

Свои конспекты прислать мне **ТОЛЬКО** В ЛИЧНОЕ  
СООБЩЕНИЕ В КОНТАКТ

<https://vk.com/id588363475>

**РАБОТЫ В КОММЕНТАРИЯХ НА САЙТЕ НЕ  
ПРИНИМАЮ!!!**

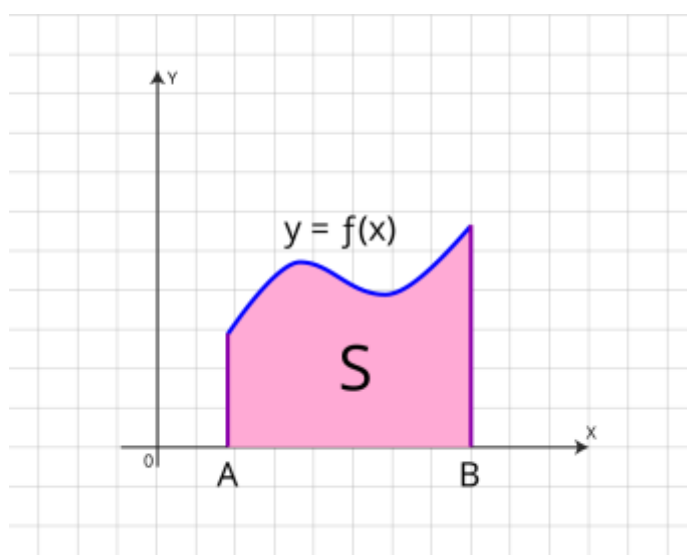
**ВАЖНО!!! ДЛЯ ТЕХ, КТО НЕ ПРИСУТСТВОВАЛ НА ЛЕКЦИИ 9.02  
НЕОБХОДИМО ПЕРЕПИСАТЬ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ, ДАЛЕЕ  
ВЫПОЛНИТЬ ПО НЕМУ ПРАКТИКУ, КОТОРАЯ ПРЕДСТАВЛЕНА В  
ЭТОМ МАТЕРИАЛЕ НИЖЕ (ПОСЛЕ ТЕОРИИ)!!! КТО БЫЛ НА ПАРЕ-  
ПИСАТЬ ТЕОРИЮ НЕ НАДО, А НАДО СРАЗУ ВЫПОЛНЯТЬ  
ПРАКТИКУ!!**

**Теоретический материал для самостоятельного изучения**

Переписать теоретический материал в тетрадь. Переписывается все без сокращений С ПРИМЕРАМИ!!!

**Тема «Криволинейная трапеция. Вычисление площадей плоских фигур».**

**Криволинейной трапецией** называется фигура, ограниченная графиком непрерывной на отрезке  $[a;b]$  функции  $y=f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$  и отрезком  $[a;b]$  оси  $Ox$ .



Тогда площадь криволинейной трапеции численно равна определенному интегралу:

$$S = \int_A^B f(x) dx$$

С точки зрения геометрии определенный интеграл – это **ПЛОЩАДЬ**.

То есть, определенному интегралу (если он существует) геометрически соответствует площадь некоторой фигуры.

## Алгоритм нахождения площади криволинейной трапеции

1. Построить графики заданных линий.
2. Определить криволинейную трапецию.
3. Выделить функцию  $f$ , ограничивающую трапецию.
4. Определить отрезок  $[a;b]$  оси  $Ox$ .
5. Применить формулу  $S = \int_A^B f(x)dx$

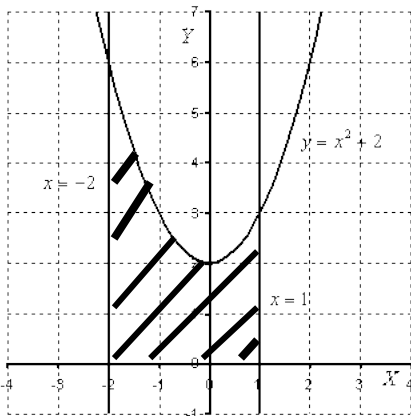
### Пример 1

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 1$

Решение:

1. Построить графики заданных линий:

$y = x^2 + 2$ . Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх и вершина смещена на 2 единицы вверх по оси  $Oy$ , график функции  $y = 0$  задает саму ось  $Ox$ , прямые  $x = -2$  и  $x = 1$  проходят через точки  $x = -2$  и  $x = 1$  соответственно, параллельно оси  $Oy$ .



2. Заштрихованная фигура, ограниченная графиками заданных функций и является криволинейной трапецией, площадь которой надо найти.
3. Функция, ограничивающая заданную трапецию  $y = x^2 + 2$ . Значит от нее будет вычисляться площадь в формуле  $S = \int_A^B f(x)dx$
4. Отрезок интегрирования (смотрим по оси  $Ox$ )  $[-2;1]$ . Значит в формуле  $S = \int_A^B f(x)dx$   $A = -2$ ,  $B = 1$ .
5. Применим формулу  $S = \int_A^B f(x)dx$  и получим:

$$S = \int_{-2}^1 x^2 dx + \int_{-2}^1 2 dx = \int_{-2}^1 x^2 dx + 2 \int_{-2}^1 dx = \left( \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2}^1 = \left( \frac{1^3}{3} + 2 \cdot 1 \right) - \left( \frac{(-2)^3}{3} + 2 \cdot (-2) \right) = \left( \frac{1}{3} + 2 \right) - \left( \frac{-8}{3} - 4 \right) = \frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} + 4 = \frac{9}{3} + 6 = 9 \text{ кв. ед.}$$

### Пример 1

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .

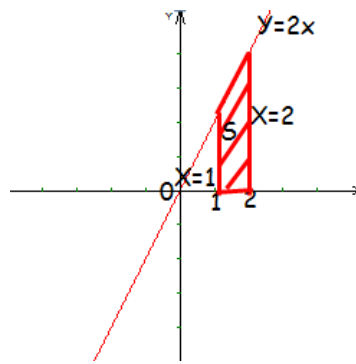
Решение:

1. Построить графики заданных линий:

$y = 2x$ . Графиком является прямая линия. Для того, чтобы построить прямую линию - достаточно 2 -х точек. Найдем их. Построим таблицу значений:

x	0	1
y	0	2

график функции  $y = 0$  задает саму ось  $Ox$ , прямые  $x = 1$  и  $x = 2$  проходят через точки  $x = 1$  и  $x = 2$  соответственно, параллельно оси  $Oy$ .



2. Заштрихованная фигура, ограниченная графиками заданных функций и является криволинейной трапецией, площадь которой надо найти.
3. Функция, ограничивающая заданную трапецию  $y=2x$ . Значит от нее будет вычисляться площадь в формуле  $S = \int_A^B f(x)dx$
4. Отрезок интегрирования (смотрим по оси  $Ox$ )  $[1;2]$ . Значит в формуле  $S = \int_A^B f(x)dx$   $A=1, B=2$ .
5. Применим формулу  $S = \int_A^B f(x)dx$  и получим:  

$$S = \int_1^2 2x dx = 2 \int_1^2 x dx = \left(2 \frac{x^2}{2}\right) \Big|_1^2 = (x^2) \Big|_1^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \text{ кв. ед.}$$

## ПОСЛЕ ПЕРЕПИСАННОГО ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ВЫПОЛНИТЕ ПРАКТИЧЕСКУЮ РАБОТУ

**Оформляем работу как положено: тема, наименование и т.д.  
Оформление решения так, как показано в лекции! Обязательно  
чертеж с помощью линейки и карандаша!!**

### Практическое занятие №24.

**Тема:** Первообразная и интеграл.

**Наименование работы:** Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.

**Цель:** Отработать навыки вычисления физических величин и площадей с помощью определённого интеграла.

**Норма времени:** 2 часа

**Место проведения:** кабинет «Математики»

**Материально – техническое оснащение рабочего места:** инструкционная карта, тетрадь, ручка.

**Литература:**

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования- 9-е изд., стер- М: Издательский центр «Академия», 2014
2. Григорьев С.Г. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования- 10-е изд., стер- М.: Издательский центр, 2014.

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
2. Партыка Т.Л., Попов И.И. Математические методы: учебник. 2-е изд., испр. и доп.- М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2013
3. Богомоллов Н.В. Сборник задач по математике : учеб. пособие для ссузов- 10-е изд., стереотип. -М.:Дрофа, 2014.
4. Омельченко В.П. Математика: учеб. пособие- Изд. 7-е, стер.- Ростов н/Д: Феникс, 2013

### Вступительный инструктаж, правила техники безопасности:

1. Работу выполнять строго по инструкционной карте.
2. Рабочее место держать в чистоте и порядке.
3. Посторонние вещи убрать.

4. Правила работы с книгами.

**Вопросы для допуска к выполнению практической работе:**

1. Какая фигура называется криволинейной трапецией?
2. Как вычислить площадь криволинейной трапеции?
3. Назовите возможные случаи расположения криволинейных трапеций и формулы вычисления их площадей.
4. Основные свойства определённого интеграла.
5. Формула Ньютона- Лейбница.
6. Назовите формулу вычисления пути , пройденного материальной точкой за промежуток времени

**Содержание и последовательность выполнения работы:**

1. Бикметова Э.
2. Динеева А.
3. Дмитриева П.
4. Елизарова О.
5. Ковтунова А.
6. Кошелева А.
7. Касьянов Н.
8. Леонтьева С.
9. Оленина Н.
10. Попова А.
11. Сагитов Т.
12. Султанова А.
13. Уманцев М.
14. Фархутдинова М.
15. Фаттахова А.
16. Фатхуллина А.
17. Халикова Д.
18. Халитова И.
19. Шагманова А.
20. Шангареева Д

Ваш номер по этому списку соответствует номеру варианта, который вы должны решить.

**Задание:** Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

1 вариант

а)  $y=3x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2+5, y=0, x=-1, x=2$

в)  $y=-x^2, y=0, x=1, x=2$

2 вариант

а)  $y=2x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2+1, y=0, x=-1, x=2$

в)  $y=-x^2+1, y=0$

### 3 вариант

а)  $y=2x-2, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-4, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=-x^2+3, y=0, x=3, x=4$

### 4 вариант

а)  $y=x-2, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-1, y=0, x=2, x=3$

в)  $y=-x^2-1, y=0, x=2, x=3$

### 5 вариант

а)  $y=x+2, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-1, y=0, x=-2, x=-3$

в)  $y=-x^2-1, y=0, x=-2, x=-3$

### 6 вариант

а)  $y=3x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-4, y=0, x=2, x=3$

в)  $y=-x^2+3, y=0, x=-3, x=-4$

### 7 вариант

а)  $y=3x-1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-2, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+3, y=0, x=-3, x=-4$

### 8 вариант

а)  $y=4x-1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-1, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+2, y=0, x=-3, x=-4$

### 9 вариант

а)  $y=4x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-3, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+1, y=0, x=-2, x=-3$

10 вариант

а)  $y=4x+4, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-5, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+4, y=0, x=-2, x=-3$

11 вариант

а)  $y=4x+4, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-5, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+4, y=0, x=-2, x=-3$

12 вариант

а)  $y=x+2, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-1, y=0, x=-2, x=-3$

в)  $y=-x^2-1, y=0, x=-2, x=-3$

13 вариант

а)  $y=3x-1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-2, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+3, y=0, x=-3, x=-4$

14 вариант

а)  $y=3x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2+5, y=0, x=-1, x=2$

в)  $y=-x^2, y=0, x=1, x=2$

15 вариант

а)  $y=2x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2+1, y=0, x=-1, x=2$

в)  $y=-x^2+1, y=0$

16 вариант

а)  $y=3x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-4, y=0, x=2, x=3$

в)  $y=-x^2+3, y=0, x=-3, x=-4$

17 вариант

а)  $y=4x-1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-1, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+2, y=0, x=-3, x=-4$

18 вариант

а)  $y=4x+4, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-5, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+4, y=0, x=-2, x=-3$

19 вариант

а)  $y=2x-2, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=x^2-4, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=-x^2+3, y=0, x=3, x=4$

20 вариант

а)  $y=4x+1, y=0, x=1, x=3$

б)  $y=-x^2-3, y=0, x=1, x=2$

в)  $y=x^2+1, y=0, x=-2, x=-3$