Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ ВКОНТАКТ

https://vk.com/id588363475

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

1. Переписать теоретический материал в тетрадь. Переписывается все без сокращений!!!

ВАЖНО!!! ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ПЕРЕПИСАТЬ ТОЛЬКО ТЕМ, КОГО НЕ БЫЛО НА УРОКЕ!!! Таблицу интеграловпереписывать не надо!!! ВСЕ, ЧТО ИДЕТ ПОСЛЕ ТАБЛИЦЫ ИНТЕГРАЛОВ, НАЧИНАЯ С МЕТОДА НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ НАДО ПЕРЕПИСАТЬ ВСЕМ!!! После этого всем выполнять практическую работу по этой теме! Практика идет сразу за теорией в этом представленном материале!!!

Тема «Неопределенный интеграл и его свойства. Метод непосредственного интегрирования»

Определение: Функция F (x) называется первообразной для функции f (x) в промежутке $a \le x \le b$, если в любой точке этого промежутка ее производная равна f (x):

$$F'(x) = f(x),\ a \le x \le b.$$

Отыскание первообразной функции по заданной её производной f(x) или по дифференциалу $f(x)\,dx$ есть действие, обратное дифференцированию, - **интегрирование.**

Совокупность первообразных для функций f(x) или для дифференциала (x) dx называется **неопределённым интегралом** и обозначается символом $\int f(x)\,dx$.

Таким образом,

$\int f(x)\,dx = F(x)+C$

В это записи

f(x)- подынтегральная функция;

f(x)dx- подынтегральное выражение;

F (x) –первообразная;

C- произвольная постоянная.

Основные свойства неопределенного интеграла:

1. Неопределенный интеграл алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме неопределенных интегралов этих функций:

$$\int\big(f(x) \pm g(x)\big)dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$$

2.Постоянный множитель подынтегрального выражения можно выносить за знак неопределенного интеграла:

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx.$$

3.Производная от неопределенного интеграла равна подынтегральной функции:

$$\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)$$

Таблица интегралов (переписывать не надо!!!)

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$ 2. $\int dx = x + C$ 3. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ 4. $\int \sin x dx = -\cos x dx$ 5. $\int \cos x dx = \sin x dx$ 6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$	7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = ctgx + C$ 8. $\int tgxdx = \ln\lvert\cos x\rvert + C$ 9. $\int ctgxdx = \ln\lvert\sin x\rvert + C$ 10. $\int e^x dx = e^x + C$ 11. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ 12. $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$	13. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctgx + C$ 14. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left\lvert\frac{a+x}{a-x}\right\rvert + C$ 15. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$ 16. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

Метод непосредственного интегрирования.

Данный метод основан на прямом использовании таблицы интегралов.

Пример 1

Вычислить $\int x^4 dx$

Решение: необходимо воспользоваться таблицей интегралов формула 1:

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$ и тогда получим:

$\int x^4 dx = \frac{x^{4+1}}{4+1} + C = \frac{x^5}{5} + C$

Пример 2

Вычислить $\int x^7 dx$

Решение: аналогично примеру 1 необходимо воспользоваться таблицей интегралов формула 1 и получим:

$\int x^7 dx = \frac{x^{7+1}}{7+1} + C = \frac{x^8}{8} + C$

Этот способ интегрирования предполагает такое преобразование подынтегральной функции, которое позволило бы использовать для решения табличные интегралы. Например применяются свойства неопределенного интеграла, что позволяет привести заданный интеграл к табличному интегралу.

Пример 3

Вычислить $\int 5x^4 dx$

Решение: сначала необходимо воспользоваться свойством 2 неопределенного интеграла:

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$$

Получим: $\int 5x^4 dx = 5\int x^4 dx$ (вынесли число 5 за знак интеграла), а затем воспользуемся таблицей интегралов формула 1: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$ и тогда получим:

$\int 5x^4 dx = 5\int x^4 dx = 5 \cdot \frac{x^{4+1}}{4+1} + C = 5 \cdot \frac{x^5}{5} + C = x^5 + C$ (то, что выделено красным сокращается)

Пример 4

Вычислить $\int 3x^6 dx$

Решение: аналогично решению примера 1, получим:
$\int 3x^6 dx = 3\int x^6 dx = 3\cdot\frac{x^{6+1}}{6+1}+C = 3\cdot\frac{X^7}{7}+C = \frac{3\cdot X^7}{7}+C$ (то, что выделено красным

Пример 5
Вычислить $\int (2x^3+3)dx$
Решение: сначала необходимо воспользоваться свойством 1 неопределенного интеграла: $\int(f(x)\pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

применим свойство и получим: $\int (2x^3+3)dx = \int 2x^3 dx + \int 3dx$

затем применим свойство 2 и вынесем постоянный множитель 2 в первом интеграле и постоянный множитель 3 во втором интеграле за знак интеграла и получим:

$$\int 2x^3 dx + \int 3dx = 2\int x^3 dx + 3\int dx$$

Таким образом мы разбили первоначальный интеграл на два табличных интеграла.
К интегралу $\int x^3 dx$ применим формулу 1 из таблицы интегралов, а к интегралу $\int dx$ применим формулу 2 из таблицы интегралов и получим:
$2\int x^3 dx + 3\int dx = 2\frac{x^4}{4}+3x+C = \frac{x^4}{2}+3x+C$
Оформляется решение примера в виде:
$\int (2x^3+3)dx = \int 2x^3 dx + \int 3dx = 2\frac{x^4}{4}+3x+C = \frac{x^4}{2}+3x+C$
Пример 6
Вычислить $\int x^3(2x-3x^2)dx$
Решение.
Для вычисления данного интеграла сначала раскроем скобки:

$$\int x^3(2x-3x^2)dx = \int (2x^4-3x^5)dx$$

Далее аналогично примеру 5 применим свойства и получим:
$\int x^3(2x-3x^2)dx = \int (2x^4-3x^5)dx=$

$$=\int 2x^4 dx - \int 3x^5 dx = 2\int x^4 dx - 3\int x^5 dx = 2\frac{x^5}{5} - 3\frac{x^6}{6} + C = \frac{2x^5}{5} - \frac{x^6}{2} + c$$

Пример 7
Вычислить $\int (x^3-5)(2x-3x^2)dx$
Решение.
Для вычисления данного интеграла сначала раскроем скобки:

$$\int (x^3-5)(2x-3x^2)dx = \int (2x^4-3x^5-10x+15x^2)dx$$

Далее аналогично примеру 5 применим свойства и получим:
$\int (x^3-5)(2x-3x^2)dx = \int (2x^4-3x^5-10x+15x^2)dx= \int 2x^4 dx - \int 3x^5 dx - \int 10x dx + \int 15x^2 dx = 2\int x^4 dx - 3\int x^5 dx - 10\int x dx + 15\int x^2 dx = 2\frac{x^5}{5} - 3\frac{x^6}{6} -$
$-10\frac{x^2}{2} + 15\frac{x^3}{3} + C = 2\frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{2} - 5x^2 + 5x^3 + C$

Пример 8

Вычислить $\int \sqrt[10]{x^3}dx$

Решение.

Для вычисления данного интеграла сначала воспользуемся свойством степеней и преобразуем корень в виде дробной степени:

$$\int \sqrt[10]{x^3}dx = \int x^{\frac{3}{10}}\,dx$$

Далее воспользуемся таблицей интегралов формулой 1:

$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$ и получим:

$$\int \sqrt[10]{x^3}dx = \int x^{\frac{3}{10}}\,dx = \frac{x^{\frac{3}{10}+1}}{\frac{3}{10}+1} + C = \frac{x^{\frac{13}{10}}}{\frac{13}{10}} + C = \frac{10}{13}\cdot x^{\frac{13}{10}} + C = \frac{10}{13}\cdot \sqrt[10]{x^{13}} + C$$

Пример 9

Вычислить $\int \frac{1}{\sqrt[10]{x^3}}dx$

Решение.

Для вычисления данного интеграла сначала воспользуемся свойством степеней и преобразуем корень в виде дробной степени, а затем из знаменателя поднимем в числитель (степень стане отрицательной):

$$\int \frac{1}{\sqrt[10]{x^3}}dx = \int \frac{dx}{x^{\frac{3}{10}}} = \int x^{-\frac{3}{10}}\,dx$$

Далее воспользуемся таблицей интегралов формулой 1:

$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$ и получим:

$$\int \frac{1}{\sqrt[10]{x^3}}dx = \int \frac{dx}{x^{\frac{3}{10}}} = \int x^{-\frac{3}{10}}\,dx = \frac{x^{-\frac{3}{10}+1}}{-\frac{3}{10}+1} + C = \frac{x^{\frac{7}{10}}}{\frac{7}{10}} + C = \frac{10}{7}\cdot x^{\frac{7}{10}} + C = \frac{10}{7}\cdot \sqrt[10]{x^{7}} + C$$

ПОСЛЕ ПЕРЕПИСАННОГО ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ВЫПОЛНИТЕ ПРАКТИЧЕСКУЮ РАБОТУ

Оформляем работу как положено: тема, наименование и т.д.

ВАЖНО!!!! Решение примеров, оформление решения делаем так, как показано в теоретическом материале выше в лекции. Пример 1 в практике смотри решение примера 7 в лекции, пример 2 в практике смотри решение примера 6 в лекции, пример 3 в практике смотри решение примеров 8, пример 4 в практике смотри решение примера 9 в лекции!!!

Практическое занятие №23.

Тема: Первообразная и интеграл.

Наименование работы: Интегрирование функций**.**

Цель: Отработать навыки интегрирования функций..

Норма времени: 2 часа

Место проведения: кабинет «Математики»

Материально – техническое оснащение рабочего места: инструкционная карта, тетрадь, ручка.

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования- 9-е изд., стер- М: Издательский центр «Академия», 2014
2. Григорьев С.Г. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования- 10-е изд., стер- М:. Издательский центр, 2014.

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
2. Партыка Т.Л., Попов И.И. Математические методы: учебник. 2-е изд., испр. и доп.- М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2013
3. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике : учеб. пособие для ссузов- 10-е изд., стереотип. - М.:Дрофа, 2014.
4. Омельченко В.П. Математика: учеб. пособие- Изд. 7-е, стер.- Ростов н/Д: Феникс, 2013

Вступительный инструктаж, правила техники безопасность:

1. Работу выполнять строго по инструкционной карте.
2. Рабочее место держать в чистоте и порядке.
3. Посторонние вещи убрать.
4. Правила работы с книгами.

Вопросы для допуска к выполнению практической работе:

1. Как называется операция нахождения первообразной для функции?
2. Сколько первообразных может меть функция?
3. Чем отличается неопределённый интеграл от определённого? Расшифруйте запись:

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \qquad \int_a^b f(x)dx.$$

4. Что происходит с постоянным множителем при интегрировании?
5. Чему равен интеграл суммы?

Содержание и последовательность выполнения работы:

1. Алибаева А.
2. Антонова Л.
3. Буланкина Д.
4. Еременко А.
5. Нектова Е.
6. Федорова В.
7. Уметбаева К.
8. Гумерова Т.

Ваш номер по этому списку соответствует номеру варианта, который вы должны решить.

Задание: Вычислите определённые интегралы:

Вариант1

1. $\int (x^3 - 1)(2 + x^2)dx$
2. $\int x^2(3x - x^4)\,dx$
3. $\int \sqrt[5]{x^3}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}dx$

Вариант2

1. $\int (x^3 + 2)(1 - x^2)dx$
2. $\int x^4(2x + x^3)\,dx$
3. $\int \sqrt[3]{x^2}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}dx$

Вариант3

1. $\int (x^4 - 2)(3 - x^2)dx$
2. $\int x^3(5x + x^2)\,dx$
3. $\int \sqrt[4]{x^5}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}dx$

Вариант4

1. $\int (x^4 + 3)(x^2 - 1)dx$
2. $\int x^3(3x + x^2)\,dx$
3. $\int \sqrt[3]{x^7}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^7}}dx$

Вариант5

1. $\int (x^2 + 1)(2 + x^2)dx$
2. $\int x^4(x - x^2)\,dx$
3. $\int \sqrt[5]{x^7}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[7]{x^3}}dx$

Вариант6

1. $\int (x^2 - 3)(1 - x^2)dx$
2. $\int x^6(3x - x^2)\,dx$
3. $\int \sqrt[5]{x^2}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}dx$

Вариант7

1. $\int (x^5 - 2)(1 + x^3)dx$

2. $\int x^2(4x + x^4)\,dx$
3. $\int \sqrt[3]{x^8}dx$
4. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}dx$

Вариант8

1. $\int (x^4 + 1)(2 - x^2)dx$

2. $\int x^5(3x - x^2)\, dx$

3. $\int \sqrt[5]{x^4}dx$

4. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}dx$