

УРОК №35

ТЕМА: расчеты на прочность.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ: выполнить конспект, запомнить основные формулы.

. Расчёты на прочность по нормальным напряжениям

Итак, в общем случае плоского поперечного изгиба в поперечных сечениях балки возникают два вида внутренних усилий: изгибающий момент M и поперечная сила Q . Необходимо выяснить, какие напряжения соответствуют этим силовым факторам.

Расчётная практика показывает, что в большинстве случаев решающее значение при подборе сечения балки или проверке её прочности имеет изгибающий момент. Поэтому выясним характер, распределение и величину напряжений, вызываемых изгибающим моментом.

Для этого рассмотрим участки балки, которые подвержены чистому изгибу (т. е. $Q = 0$). Примером может служить средний участок балки, свободно лежащей на двух опорах и нагруженной двумя равными сосредоточенными силами, отстоящими от опор на одинаковых расстояниях (рис. 3.1, а). На этом участке действует только изгибающий момент (рис. 3.1, в), а поперечная сила равна нулю (рис. 3.1, б).

Изгибающий момент представляет собой равнодействующий момент внутренних сил, распределённых по поперечному сечению. Чтобы определить закон распределения и величину внутренних сил, уравнений статики недостаточно. Необходимо установить характер деформирования балки.

Под действием нагрузки (рис. 3.1, а) балка прогибается таким образом, что её нижние продольные волокна удлиняются, а верхние – укорачиваются. Отсюда можно предположить, что существует и такой слой волокон, который не меняет свой длины.

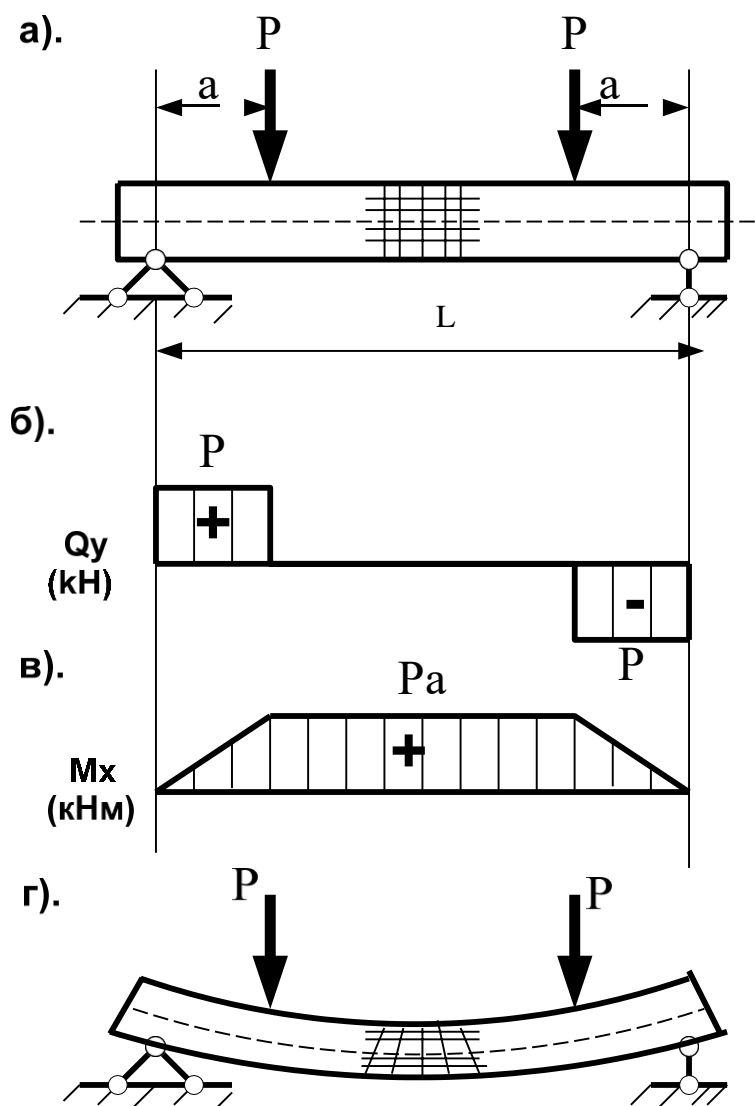


Рисунок 3.1

Если на боковой поверхности среднего участка указанной балки нанести горизонтальные и вертикальные риски (прямые линии) (рис. 3.1, *a*), то в результате изгиба балки горизонтальные риски искривятся примерно так же, как и ось самой балки, а вертикальные останутся прямолинейными, но взаимно повернутся: сблизятся на вогнутой стороне балки и разойдутся на выпуклой (рис. 3.1, *z*), оставаясь всё время перпендикулярными к изогнутой оси балки.

Экспериментальные исследования показали, что внутри балки возникают такие же деформации, как и на её поверхностях. Это обстоятельство позволяет считать, что поперечные сечения балки, плоские до деформации, остаются плоскими и после деформации, поворачиваясь лишь на некоторый незначительный угол. Это предположение носит название гипотезы плоских сечений.

Итак, можно сделать два вывода:

- при изгибе поперечные сечения балки не искривляются;
- изгиб сопровождается появлением продольных удлинений и укорочений, т. е. возникновением нормальных напряжений.

При постепенном переходе от удлиняющихся волокон к укорачивающимся (или наоборот) встречается промежуточный слой волокон, которые не удлиняются и не укорачиваются, т. е. остаются ненапряжёнными. Этот слой называется **нейтральным**, а линия его пересечения с плоскостью поперечного сечения балки – **нейтральной линией** (нейтральной осью). Таким образом, нейтральная линия является геометрическим местом точек, в которых нормальные напряжения равны нулю.

Мы не будем здесь повторять вывод формулы для определения нормальных напряжений в поперечном сечении балки, а лишь вспомним её.

$$\sigma_y = E \varepsilon_y = E \frac{y}{\rho} \quad (3.1)$$

Полученная зависимость выражает характер распределения нормальных напряжений по высоте поперечного сечения балки. Они меняются прямо пропорционально расстоянию от нейтральной линии, достигая максимальной величины в наиболее удалённых от неё точках.

Установив закон распределения напряжений, можно определить их величину, пользуясь уравнениями равновесия. Вывод данной формулы подробно изложен в любом учебнике по сопротивлению материалов.

$$\sigma_y = \frac{M_x}{I_x} \cdot y, \quad (3.2)$$

где M_x – изгибающий момент в сечении;

I_x – осевой момент инерции сечения;

y – ордината точки сечения, в которой определяем нормальные напряжения.

Если сечение балки симметрично относительно нейтральной линии, то напряжение в крайних волокнах определяется следующей зависимостью:

$$\sigma_y = \frac{M_x}{W_x}, \quad (3.3)$$

где W_x – осевой момент сопротивления сечения.

Момент сопротивления характеризует сопротивляемость балки изгибу. Он имеет размерность длины в третьей степени (обычно см³) и зависит только от формы и размеров поперечного сечения.

Для обеспечения прочности балки необходимо, чтобы наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения не превосходили соответствующих расчётных сопротивлений (при расчёте по предельному состоянию) или допускаемых напряжений (при расчёте по допускаемым напряжениям).

Наибольших значений по длине балки нормальные напряжения достигают в сечении с максимальным по абсолютной величине изгибающим моментом (M_{\max}), а по высоте – в крайних волокнах.

Условие прочности по нормальным напряжениям для балок, работающих на изгиб, выражается зависимостью:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (3.4)$$

Условия прочности (3.4) позволяют решать три типа задач.

- Проверочный расчёт. Проверка прочности по известным размерам поперечного сечения балки, максимальному изгибающему моменту M и допускаемому напряжению $[\sigma]$, используя непосредственно условие (3.4).

- Проектный расчёт. Подбор сечения по найденному максимальному изгибающему моменту M и заданному предельно допустимому напряжению $[\sigma]$. Решая неравенство (3.4) относительно момента сопротивления, получаем:

$$W_{mp} \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}. \quad (3.5)$$

Далее по требуемому моменту сопротивления W_{TP} , задаваясь формой поперечного сечения, подбираем его размеры.

Необходимо отметить, что подбор сечения при изгибе существенно отличается от подбора при растяжении или сжатии. В последнем случае благодаря равномерному распределению напряжений он сводится лишь к определению необходимой площади, а форма сечения принимается исключительно из конструктивных соображений.

При изгибе форма сечения приобретает большое значение, поскольку его прочность определяется величиной момента сопротивления, зависящей как от

размеров, так и от формы сечения. Можно получить большой момент сопротивления при малой площади и, наоборот, малый – при большой площади. Совершенно очевидно, что первый вариант выгоднее с точки зрения более благоприятной работы сечения на изгиб и с точки зрения расхода материала, хотя он может оказаться невозможным по конструктивным соображениям.

При изгибе выгодны такие формы поперечного сечения, у которых основная часть площади наиболее удалена от нейтральной линии (рис. 3.2).

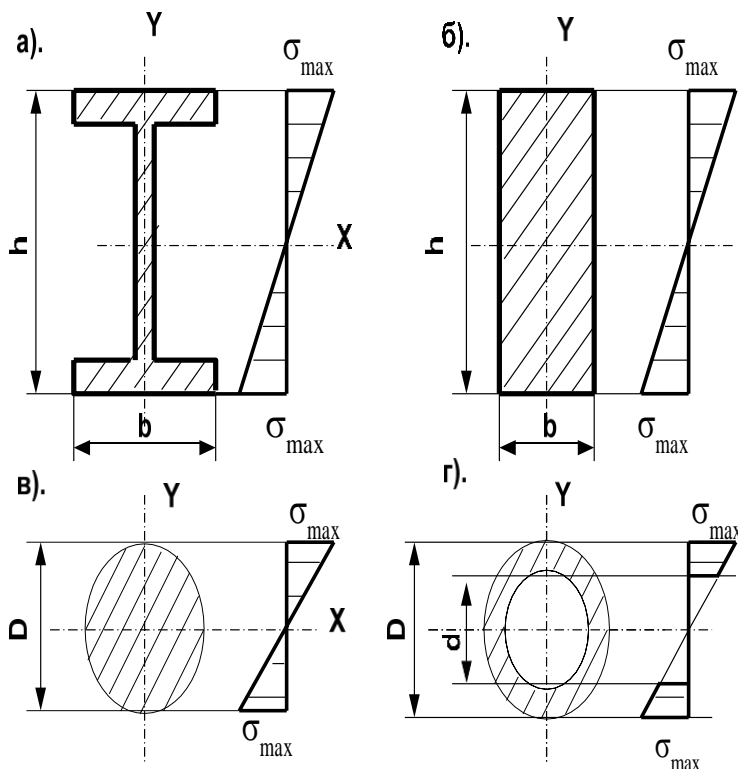


Рисунок 3.2

Этому условию в первую очередь удовлетворяет двутавровое сечение (рис. 3.2, *a*), у которого основная часть материала сосредоточена в удалённых от нейтральной линии полках, что увеличивает момент инерции J_x и момент сопротивления W_x .

Менее выгодно прямоугольное сечение, особенно вытянутое вдоль нейтральной линии ($J_x < J_y$, рис. 3.2, *b*). Ещё менее выгодно круглое сечение, так как оно имеет наибольшую толщину на уровне нейтральной линии (рис. 3.2, *в*). Полое сечение (рис. 3.2, *г*) всегда выгоднее сплошного, равноценного по площади.

Таким образом, подбор сечения при изгибе должен начинаться с выбора его рациональной формы, одновременно отвечающей конструктивным требованиям.

При проектировании и возведении металлических конструкций широко применяют прокатные профили (двутавры, швеллеры, уголки и др.), изготавливаемые в заводских условиях в соответствии с требованиями ГОСТа. Для об-

легчения подбора сечений элементов из этих профилей составлены таблицы сортамента, содержащие геометрические размеры каждого профиля, площадь поперечного сечения, вес погонного метра, величины моментов инерции, сопротивления и т. д.

- Определение несущей способности (предельного или допускаемого изгибающего момента) по заданным размерам поперечного сечения и допускаемому напряжению $[\sigma]$:

$$M_{пред} \leq [\sigma] \cdot W_x. \quad (3.6)$$