переносом последнего на m единиц влево, если $m > 0$ и, соответственно на $|m|$ единиц вправо, если $m < 0$.

Например, построим график Преобразование графиков функций $y = (x-2)^3$. Сначала построим график функции $y = x^3$, а затем сдвинем его на 2 единицы вправо.

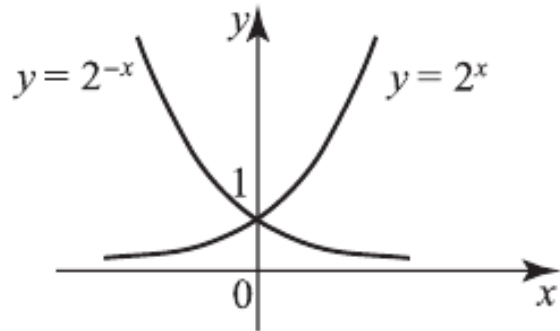


3. $y = -f(x)$

График функции $y = -f(x)$ получается из графика функции $f(x)$ преобразованием симметрии относительно оси x .

(Преобразование симметрии - зеркальное отражение относительно прямой.)

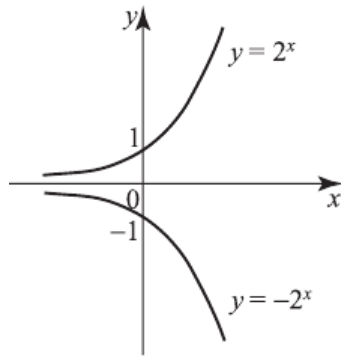
Например, построим график функции $y=2^{-x}$. Сначала построим график функции $y=2^x$, а затем отобразим его симметрично относительно оси X .



4. $y = f(-x)$

График функции $y = f(-x)$ получается из графика функции $f(x)$ преобразованием симметрии относительно оси y .

Например, построим график функции $y=-2^x$. Сначала построим график функции $y=2^x$, а затем отобразим его симметрично относительно оси Y .

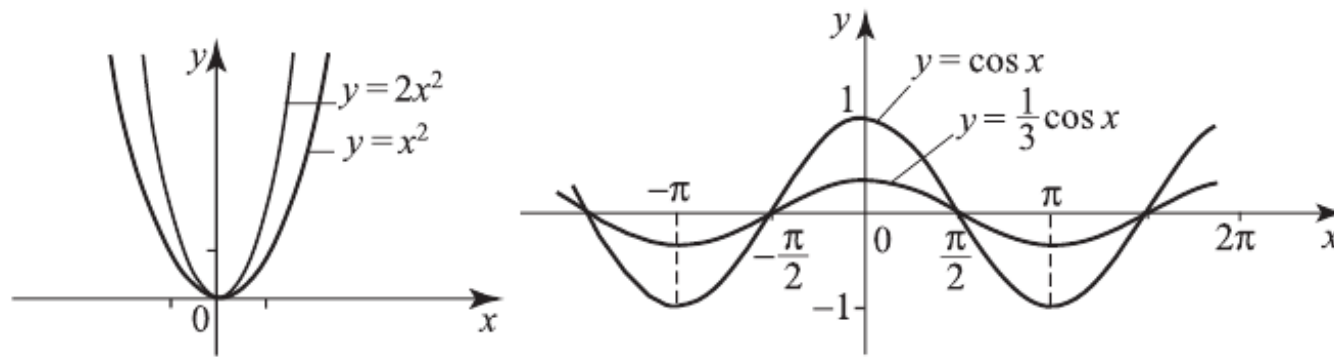


5. $y = mf(x)$,

График функции $y = mf(x)$, где $m > 0$ и $m \neq 1$, нужно ординаты точек заданного графика умножить на m . Такое преобразование называется растяжением от оси x с коэффициентом m , если $m > 1$, и сжатием к оси x , если $0 < m < 1$.

Например, построим график функции $y=2x^2$. Сначала построим график функции $y=x^2$, а затем, так как $2 > 1$, то растяжением его от оси x с коэффициентом 2.

Например, построим график функции $y=\frac{1}{3}\cos x$. Сначала построим график функции $y=\cos x$, а затем, так как $0 < 1/3 < 1$, то сжимаем его к оси x ,



6. $y = f(kx)$

График функции $y = f(kx)$, где $k > 0$ и $k \neq 1$. Искомый график функции получается из заданного сжатием с коэффициентом k к оси y (если $0 < k < 1$ указанное "сжатие" фактически является растяжением с коэффициентом $1/k$)

