Свои конспекты прислать мне ТОЛЬКО В ЛИЧНОЕ СООБЩЕНИЕ ВКОНТАКТ

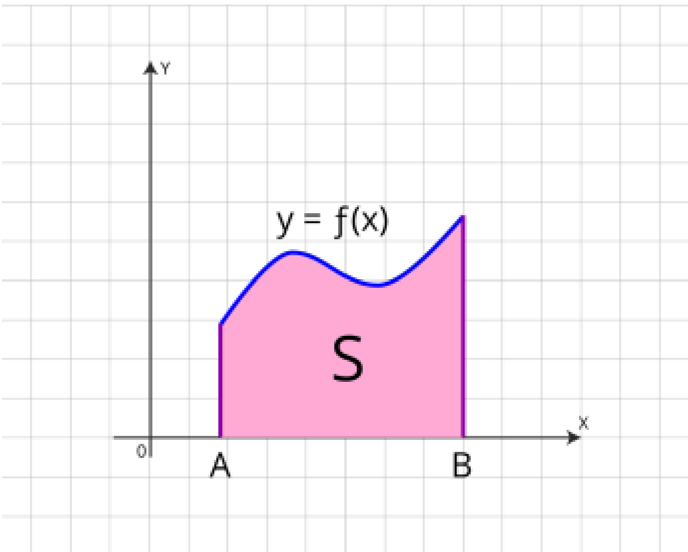
https://vk.com/id588363475

РАБОТЫ В КОММЕРАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ ПРИНИМАЮ!!!

Переписать теоретический материал в тетрадь. Переписывается все без сокращений С ПРИМЕРАМИ!!!

Тема «Криволинейная трапеция. Вычисление площадей плоских фигур».

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной на отрезке [a;b] функции y=f(x), прямыми x=a, x=b и отрезком [a;b] оси ОХ.



Тогда площадь криволинейной трапеции численно равна определенному интегралу:

$$S = \int_{A}^{B} f(x)dx$$

С точки зрения геометрии определенный интеграл – это ПЛОЩАДЬ.

То есть, определенному интегралу (если он существует) геометрически соответствует площадь некоторой фигуры.

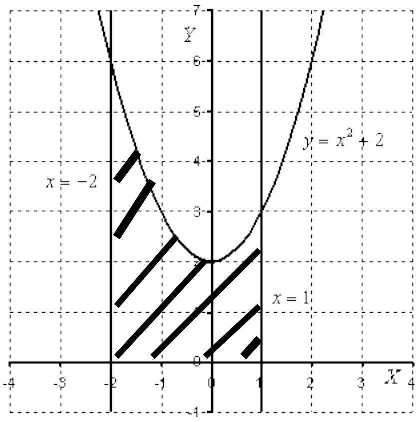
Алгоритм нахождения площади криволинейной трапеции

1.Построить графики заданных линий.
2.Определить криволинейную трапецию.
3.Выделить функцию f, ограничивающую трапецию.
4.Определить отрезок [a;b] оси Ox.
5. Применить формулу $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$

Пример 1

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 1$

Решение:
1.Построить графики заданных линий:
y=x^2+2. Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх и вершина смещена на 2 единицы вверх по оси ОУ,
y=0: график функции y=0 задает саму ось Ох,
x=-2 и x=1: прямые x=-2 и x=1 проходят через точки x=-2 и x=1 соответственно. параллельно оси Оу.



2. Заштрихованная фигура, ограниченная графиками заданных функций и является криволинейной трапецией, площадь которой надо найти.
3. Функция, ограничивающая заданную трапецию y=x^2+2. Значит от нее будет вычисляться площадь в формуле $S = \int_A^B f(x)dx$
4. Отрезок интегрирования (смотрим по оси Ох) [-2;1]. Значит в формуле $S = \int_A^B f(x)dx$ A=-2, B=1.
5. Применим формулу $S = \int_A^B f(x)dx$и получим:

$$S = \int_{-2}^{1}(x^2+2)dx = \int_{-2}^{1}x^2dx + \int_{-2}^{1}2dx = \int_{-2}^{1}x^2dx + 2\int_{-2}^{1}dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x\right)\Big|_{-2}^{1} =$$
$$\left(\frac{1^3}{3} + 2\cdot 1\right) - \left(\frac{(-2)^3}{3} + 2\cdot(-2)\right) = \left(\frac{1}{3} + 2\right) - \left(\frac{-8}{3} - 4\right) = \frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} + 4 = \frac{9}{3} + 6 =$$

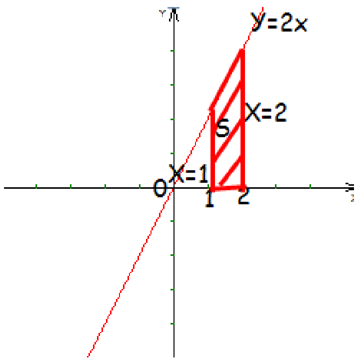
9 кв. ед.

Пример 2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями y=2x, y=0, x=1,x=2.
Решение:
1.Построить графики заданных линий:
y=2x. Графиком является прямая линия. Для того, чтобы построить прямую линию - достаточно 2 –х точек. Найдем их . Построим таблицу значений:

x	0	1
y	0	2

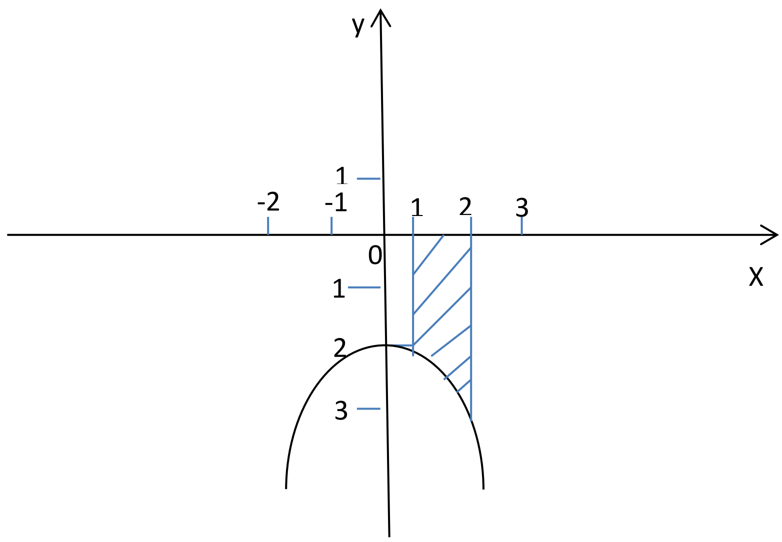
y=0: график функции y=0 задает саму ось Ох,
x=1 и x=2: прямые x=1 и x=2 проходят через точки x=1 и x=2 соответственно, параллельно оси Оу.



2. Заштрихованная фигура, ограниченная графиками заданных функций и является криволинейной трапецией, площадь которой надо найти.
3. Функция, ограничивающая заданную трапецию y=2x. Значит от нее будет вычисляться площадь в формуле $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$
4. Отрезок интегрирования (смотрим по оси Ox) [1;2]. Значит в формуле $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$ A=1, B=2.
5. Применим формулу $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$и получим:

$$S = \int_{1}^{2} 2x dx = 2\int_{1}^{2} x dx = \left(2\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{1}^{2} = (x^2)|_1^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \text{ кв. ед.}$$

<u>Пример 3</u>
Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2-2$, y=0,x=1,x=2
Решение:
1.Построить графики заданных линий:
$y=-x^2-2$. Графиком является парабола, ветви которой направлены вниз и вершина смещена на 2 единицы вниз по оси ОУ,
y=0: график функции y=0 задает саму ось Ox,
x=1 и x=2: прямые x=1 и x=2 проходят через точки x=1 и x=2 соответственно. параллельно оси Оу.



2. Заштрихованная фигура, ограниченная графиками заданных функций и является криволинейной трапецией, площадь которой надо найти.
3. Функция, ограничивающая заданную трапецию $y=-x^2-2$. Значит от нее будет вычисляться площадь в формуле $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$
4. Отрезок интегрирования (смотрим по оси Ox) [1;2]. Значит в формуле $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$ A=1, B=2.
5. Применим формулу $S = \int_{A}^{B} f(x)dx$и получим:

$$S = \int_{1}^{2}(-x^2-2)dx = \int_{1}^{2} -x^2 dx - \int_{1}^{2} 2dx = \int_{1}^{2} -x^2 dx - 2\int_{1}^{2} dx = \left(-\frac{x^3}{3} - -2x\right)\Big|_{1}^{2} = \left(-\frac{2^3}{3} - 2\cdot 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 2\cdot 1\right) = \left(-\frac{8}{3} - 4\right) - \left(\frac{1}{3} - 2\right) = -\frac{8}{3} - 4 - \frac{1}{3} + 2 = -\frac{9}{3} - 2 = -3 - 2 = -5$$

Значение площади получилось отрицательное. Это потому, что данная криволинейная трапеция(заштрихованная на чертеже) расположена ниже оси ОХ. В этом случае все вычисления берутся по модулю и решение будет иметь вид:

$S = \int_1^2 (-x^2 - 2)dx = \int_1^2 -\mathrm{x}^2 dx - \int_1^2 2dx = \int_1^2 -\mathrm{x}^2 dx - 2\int_1^2 dx = \left(-\frac{\mathrm{x}^3}{3} -\right.$ $\left.-2\mathrm{x}\right)\Big|_1^2 = \left|\left(-\frac{2^3}{3} - 2 \cdot 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 2 \cdot 1\right)\right| = \left|\left(-\frac{8}{3} - 4\right) - \left(\frac{1}{3} - 2\right)\right| = \left|-\frac{8}{3} - 4 - \frac{1}{3} + 2\right|$=$\left|-\frac{9}{3} - 2\right| = |-3 - 2| = |-5|$=5 кв.ед.