

УРОК №22.

Тема: Растяжение сжатие.

Тип занятия: практическая работа.

Задание для студентов: в соответствии со своим номером по списку выбрать вариант и решить задачу (студентам с номерами больше 10 выбирать вариант по второй цифре, 12 вариант №2 и т.д.)

Контрольные задачи и примеры их решения

.Номер строки и номер схемы должны совпадать.

Задача 1

Стальной брус ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) с размерами сечений S_1 и S_2 находится под действием внешних сил F_1 , F_2 и F_3 согласно предлагаемым схемам нагружения. Построить эпюры продольных сил N (кН), нормальных напряжений σ (МПа) и перемещений сечений λ (мм). Данные взять из таблицы.

При растяжении (сжатии) в поперечных сечениях прямого бруса возникает один внутренний силовой фактор – продольная сила N . Продольная сила в произвольном поперечном сечении равна алгебраической сумме всех внешних сил F , приложенных к оставленной (по методу сечений) части бруса.

При растяжении рассматриваемого участка бруса продольная сила направлена от сечения, а при сжатии – к сечению. Продольные силы, соответствующие деформации растяжения, считают положительными, а деформации сжатия – отрицательными.

Закон изменения продольных сил по длине бруса изображается эпюрой продольных сил N .

Нормальные напряжения σ при растяжении и сжатии распределены по сечению равномерно. Поэтому напряжения в произвольном сечении равны отношению продольной силы N , возникающей в данном сечении, к его площади.

При растяжении напряжения считают положительными, при сжатии – отрицательными. Закон изменения напряжений по длине бруса изображается эпюрой нормальных напряжений σ .

Поперечные сечения перемещаются в направлении оси бруса. Перемещение произвольного сечения относительно жёсткой заделки равно изменению длины части бруса, заключённой между этим сечением и заделкой.

График, показывающий перемещения сечений относительно заделки, называется эпюрой перемещений λ .

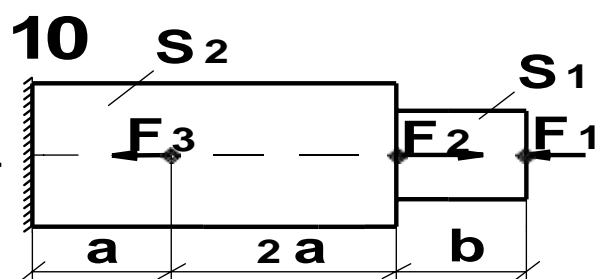
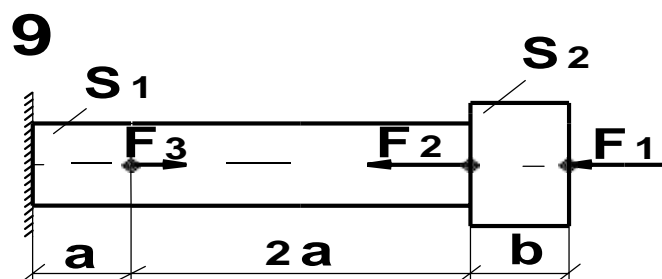
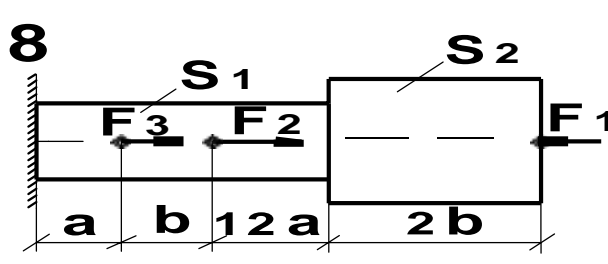
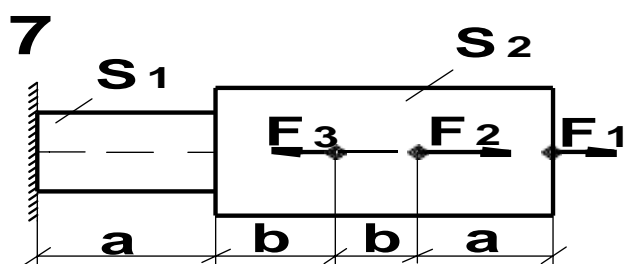
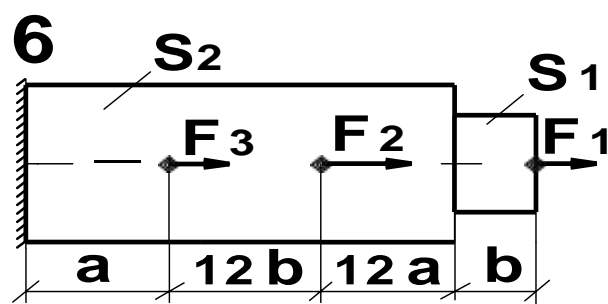
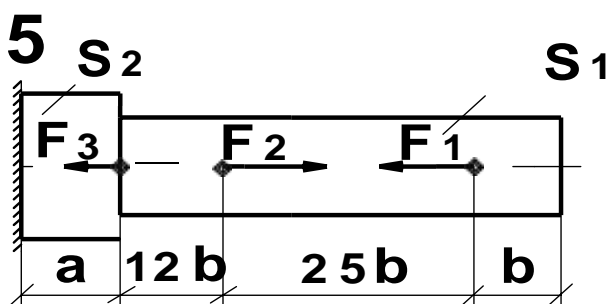
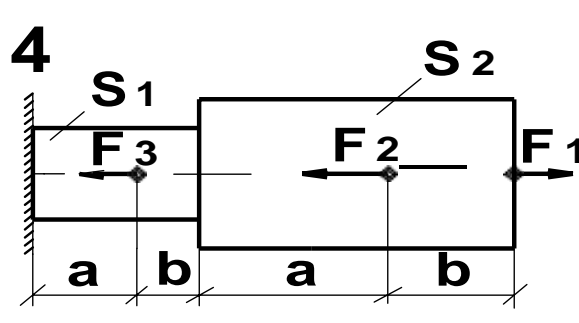
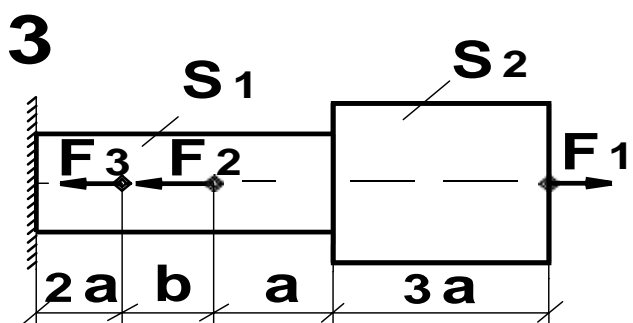
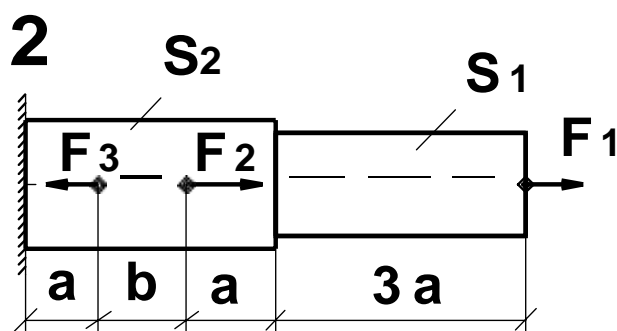
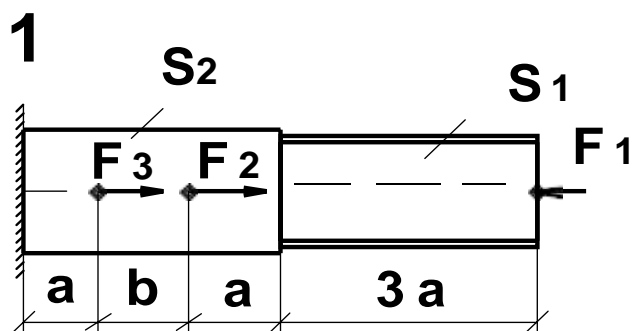
Взаимное перемещение двух сечений равно изменению длины части бруса, заключённой между этими сечениями.

Если продольная сила на участке бруса положительна, то эпюра перемещений на нём идёт вверх по отношению к жёсткой заделке, если отрицательна – эпюра идёт вниз.

Таблица данных к задаче 1

<i>Номер строки</i>	<i>$F_1, \text{кН}$</i>	<i>$F_2, \text{кН}$</i>	<i>$F_3, \text{кН}$</i>	<i>$S_1, \text{см}^2$</i>	<i>$S_2, \text{см}^2$</i>	<i>$a, \text{м}$</i>	<i>$b, \text{м}$</i>
1	10	15	16	2,0	1,7	0,20	0,25
2	20	10	30	2,5	3,5	0,24	0,45
3	30	12	10	3,0	2,3	0,60	0,15
4	20	30	5	3,3	2,6	0,28	0,40
5	20	42	40	1,6	2,8	0,65	0,30
6	10	21	20	2,1	6,0	0,42	0,70
7	20	41	40	5,0	1,9	0,54	0,50
8	30	12	10	1,8	1,5	0,15	0,32
9	30	12	8	2,7	3,8	0,36	0,62
10	38	25	5	2,2	4,2	0,55	0,35

Расчетные схемы к задаче 1



Пример. Дано: $F_1 = 100 \text{ кН}$, $F_2 = 200 \text{ кН}$, $F_3 = 400 \text{ кН}$, $S_1 = 10 \text{ см}^2$,
 $S_2 = 5 \text{ см}^2$, $S_3 = 12,5 \text{ см}^2$, $l = 1 \text{ м}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений по длине бруса, изображенного на рис. 37.

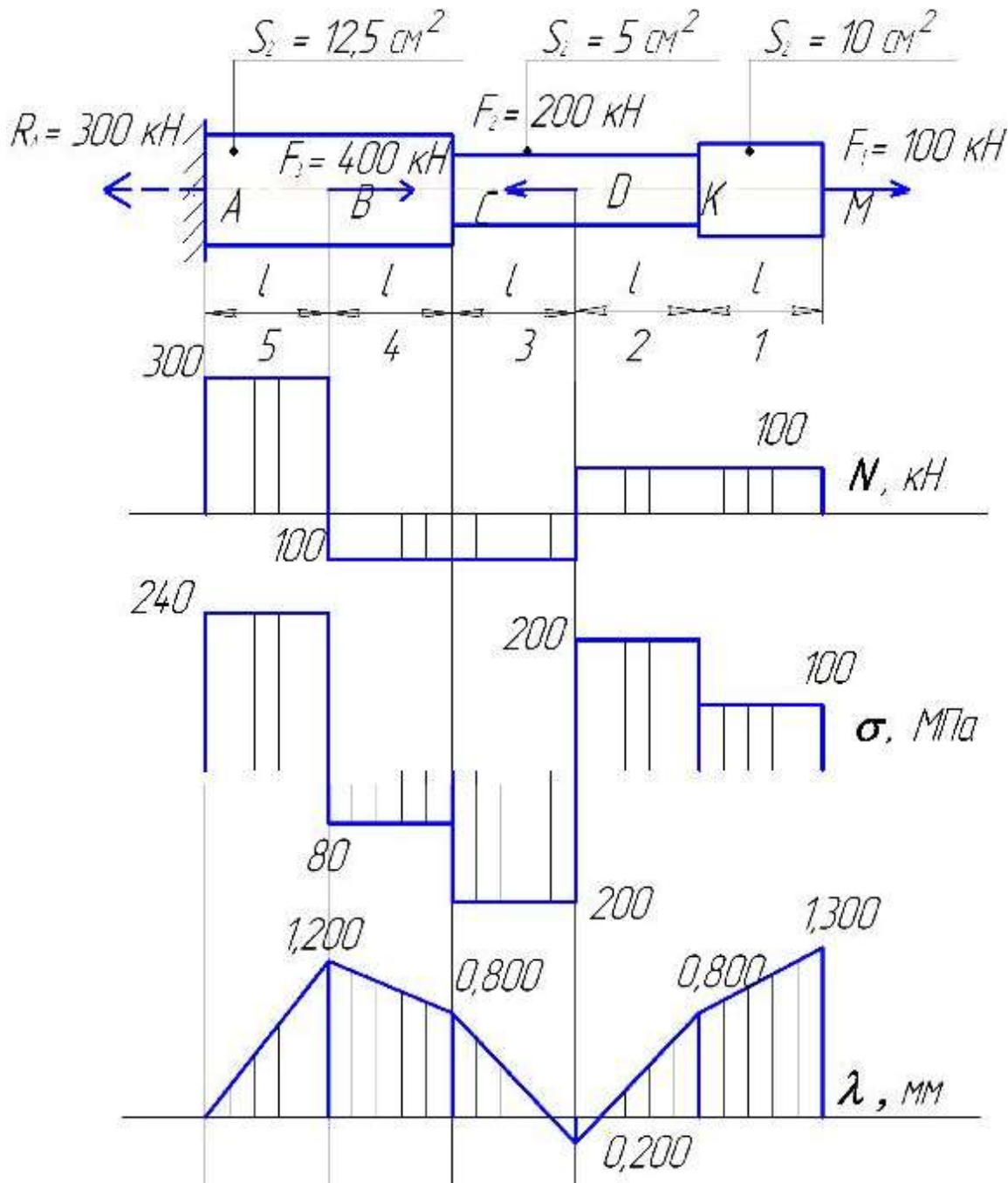


Рис. 37. К решению контрольной задачи 1

Решение

Разбиваем брус на участки, начиная от свободного конца. Границы участков проходят через точки приложения внешних сил и места изменения размеров поперечного сечения. Таким образом, имеем пять участков.

Строим *эпюру продольных сил*, применяя *метод сечений*.

Продольная сила N в любом сечении равна алгебраической сумме всех внешних сил, приложенных к оставленной части бруса.

При этом, если продольная сила направлена от сечения, то она является растягивающей, и на эпюре положительна, а если от сечения, то сжимающей или отрицательной.

На участках **1** и **2**:

$$N_1 = N_2 = + F_1 = + 100 \text{ кН} .$$

На участках **3** и **4**:

$$N_3 = N_4 = + F_1 - F_2 = + 100 \text{ кН} - 200 \text{ кН} = - 100 \text{ кН} .$$

На участке **5**:

$$N_5 = + F_1 - F_2 + F_3 = + 100 \text{ кН} - 200 \text{ кН} + 400 \text{ кН} = + 300 \text{ кН} .$$

Эпюры штрихуются тонкими вертикальными линиями.

Можно строить эпюру продольных сил по так называемым **скачкам**.

Если строить эпюру от свободного конца, то под сечениями, в которых приложены внешние силы, на эпюре продольных сил имеет место *скачок*, равный внешней силе. При этом скачок направлен вверх, если сила растягивающая, и наоборот, если сжимающая – то вниз.

Строим *эпюру нормальных напряжений*.

Нормальное напряжение σ рассчитывается путём деления значения продольной силы N на соответствующее значение площади поперечного сечения S .

Необходимо помнить, что для получения размерности напряжения **МПа**, размерность продольной силы должна быть выражена в **Н**, а размерность площади поперечного сечения – в **мм²**. Тогда имеем:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{S_1} = \frac{+ 100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^2} = + 100 \text{ МПа} ; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{S_2} = \frac{+ 100 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^2} = + 200 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{S_2} = \frac{- 100 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^2} = - 100 \text{ МПа} ; \quad \sigma_4 = \frac{N_4}{S_3} = \frac{- 100 \cdot 10^3}{12,5 \cdot 10^2} = - 80 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{S_3} = \frac{+ 300 \cdot 10^3}{12,5 \cdot 10^2} = + 240 \text{ МПа} .$$

На любом участке бруса знаки эпюр продольных сил и нормальных напряжений должны быть одинаковы.

Строим *эпюру перемещений сечений*.

Поперечные сечения бруса при растяжении и сжатии перемещаются вдоль оси бруса. Для построения эпюры перемещений λ достаточно определить перемещения сечений, совпадающих с границами участков.

Построение эпюры перемещений следует начинать от неподвижного или условно принятого неподвижным сечения, в нашем случае от сечения A .

Сечение A неподвижно, т. е. $\lambda_A = 0$.

Перемещение сечения B относительно сечения A равно изменению длины (в данном случае удлинению) участка AB (участка 5) бруса:

$$\lambda_{BA} = \Delta l_{AB} = \frac{N_5 \cdot l_5}{E \cdot S_3} = \frac{+300 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 12,5 \cdot 10^2} = +1,200 \text{ мм}.$$

Откладываем это значение на эпюре λ под сечением B . Значения λ_A и λ_B соединяем прямым отрезком. Знак «+» означает, что сечение B удаляется от сечения A и перемещается вправо.

Перемещение сечения C относительно неподвижного сечения A равно алгебраической сумме изменений длин участков 5 и 4 бруса:

$$\begin{aligned} \lambda_{CA} &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = +1,200 + \frac{N_4 \cdot l_4}{E \cdot S_3} = \\ &= +1,200 + \frac{-100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 12,5 \cdot 10^2} = +1,200 - 0,400 = +0,800 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Откладываем это значение на эпюре λ под сечением C . Значения λ_B и λ_C соединяем прямым отрезком и т.д.

$$\begin{aligned} \lambda_{DA} &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} = +0,800 + \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot S_2} = \\ &= +0,800 + \frac{-100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^2} = +0,800 - 1,000 = -0,200 \text{ мм}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{KA} &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DK} = -0,200 + \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot S_2} = \\ &= -0,200 + \frac{+100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^2} = -0,200 + 1,000 = +0,800 \text{ мм}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{MA} &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DK} + \Delta l_{KM} = +0,800 + \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot S_1} = \\ &= +0,800 + \frac{+100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^2} = +0,800 + 0,500 = +1,300 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Таким образом, эпюра перемещений представляет ломаную линию. На участках бруса, где значение продольной силы положительно, эпюра λ поднимается вверх при движении от неподвижного сечения, и наоборот.